S. 1109. B. 7

MÉMOIRES

DE

L'ACADÉMIE ROYALE

DES SCIENCES

Années MDCCLXXXIV—LXXXV.

SECONDE PARTIE

L. Lavi *L. Valperga del. et Sculp. Taurini*

A TURIN

Chez JEAN-MICHEL BRIOLO

Imprimeur-Libraire de l'Académie

MDCCLXXXVI.

BRITISH
NATURAL HISTORY

TABLE

DES MÉMOIRES CONTENUS DANS CETTE SECONDE PARTIE

Sur la fontaine verte de S. Marcel dans la vallée d'Aoste. Par M. le Comte St. Martin de la Motte . Pag. 1

Joannis Brugnoni *de testium in foetu positu, de eorum in scrotum descensu: de tunicarum, quibus hi continentur, numero & origine, dissertatio* 13

Mémoire physico-mathématique contenant les résultats des expériences hydrauliques faites près de Turin en 1783. Par M. Joseph-Thérèse Michelotti 53

Analyse des eaux thermales de Vinay, avec des observations sur les insectes microscopiques qui y sont contenus ainsi que dans leurs mousses. Par M. Fontana 92

Expériences sur la platine. Par M. le Chevalier Nicolis de Robilant 123

Continuation d'expériences & d'observations sur le gaz déphlogistiqué. Seconde Partie. Par M. le Comte de Saluces 148

Suite d'expériences & d'observations sur le gaz déphlogistiqué. Troisième Partie. Par le même 180

Sur une nouvelle méthode de calcul intégral pour les différentielles affectées d'un radical carré, sous lequel la variable ne passe pas le quatrième degré. Par M. De la Grange . 218

De l'utilité des projections orthographiques en général, & plus particulièrement pour entamer la recherche de l'orbite des comètes, & pour découvrir celles dont on attend le retour. Par M. l'Abbé DE CALUSO 291
Sur une aurore boréale extraordinaire observée à Turin le 29 février 1780. Par M. le Comte MOROZZO . . . 328
Mémoire sur la construction & sur l'accroissement des os. Par M. PERENOTTI 339
Mémoire sur le sable aurifère de l'Orco & des environs. Par M. le Comte BALBE 401
Analyse des principales eaux de la Savoie. Par M. le Docteur BONVOISIN 419

TABLE
POUR LES MÉMOIRES DES CORRESPONDANS

Recherches analytiques sur les schistes de Sallenche. Par M. TINGRY 1
Expériences propres à faire connoître les procédés les plus convenables pour fabriquer le savon. Par M. SENEBIER 107
Observations sur quelques particularités météorologiques de l'année 1783. Par M. VAN-SWINDEN 113
Essai d'une nouvelle manière d'envisager les différences, ou les fluxions des quantités variables. Par M. BERNOULLI 141
Addition de M. l'Abbé DE CALUSO . . . 153

MÉMOIRES
DE
MATHÉMATIQUE
ET
DE PHYSIQUE
TIRÉS DES RÉGISTRES
DE L'ACADÉMIE ROYALE
DES SCIENCES

Années 1784 *et* 1785

SUR
LA FONTAINE VERTE DE St. MARCEL
DANS LA VALLÉE D'AOSTE
PAR M.r LE COMTE St. MARTIN DE LA MOTTE

Comme un des objets que l'Académie se propose dans ses importantes recherches, est celui de perfectionner l'histoire naturelle du Pays, je me crois en devoir d'y concourir autant que me le permettent mes foibles lumières dans les Sciences.

Dans une course que je fis l'été dernier (année 1784) dans la vallée d'Aoste, j'eus lieu de faire plusieurs observations qui avoient échappé en partie aux yeux de bien des Naturalistes. Mais je ne rapporterai que celle que je fis au sujet d'une fontaine, comme étant la plus intéressante.

Cette fontaine, qu'on appelle *fontaine verte* à cause

de la couleur de son dépôt, n'est pas beaucoup connue, parce qu'elle est dans un endroit qui n'est guère fréquenté que par les bergers qui y conduisent leurs troupeaux pendant deux ou trois mois de l'année: un très-habile chimiste avoit cependant vu cette fontaine avant moi, & y avoit même fait quelques expériences; mais n'y ayant pas découvert du cuivre, & n'ayant pas eu peut-être le loisir de bien examiner le dépôt, il avoit cru que ce n'étoit qu'une mousse très-fine, tandis qu'il est composé en grande partie de cuivre privé de son phlogistique, & minéralisé par l'acide aérien.

Je me transportai à cette fontaine le 21 juillet dernier; je fus ravi du coup d'œil que présente le vallon où elle se trouve: je ne crois pas que la nature si féconde en variétés puisse en offrir une plus agréable; l'entrée du vallon est fort étroite; des montagnes s'élèvent de tous côtés; des cascades d'eau remplissent d'horreur par le bruit; mais parmi tous ces objets l'on voit en face cette fontaine, qui paroît d'émeraude, surtout lorsque le soleil y darde ses rayons. Comme je savois, Messieurs, que cet objet ne vous étoit pas bien connu, & qu'il ne pouvoit que vous intéresser, je me proposai dès lors de vous en communiquer mes observations.

Pour procéder avec quelqu'ordre, je commencerai par donner un idée du local: je rendrai compte ensuite des expériences que j'ai faites sur l'eau, en me réservant de parler en dernier lieu du dépôt.

Cette fontaine se trouve au midi de la Cité d'Aoste, à 5 heures de distance ou environ, dans la paroisse de St. Marcel

& à la droite de la Doire. Elle sort d'entre-deux montagnes fort élevées, qui forment un vallon latéral à la grande vallée: ces montagnes sont en partie calcaires, & en partie schisteuses; celle qui est sur la droite de la fontaine, est aussi en très-grande partie composée de mica rempli de grenats; j'y ai même trouvé quelques morceaux de schorl avec grenat: au sommet de la montagne il y a une mine de cuivre qu'on exploite actuellement, & qu'on appelle *le filon de Molère;* cette mine, aussi-bien que le reste de la montagne, est riche en grenats; il seroit à souhaiter qu'elle le fût autant en cuivre.

La source est élevée de 594 toises au-dessus du niveau de la mer; elle sort de dessous une grande roche calcaire qui paroît s'être détachée du haut de la montagne, & avoir couvert une partie du lit de la fontaine; l'eau en sortant fait un volume d'un pied de diamètre à peu près: elle est retenue par des grosses pierres qui la traversent dans son cours, & par des branches de sapin & de mélèze qui tombent des arbres qui l'environnent; elle s'étend & occupe 6 à 8 pieds de superficie dans les endroits les plus larges; & après avoir parcouru 150 toises parmi les rochers, & coulé par des pentes très-escarpées, elle se perd dans un torrent qui descend du sommet des montagnes, qu'on appelle du même nom que le vallon.

Les bois, les pierres, les mousses, enfin tout ce qui est mouillé par cette eau, est couvert d'une terre verte de l'épaisseur d'une ligne tantôt plus, tantôt moins, selon que l'eau coule plus ou moins rapidement; on remarque même jusque sur les endroits où jaillit l'écume, cette couleur verte, mais plus foible.

Curieux de m'assurer si c'étoit vraiment une végétation qui produisit ce dépôt, j'en examinai fort attentivement un peu avec une loupe, mais je ne pus y découvrir la moindre trace de végétal; j'y versai dessus quelques gouttes d'alcali volatil, & je le vis se colorer en bleu; je ne doutai pas alors un instant que sa couleur ne fût due au cuivre, & que l'eau ne fût aussi cuivreuse: l'ayant essayé avec l'alcali volatil, je vis avec étonnement se faire un précipité blanc sans donner aucun indice de bleu; l'aspect sous lequel se présentoit le phénomène, méritoit un examen plus profond, mais l'endroit & le manque d'agens nécessaires ne me permirent pas de le faire.

Comme j'avois cependant de l'eau de chaux, j'en versai une demi-bouteille sur une égale quantité d'eau de la fontaine, pour m'assurer si elle contenoit de l'air fixe; il se fit un léger précipité que je filtrai à mon retour à la Cité, & que je trouvai du poids de 2 grains $\frac{1}{2}$; ce qui indique qu'elle n'en contient qu'une très-petite quantité; aussi n'a-t-elle pas le moindre goût acide.

Je fis ensuite prendre 8 bouteilles de cette eau, & une certaine quantité du dépôt, que je fis transporter à Turin pour les expériences dont je rendrai compte: je demandai pour lors aux habitans des environs quelle étoit leur opinion sur cette fontaine (car le loisir de voir tous les jours le même phénomène les rend observateurs à leur insçu, & il ne reste souvent au Naturaliste qu'à démêler la vérité d'avec les préjugés qui la voilent à leurs yeux); ils m'assurèrent que, dans le tems de la fonte des neiges, l'eau étoit plus trouble qu'à l'ordinaire, mais que le volume en étoit constamment le même, & qu'il

sortoit quelquefois, surtout en automne, de petits filets de la même eau, qui laissoient le même dépôt dans d'autres endroits, peu éloignés cependant de la grande source; en effet j'en vis couler deux qui n'étoient pas plus gros qu'une plume à écrire, dont un laissoit un dépôt semblable à celui de la grande fontaine, & l'autre ne laissoit qu'un dépôt blanc, mais en si petite quantité, qu'il ne me fut pas possible d'en recueillir. Je vis aussi les traces d'un troisième qui avoit coulé, à ce qu'ils m'assurèrent, dans le printems dernier.

Quant à la qualité de l'eau, ils la croient très-mal-saine pour les troupeaux, parce qu'ils ne cherchent jamais à en boire, & que s'ils en boivent elle leur donne des douleurs. Si ces deux assertions sont vraies, je ne saurois l'attribuer qu'à son extrême froideur *, qui peut rebuter le bétail, & même lui donner des douleurs, s'il en boit; car ce qu'elle contient ne peut nullement être nuisible **. Je n'en dirai pas autant du dépôt, car si quelque bête le léchoit, il pourroit certainement lui faire un très-grand mal. J'appris encore de ces montagnards quelques autres particularités, que je crois inutile de rapporter. Je vais maintenant parler des expériences que j'ai faites sur l'eau.

1.° Sa pesanteur spécifique est à celle de l'eau distillée comme 1006 $\frac{1}{2}$: 1000.

* Le thermomètre trempé dans l'eau à la source étoit au degré 4 & $\frac{1}{2}$, tandis qu'il étoit à 12 hors de l'eau.

** J'ai eu lieu de me confirmer dans mon opinion au petit St. Bernard, où des chevaux que j'avois, quoique pressés par la soif, ne firent que goûter l'eau du lac, & ne voulurent plus en boire de toute la journée, à cause de sa trop grande froideur, quoiqu'elle ne contienne d'ailleurs aucun mauvais principe.

2.° Elle ne change point la dissolution de tournesol, ni la couleur du papier teint avec le *Solanum baciferum;* donc elle n'est ni acide ni alcaline.

3.° L'alcali prussien & la teinture de noix de galle faite avec l'esprit de vin n'occasionnent aucun précipité, quoiqu'on ait la précaution d'y ajouter quelques gouttes d'acide; donc elle ne contient aucune substance métallique.

4.° La dissolution d'argent ne produit pas le moindre précipité; preuve qu'elle ne contient point d'acide marin.

5.° La dissolution de la terre pesante prouve, par un précipité assez considérable, l'existence de l'acide vitriolique, qui est encore démontrée par le turbit minéral qui se forme par la dissolution du mercure.

6.° L'acide du sucre occasionne un léger précipité de terre calcaire.

7.° L'huile de tartre de même.

8.° L'alcali volatil un précipité assez considérable qui est de la magnésie, ou de la terre d'alun, ne pouvant être de la terre calcaire, puisque l'alcali volatil dont je me suis servi, étoit caustique.

L'on voit par ce que je viens d'exposer que cette eau contient de l'acide vitriolique, de la terre calcaire, de la terre magnésie, ou bien de l'argile, ou toutes les deux ensemble. Pour m'assurer des quantités, & laquelle de ces deux terres étoit tenue en dissolution, je fis évaporer 10 liv. d'eau, & j'eus un résidu pesant 17 grains.

Y ayant versé quelques gouttes d'esprit de vitriol, il se fit une légère effervescence, & il en fit dissout une partie; ce qui me fit croire que c'étoit de la magnésie aérée: j'y ajoutai en-

suite de l'eau distillée, & ayant fait évaporer le tout, j'eus 12 grains de sel d'Epsom; il resta sur le filtre 9 grains de sélénite : cette eau ne diffère donc pas beaucoup, quant à sa substance, de plusieurs autres eaux, puisqu'elle ne tient en dissolution que de la sélénite & de la magnésie, qui se rencontrent fréquemment dans les eaux qui découlent des montagnes.

Venons à présent au dépôt.

Je pris 100 grains de cette terre bien sèche & pulvérisée, que je mis en digestion dans le triple de leur poids d'esprit de vin rectifié; deux jours après, je filtrai & fis évaporer l'esprit de vin, croyant avoir dissous les sels à base terreuse, & je trouvai un résidu de 9 grains, amer, gluant, en partie soluble dans l'eau, & que je reconnu à l'odeur qui se manifesta en le brûlant, n'être autre chose que la partie extractive des bois qui traversent le lit de la fontaine, & sur lesquels je ramassai une partie du dépôt. Je mis dans de l'eau distillée celui qui étoit resté sur le filtre; & après l'avoir fait bouillir quelque tems, je la filtrai, & l'ayant traitée avec les mêmes agens dont je m'étois servi pour l'eau de la fontaine, j'observai que la dissolution de la terre pesante produisoit un précipité assez considérable, de même que l'acide du sucre & l'huile de tartre; je conclus de là que cette eau avoit dissous une partie de sélénite : l'ayant fait évaporer, je trouvai un résidu pesant 16 grains, composé en partie d'une substance gluante d'un goût fade ; l'ayant fait redissoudre dans l'eau, je reconnus que c'étoit la partie gommeuse des plantes, dont l'esprit de vin avoit dissous la résine : la sélénite privée de cette partie gommeuse ne pesoit plus qu'environ 10

grains: ayant ensuite pesé la terre qui étoit restée sur le filtre, je trouvai son poids diminué de 27 grains, dont une partie avoit été dissoute par l'esprit de vin, & l'autre par l'eau. Je versai peu à peu sur les 73 qui restoient, de l'esprit de vitriol déphlogistiqué, jusqu'à ce que toute la matière colorée fût dissoute, ce qui se fit avec effervescence; je filtrai ensuite la dissolution, & il resta sur le filtre 11 grains de terre grisâtre inattaquable aux acides, & qui fondue avec l'alcali minéral me donna un verre obscur.

La dissolution étant faite avec l'esprit de vitriol, je la laissai cristalliser lentement, & il se forma des cristaux de vitriol de cuivre & d'alun les uns à côté des autres; je les ramassai séparément, & les ayant dissous une autre fois, je les fis cristalliser à part pour les avoir plus purs: j'obtins par ce moyen 122 grains de vitriol, qui, selon le calcul de Bergman *, contiennent 31 grains $\frac{18}{25}$ de cuivre; j'eus aussi 107 grains d'alun, qui, selon le même Auteur, donnent 19 grains & $\frac{13}{50}$ d'argile. Après la cristallisation il resta un sédiment qui pesoit 6 grains, je ne trouvai d'autre moyen pour le dissoudre que de la faire bouillir dans une grande quantité d'eau; c'est ainsi que je le reconnus, avec les agens en usage, être de la sélénite formée par la dissolution de la terre calcaire & de l'acide vitriolique.

Pour m'assurer davantage du résultat de mes expériences, je les répétai sur une égale quantité de dépôt avec l'esprit de vin & l'eau distillée, & j'eus un succès semblable, à quelque légère différence près: ensuite après avoir dissous la terre qui me restoit avec l'acide vitriolique, j'y versai d'alcali phlogis-

---

* De analysi aquarum.

tiqué pour précipiter tout le cuivre, sans toucher l'argile, & j'obtins par ce moyen un précipité de cuivre pesant 158 grains, qui contiennent, selon le calcul du Chimiste du Nord *, environ 29 parties de cuivre.

Je précipitai ensuite avec l'alcali volatil caustique 24 grains d'argile : il restoit encore la terre calcaire, je me servis pour cet objet de l'alcali végétal aéré, & j'en retirai 4 grains.

On voit donc par tout ce que je viens d'exposer, que ce dépôt est composé 1.° d'une partie extractive végétale, qui est cependant très-accidentelle, parce qu'elle dépend de la quantité des plantes qui traversent le lit de la fontaine ; 2.° d'un tiers environ de cuivre; 3.° d'un cinquième d'argile; 4.° d'un dixième de terre silicieuse ; 5.° enfin d'une très-petite quantité de terre calcaire. Quant à l'air qui se dégage dans la dissolution faite avec l'acide vitriolique, j'ai reconnu que c'étoit de l'air fixe ; & quoiqu'il ne m'ait pas été possible d'en déterminer la quantité, j'ai cependant vu qu'il s'en est dégagé beaucoup plus qu'il n'en pouvoit être contenu dans les 4 grains de terre calcaire dont j'ai parlé, & que par conséquent elle est combinée avec la chaux de cuivre. Bergman, dans son opuscule de *minerarum docimasia humida*, parle du cuivre minéralisé par l'acide aérien, & en distingue trois espèces, *la malachite*, *la mine de cuivre soyeuse* & *le bleu de montagne* : celle que je viens de rapporter, ne pourroit-elle pas être une quatrième espèce du même genre, ou bien une décomposition des deux premières? Je n'oserois le décider;

* De praecipitatis metallis.

j'appuyerai cependant quelques conjectures sur les observations faites dans l'endroit.

J'ai parlé d'une mine de cuivre qu'on exploite au sommet de la montagne d'où sort la *fontaine verte* : cette mine qui, à ce que l'on prétend, a été exploitée par les Romains, n'est pas un simple filon qui suive la couche de la montagne, comme la mine de la Thuille & autres; mais c'est une montagne de cuivre & de pyrites cuivreuses couvertes de pierres de différent genre. Je tire cette conjecture du rapport que me fit un mineur en m'assurant qu'il n'avoit pas eu le tems de parcourir toutes les galeries qui s'enfoncent dans la montagne à une profondeur immense, quoiqu'il y travaillât depuis 40 ans.

En supposant donc que la fontaine vienne de l'intérieur de la montagne, elle peut passer sur quelque banc de minéral décomposé, & en entraîner avec elle mécaniquement; j'avois cru d'abord que ce dépôt n'étoit dû qu'à une efflorescence des pierres sur lesquelles roule l'eau ; mais je fus bientôt convaincu du contraire, en observant que, quoique de nature différente, elles en sont toutes également recouvertes, ainsi que les bois qui se trouvent mouillés par cette eau.

L'on pourroit m'objecter ici que l'eau prise à la source doit contenir des parties cuivreuses interposées, & les manifester avec l'alcali volatil; j'en ai eu moi-même l'idée, mais l'expérience m'a assuré du contraire; je crois donc que ces parties étant plus pesantes, se précipitent & ne font que rouler selon que la force de l'eau les entraîne, de la même façon à peu près que les grosses rivières amènent les grandes pierres; ou bien qu'elles ne sont entraînées que pendant un certain

tems de l'année, comme ce seroit dans la fonte des neiges où l'eau est peut-être plus trouble qu'à l'ordinaire; ce ne seroit qu'une longue suite d'observations sur l'endroit même, qui pourroit nous éclairer sur ce point; ce qu'on ne peut espérer que de quelques habitans des environs.

Il resteroit à présent à examiner par quel moyen la nature opère la décomposition de cette mine, & comment elle réduit le cuivre en chaux, & le prive du soufre & de l'arsenic qui sont en abondance dans la mine; mais en attendant que je puisse m'occuper de ces recherches, je finirai ce mémoire par une exposition succinte des résultats que m'a fournis l'examen de quelques morceaux de la mine même. En ayant donc soumis quelques-uns à l'action des agens ordinaires, j'ai trouvé qu'elle contient une très-grande partie de soufre & un peu d'arsenic; ce qui doit la faire ranger dans la classe des pyrites. Il est d'ailleurs très-connu que la plupart des pyrites tombent aisément en efflorescence à l'air libre, par le concours de cet élément avec l'eau: or dans cette opération de la nature, le cuivre se réduit en chaux, & cette chaux, comme l'on sait aujourd'hui, a une très-grande affinité avec l'air fixe, & sa combinaison avec l'air fixe produit, en se durcissant, la malachite, ainsi qu'il a été démontré par Mr. l'abbé Fontana *; il n'y a donc pas lieu de douter que le dépôt en question ne se changeât en malachite très-dure, s'il en avoit le tems; mais l'eau, qui passe avec rapidité, l'entraînant dans le tems où elle n'adhère que très-foiblement aux pierres, empêche cette combinaison.

Au reste j'ai trouvé parmi les dépôts que j'ai recueillis,

* Analyse de la malachite, Journal de phys. Juin 1778.

quelques morceaux durcis de la grosseur d'une lentille, qui me donnèrent à l'analyse les mêmes résultats que l'Abbé Fontana a obtenus de la malachite.

Quant à l'argile enfin, & à la petite quantité de magnésie, dont j'ai parlé, je crois qu'on peut les attribuer à la décomposition des pierres schisteuses, sur lesquelles l'eau roule, & qui contiennent toujours ces deux terres. Il seroit à souhaiter que l'on trouvât quelques morceaux de belles malachites; mon opinion seroit alors confirmée. Mes souhaits seront peut-être accomplis avec le tems, si en enfonçant les galeries de la mine supérieure, on parvient jusqu'à la couche, par où passe l'eau qui donne sa source à la *fontaine verte.*

JOANNIS BRUGNONI

DE TESTIUM IN FŒTU POSITU: DE EORUM IN SCROTUM DESCENSU: DE TUNICARUM, QUIBUS HI CONTINENTUR, NUMERO, ET ORIGINE,

DISSERTATIO.

Humani foetus testes non in scroto extra abdomen, quemadmodum in nato homine, sed in ipso abdomine prope renes condi dudum observarunt veteres, consentiuntque recentiores Anatomici *(a)*: ea in re discrepant, quod alii retro peritonaeum *(b)*, ut renes, ureteres, capsulae suprarenales, vena cava, aorta &c., sitos esse, alii vero in ipso peritonaei sacco, ut hepar, lien, ventriculus, intestina &c., includi (*c*), contendunt.

Nec magis consentientes invenies, quum de tempore, modo, & caussis, quibus testes e lumbis in scrotum devolvuntur, agitur. Quidam enim, post partum demum prolabi existimantes, septi transversi, abdominis musculorum, & caeterorum respirationi inservientium vi & actione id fieri

(*a*) Hildanus *Centur. II. observ.* 59. -- Harvey *de generat.* pag. mihi 185. -- Schurigius *Spermotolog.* pag. 64. - Haller *commentor. od Boerhoave instit. medic.* tom. IV. part. I. pag. 161. -- Roederer *element. ort. obstetric. &c.*

(*b*) Haller loc. cit.: aliter vero sentit *in primis lineis physiolog.* n. 772, ut & in aliis operibus -- Heverman *physiolog.* tom. IV. pag. 451. &c.

(*c*) Haller, Pott, Hunter, Girardi, Palletta in operibus, quae mox citabo.

censent (*a*): alii contra, qui testes jam in scroto haerentes in ipso foetu viderunt, a proprio pondere, atque vi irruentis sanguinis (*b*), vel ab aliis caussis, quas suo loco examinabimus, eos deduci opinantur.

Verum gravior altera, & quae solvatur, dignior, ob herniarum, & hydrocelium congenitarum naturam, & curationem inde petendam, agitatur quaestio de tunicae testis vaginalis origine, plerisque eam a solo peritonaei cellulari textu (*c*), aliis a vera ipsius lamina (*d*) repetentibus, aliis eam tamquam sui generis membranam, quae nullo modo a peritonaeo derivet (*e*), habentibus.

Haec sunt, sapientissimi Socii, quae expendenda suscepi. Eadem jam ex proposito pertractarunt summi in arte Viri ex Helvetiis Hallerus (*f*), ex Anglis Pott (*g*), Hunterique fratres (*h*), ex Belgis Camper (*i*), ex Italis Girardi (*k*), & Palletta (*l*). Nec ideo, quod novissimus, post tot tantosque viros, ad

(*a*) Haller *de herniis congenitis* inter *opera minora* tom. III. pag. 312.

(*b*) Haller *primæ lineæ physiolog.* n.772

(*c*) Diemerbroeck. *anatom. corpor. human.* pag. 116.-- Verheyen pag. 64.-- Douglass *descriptio peritonaei* - Winslovv *traité du bas-ventre.* n. 578. &c.

(*d*) Veteres omnes a Celso ad Fernelium: inter recentiores vero Hunteri fratres, Pott, Camper, Girardi &c.

(*e*) Tabarrani *atti dell' Acad. di Siena* tom. III. pag. 22. in appendice.

(*f*) *De herniis congenitis* loc. cit. jam ab anno 1749. editis

(*g*) *Œuvres chirurg. traité des hernies* tom. I. pag. 273., seorsim editus annis 1756, & 1757, & *traité sur la hernie aqueuse* tom. II. pag. 1., seorsim etiam editus anno 1762.

(*h*) *De la hernie de naissance.* Inter Georgii Arnaud *Mémoires de Chirurgie* tom. I. pag. 13. Hunterorum liber jam publici juris factus fuerat ab anno 1762

(*i*) Verhandel van de Hollandze maatschapp. tom. VI. part. I., & II.

(*k*) In libro qui inscribitur - *Ioannis Dominici Santorini XVII. tabulae.* Parm. 1775. in 4.

(*l*) *Nova gubernaculi testis hunteriani anatomica descriptio.* Mediolani 1777 in 4

idem argumentum accedam, actum agere censendus sum. Multa ii quidem egerunt, sed non omni ex parte perfecerunt: & ego, vobis ea candide referens, quae mihi iterata, ac diligens partium sectio patefecit, in eam adducor spem, fore, ut rei obscurissimae ad memoratas lites componendas aliquid luminis adjiciam.

Hac arrepta occasione, quot sint testium tunicae, unde oriatur albuginea, & quid differant herniae, & hydroceles congenitae a vulgaribus herniis, & hydrocelibus, paucis definire conabor.

Quidquid vobis expositurus sum, in duas tribuam partes: quarum prima erit anatomica, & historica, physiologica altera, & pathologica.

PARS PRIMA

ANATOMICA, ET HISTORICA.

I. Testes igitur in omnibus humanis foetibus quatuor, quinque, vel sex mensium, quotquot secare mihi contigit (secui autem quamplures), in abdominis cavea semper reperi, musculo psoae insidentes, a renibus plus, minusve distantes. Eumdem positum ibi eos obtinere observavi, ac habent in scroto; quippe quum eorum vertex esset superior, basis inferior, superficierum altera dextera, & altera sinistra, marginum alter anterior, posterior alter: oblique tamen ita ponebantur, ut margo anterior introrsum simul respiceret, quam obliquitatem & superficies, & extremitates necessario sequebantur. Insuper tam laxe proximis inhaerebant partibus, ut quaquaversum se agi quam facillime paterentur.

II. Epididymis posteriorem testis marginem occupabat, a vertice ad basim, in arcus speciem flexa, descendens: ejus caput superiora tenebat, cauda vero inferiora, quae postea in canalem deferentem abibat. Multo major erat epididymis, caeteris paribus, in foetu, quam in adulto, & testiculo laxius, & longius appensa.

III. Quo certior fierem, utrum intra peritonaei saccum, an extra testes ponerentur, eam membranam a cunctis, quibus adhaeret, partibus sejunxi, integramque cum inclusis visceribus extraxi: in eodem sacco reperti sunt & testiculi, interea dum renes, capsulae suprarenales &c. propria in sede extra peritonaeum permanserant. Quo experimento luce meridiana clarius apparuit, testes foetus intra peritonaei saccum contineri, ab eo amiciri, & capsulam habere eadem prorsus ratione, ac hepar, & lien.

IV. Vasa spermatica, ab aorta, vena cava, vel emulgentibus ex more orta, retro peritonaeum oblique ad latus flexuosa reptabant, ut testis posteriorem marginem peterent, ibique, per parvum hiatum a peritonaeo testem amplectente (III) relictum, se in ejus substantiam, ut & epididymidis immitterent: brevia erant propter breve ab eorum origine ad testiculos iter. Canalis deferens (II), & ipse retro peritonaeum situs, ab epididymidis cauda oblique in pelvim ad vesicae posteriora inter hanc, & rectum intestinum descendebat.

V. A testis extremitate inferiori corpus quoddam pyramidale, cujus basis erat superior, apex inferior, versus inguen pergebat, ut, disjectis fibris, partim in Falloppii ligamentum & musculi obliqui interni inferiorem oram, partim, superato obliqui externi annulo, in otium pubis latera, & scroti (quod

ea aetate (I) vix ullum est) imam partem se insereret. Corpus hoc, quod a praestantissimo Hallero *cylindrus*, vel *vagina cylindrica* (*a*), ab industrio, & diligentissimo Anatomico Huntero (*b*) *testis ligamentum*, vel *gubernaculum*, a clarissimo Girardi *basis* (*c*) nominatur, retro peritonaeum, non secus ac vasa spermatica (IV), progrediebatur. Quum enim a testis basi scalpelli acie hocce ligamentum separassem, nullo negotio peritonaeum, quod ipsi praetendebatur, integrum removere mihi licuit, reliquo ligamento propria in sede permanente.

VI. In utroque imi abdominis latere, e regione annuli abdominalis, ad latus internum *gubernaculi* (sic enim deinceps cum Huntero corpus illud pyramydale (V) nominabo), in omnibus foetibus cujuscumque aetatis, vel dum testes in regione lumbari sedent, ostium quoddam plus minus patulum in ipso peritonaeo nunquam non vidi, per quod, quum tenue specillum demitterem, in parvum oblongum saccum membranaceum aditus mihi erat, qui coeco fine ultra annulum in inguine, vel scroto desinebat. Ostium in abdomine eo magis patebat, quo longius a renibus testiculi descenderant (XII), & foetus enixui erat propior, minus, quo erat tenerior, & junior: in omnibus tamen vel quadrimestribus ostium, & huic continuatum sacculum observavi.

VII. Hujusmodi sacculum (VI) a vera peritonaei lamina ultra annulum extra abdomen producta formari inde adfirmo, quod nunquam peritonaeum integrum cum inclusis visceribus

---

(*a*) *De herniis congenitis* loc. cit. pag. 312.

(*b*) *De la hernie de naissance* lib. cit. pag. 18.

(*c*) Lib. cit. pag. 188.

extrahere potuerim (III), nisi, quum, remotis abdominis musculis, & scroto per longum inciso, sacculum ipsum reliquo peritonaeo appensum reliqui. Quotiescumque solummodo peritonaeum a musculorum transversorum superficie interna sejunxi, toties in peritonaei sacco e regione annuli foramina duo apparuerunt. Visne aliud hujus productionis argumentum certissimum? Abdominis anteriores parietes sub umbilico transversa linea ad ilia ducta incide, alia deinde perpendiculari linea a cartilagine ensiformi ad umbilicum ducta superiores portiones illorum parietum ad costas reclina, inferiores vero ad pectinem, & inguina; tunc, intestinis ad alterutrum latus submotis, testiculum psoae musculo incumbentem (I), volsella, vel summis digitis prehensum, sursum trahe, una adduces peritonaei cavum processum, ejusque in inguine ostium (VI) evanescet: contra gubernaculi apicem (V) eadem ratione prehensum per scrotum incisum retrahe, peritonaei cavus processus sequetur, ejusque ostium in abdomine rursus comparebit.

VIII. Neque in foetibus maribus tantum sacculos hosce cum peritonaeo continuos, & in ampla abdominis cavitate patulos (VI, VII) observavi, sed & in omnibus sequioris sexus foetibus a quarto usque ad octavum a conceptu mensem, quotquot examinavi, quidquid Hensingius (*a*), Hallerus (*b*), multique alii contra dixerint, Nuckium castigantes, qui primus dudum eos vidit, & *peritonaei diverticula* nominavit (*c*). Hi processus in puellis, quum scroto careant, postquam annu-

(*a*) *Disputatio inauguralis de peritonaeo* inter anatomicas disputationes ab Hallero collectas, & editas tom. I. pag. 355.

(*b*) *Commentar. ad Boerhaave instit. med.* tom. IV. part. I. pag. 157. nota 17.

(*c*) *Adenograph.* pag. 135.

lum abdominalem sunt praetergressi, in inguine ad pubis ossium latera finiunt, rotunda vero uteri ligamenta retro ipsos incedunt. Eosdem, ut ego, non semel viderunt (*a*) Camper, Girardi, & Palletta, eos etiam admittere videtur celeb. Heisterus (*b*).

IX. Quamvis propter partium in foetibus tenerioribus mollitiem, & exilitatem perdifficile sit oculis assequi, quaenam sit gubernaculi (V) natura, & fabrica; quum tamen ex Aristotele (*c*), multisque aliis historiae naturalis Scriptoribus didicissem, testes in erinaceo terrestri per totum vitae curriculum in abdomine condi, quomodo ibi se haberent, an gubernaculum adesset, quibusque constaret partibus, Hunteri exemplum sequutus (*d*), investigare volui. Inest profecto in erinaceo gubernaculum, aut quid simile; illudque evidenter observavi, a veri peritonaei plica a lumbis, & ab ossium ilium crista ad testium basin extensa effici. Plicam hanc membranaceam nonnulli carnei fasciculi comitantur, qui, a posteriori musculorum obliqui interni, & transversi ora secedentes, ad eamdem testium regionem tendunt, & cremasteris musculi vice funguntur.

X. Eodem pene modo rem se habere in humano foetu, ut ratio, & ipsa gubernaculi insertio, & origo (V) suadebant, sic accurata partium inspectione exploratum habui. Aperte enim in maturioribus foetibus, clariusque in infantibus unimestribus, vel bimestribus (XIII), iterum atque iterum vidi

---

(*a*) Libris, & locis citatis.

(*b*) *Compend. anatomic.* n. 206. pag. mihi 76.

(*c*) *De generat. animal.* lib. I. cap. XII. *de hist. animal.* lib. III. cap. I.

(*d*) *De la hernie de naissance* pag. 20.

a cremastere, & multa mucosa cellulositate effici, quod superest gubernaculi (XIV), priusquam testes, in inguine adhuc haerentes, ad imam scroti partem pervenerint. Rem clarius adhuc contemplatus sum in sene sexagenario, cujus cadaver elapso anno (1783) XVI Kalend. Januarii incidi. Imberbis fere erat, effoeminati, & mollis habitus: in eo scrotum parvum, & pene vacuum, penis exilis, brevis, & inter praeputii rugas conditus sic, ut clitoridis magnitudinem vix superaret: testiculus dexter in scroto, sinister in inguine haerebat, ubi *bubonocelen* simulabat. Ex hoc sinistro latere peritonaei processus, qui adhuc erat cavus, ejusque ostium in abdomine patulum, in ipsum scrotum ultra testiculum extendebatur, nullaque adhibita vi specillum per totam ejus longitudinem demittebam. Gubernaculum, quod exteriora, & posteriora processus tenebat, in scroti imam partem se inserebat, & a cremastere, copioso cellulari textu, & aliqua aponeurotica expansione, a femoris vagina, & a musculo obliquo externo proveniente, evidentissime formabatur.

XI. A cremastere musculo, sursum ad testem in lumbis haerentem flexo, effici gubernaculum ipse conjectaverat Hunterus (*a*), nullo vero experimento rem in homine se observare potuisse ultro fatetur. Girardi apud Parmenses Anatomes Professor cremasteris plerasque fibras ad testem pergentes dilucide observavit (*b*), a quibus, ut & a peritonaeo, a multo mucoso textu, & aliqua tendinea exilitate gubernaculi fabricam

(*a*) *De la hernie de naissance* pag. 19. & 20.

(*b*) Lib. cit. pag. 195.

deducit, cavumque esse negat. Eadem omnia, quae Girardi, duobus post annis vidit Palletta, qui Mediolani Chirurgiam multa cum laude facit. Quum vero gubernaculum maxima ex parte cavum sibi videre visus sit, per mediam illius cavitatem *album stipatum funiculum* a testis basi ad os pubis descendere adfirmat (*a*). Verum experimenta, quibus Palletta gubernaculi caveam probari censet, nil aliud probant, quam aërem in cellulosum textum cremasteris comitem se impulisse, per eumdemque textum ab annulo ad aliquam gubernaculi altitudinem specillum penetrasse: *albus* autem *stipatus*, & *planiusculus ille funiculus*, *diversus omnino a cellulari communi*, *qui uno fere filamento in os pubis superius*, *duobus vero*, *tribusve in inferius os implantatur*, nil aliud, ut opinor, est, quam fasciculus aliquis carnosus ipsius cremasteris a pubis osse ortus, vel quaedam tendineae fibrae a femoris vagina aberrantes.

XII. Testes, qui primis graviditatis mensibus renes fere contingunt, paullatim ab illis recedunt, & versus annulum progrediuntur, dein subeunt peritonaei cavos processus, qui eos, ita dicam, aperto ore exspectant, tandemque ultra annulum progressi in inguine aliquamdiu consistunt, ut ad extremum in scrotum devolvantur. Per totum hoc iter, quod lento admodum gradu perficitur, semper intra peritonaei saccum continentur, ab eoque capsulam habent, eamdem videlicet, quam habuerunt ab origine juxta renes haerentes (III): loci fit tantum mutatio.

XIII. Nullam sibi natura constantem legem indixit circa tempus, quo testium descensus absolvitur; in quibusdam

---

(*a*) Lib. cit. pag. 16. & 17., 20. & 21.

enim foetibus ocius, in aliis serius in scrotum prolabuntur: octimestres, & novimestres foetus, immo unimestres, & bimestres infantes secui, in quibus ab uno tantum latere, vel ab utroque testes adhuc in abdomine, vel in inguine haerebant, alias in ipsis septemmestribus foetibus jam in scrotum pervenerant. Meae tamen observationes cum clarissimorum virorum Hunteri, Arnaud, Girardi, aliorumque observationibus conveniunt, quibus constat, testes plerumque in octimestribus foetibus in scrotum esse prolapsos, raroque maturos foetus in lucem edi inani adhuc scroto. Nullum habuit asseclam Venette (*a*), qui octavo, vel decimo a nativitate anno eos demum descendere adfirmat.

XIV. Qua proportione testes descendunt, eadem elongantur spermatica vasa, & eo minore flexu gradiuntur (IV). Canalis vero deferens eo magis, magisque transverso, & serpentino ductu progreditur, quo magis testes, adhuc in abdomine latitantes, a lumbis recedunt, ad annulum accedentes. Testibus autem in scrotum prolapsis, elongatur & ipse, quique antea a teste intra abdomen posito descendebat (IV), vel transverse reprabat, nunc a scroto primum ascendit, ut pubis summam oram attingat, inde in pelvim descendit, ut seminales vesiculas petat. Peritonaei processus, qui testiculum recepit, magis magisque in scrotum producitur a gubernaculi vi, & ab ipsius testis pondere, unaque producitur scrotum, quod parvum antea, vixque erat conspicuum (V). Sed gubernaculum, quo propius testis ad imum scrotum

(*a*) *Tableau de l'amour conjugal* part. I. chap. I.

accedit, eo brevius fit, nullumque amplius apparet, ubi testis eo pervenit.

XV. Quonam vero se recepit gubernaculum nunc inconspicuum? Ut huic satisfaciam postulato, nova rerum, quae se se nunc offert, facies prius est attendenda. Testes in lumbis haerentes duplici tantum continebantur tunica, capsula scilicet, quam a peritonaeo, ut viscera chylopojetica, eos diximus habere (III), & interiore altera sui generis membrana, propriam testis substantiam, nullo interjecto corpore, amplectente. Postquam vero in scrotum sunt devoluti, quatuor amiciuntur velamentis, praeter scrotum, & darton. Ex his exterius a Graecis *tunica erythroides* ob colorem rubrum, quem prae se fert appellatur, alterum a Graecis *tunica elythroides*, a Latinis *vaginalis* nominatur, quia testem tamquam in vagina conditum comprehendit: tertium *tunica albuginea* a colore dicitur: quartum, veteribus incompertum, adhuc nomine caret.

XVI. Erythroides tunica est ipsum gubernaculum inversum. Cremaster enim, cellulosus, vel potius mucosus textus, & tendineae fibrae, a quibus gubernaculum componi superius ostendi (IX, X, XI), quo gradu testis a lumbis versus annulum devolvitur, eodem in scrotum incurvantur, & descendunt, quantumque longitudinis eidem gubernaculo in abdomine demitur, tantumdem in scroto adjicitur. Ubi vero testes, annulo, & inguinibus superatis, in scrotum pervenere, ideo gubernaculum eo brevius fit, quo magis ad imum scrotum testes accedunt, tandemque penitus evanescit (XIV), quia, quamvis quantum longitudinis tunc amittit inter testium basim, & imum scrotum, tantumdem acquirat inter inguen, & testem, quum tamen partes ipsum constituentes nunc non amplius

curvae, sed rectae, aliaque sub specie appareant, sub *erythroidis tunicae*, vel potius *cremasteris* nomine vulgo sunt cognitae. Quandoquidem cremaster nunc per annulum cum spermatico funiculo exit, dumque in scrotum producitur, applicat se primum ad exteriorem partem ejusdem funiculi, dein, se paullatim magis, magisque dilatando, eumdem magis, magisque complectitur, ut tandem circum testem se explicans, carnosis fasciculis in tendineam exilitatem mutatis, undique eum comprehendat. Gubernaculum igitur vere nunc est inversum; ejus basis, quae prius erat superior (V), nunc est inferior, & vice versa apex est superior, qui antea erat inferior. Hinc ratio apparet, cur erythroides tunica a vaginali facile undique separetur, si imam testis partem demas, ubi eidem stricte admodum adhaeret; ibi enim eadem ratione jam adhaerebat gubernaculi basis, dum testes adhuc in abdomine condebantur.

XVII. *Elythroides*, seu *vaginalis tunica* (XV) est idem ipse peritonaei cavus processus in abdomine patulus, qui testem excepit (XII). *Albuginea* (XV) est eadem peritonaei propago, seu capsula, quae testem in lumbis haerentem jam vestiebat (III), ideoque cum vaginali continua. Intima vero testis tunica, nominis expers (XV), ipsa per se existit, suique generis est membrana, nullam cum albuginea, neque cum vaginali communem originem habens, tenuis, alba, multis sanguineis vasis inscripta; quae inter eam, & propriam testis substantiam serpunt: qua spermatica vasa in testem, & epididymidem se immittunt (IV), multis est haec tunica pertusa foraminibus, ut liberum eisdem vasis aditum praebeat.

XVIII. Ex hisce observationibus (XV, XVI, XVII) cuique patet, primo quatuor esse, non vero tres tantum, ut vulgo

docent, testium tunicas; deinde tunicarum albugineae, & vaginalis unam, eandemque esse originem a vera peritonaei lamina repetendam. De tribus primis tunicis nullo non tempore constitit inter Anatomicos: erythroides a Celso *summa*, elythroides *media*, albuginea *ima* nominatur (*a*). Quartam primus indicavit Molinettus (*b*), confirmavitque experientissimus Morgagni, dubius tamen, utrum peculiaris tunica, an albugineae interna lamina esset appellanda; sibi enim *haud semel contigisse*, ait, *ut albugineam facili*, *& aequabili divisione in duas membranas*, *seu mavis laminas distraheret*, *quarum intima tenuior erat* (*c*). Clarissimi vero Lobsten (*d*), & Girardi Morgagni discipulus (*e*) veram esse per se tunicam a superinducta altera membrana cum vaginali continua omnino diversam extra omnem dubitationis aleam posuerunt (*f*).

XIX. Et sane si vaginalis tunica aliquot dies in aqua macerata aperiatur, dein duae ejus portiones dextera, & sinistra, qua epididymidem investiunt, deorsum in diversa trahantur, epididymis tota facile deglubitur, nec minori facilitate per eamdem tractionem totus deglubitur testis, secedit enim albuginea tunica a subjecta altera intima, quae proxime testem comprehendit, quum eidem laxe adhaereat per simplicem cel-

(*a*) *De medicina* lib. VII. cap. XVIII.

(*b*) *Dissert. anatom. patholog.* dissert. VI. cap. IX.

(*c*) *Adversar. anatom. IV. animad. I.* pag. 3.

(*d*) *Apud Hallerum element. physiolog. corp. human.* tom. VIII. part. II. pag. 208

(*e*) Lib. cit. pag. 200. Idem sentit Georgius Arnaud, qui Hunteri libellum *de herniis congenitis* gallicum fecit, notisque illustravit, ut apparet ex nota (*b*) pag. 2.

(*f*) Notandum tamen omnes *albugineae* nomine insignire non tertiam testium tunicam, seu peritonaei capsulam, sed intimam hanc quartam; verbis igitur tantum, non re discrepamus.

lularem textum. Idem experimentum succedit & in testibus non maceratis, maxime in infantibus. In teste sic denudato remanet nunc sola intima tunica, quae, postquam totum ejus corpus laxe admodum vestiit, a teste ad epididymidis caput ascendit, ut & ipsam epididymidem comprehendat. Qua parte ascendit haec tunica ad epididymidem, ea tantam cum testis substantia contrahit adhaesionem, ut nullomodo separare queas: nullibi vero intra testis pulpam septa demittit, quibus totam ejus molem in cellulas dividi, haud vulgares tradunt Anatomici.

XX. Vaginalis tunicae a vero peritonaeo origo, ejusque cum albuginea continuatio tam clare in infantibus recens natis intuenti patent, ut mirum videri possit, id a quoquam esse negatum, nisi mutationes, quae in hisce partibus in homine nato contingunt, attendantur. Vaginalis tunica per totam suam longitudinem cava, & in abdomen hians pergit esse per unam, vel alteram hebdomadem, postquam maturus foetus in lucem exiit. Vix vero testiculus in imum scrotum pervenit, quum illius tunicae collum, ejus videlicet pars, quae ab epididymide ad annulum adsurgit, angustius fieri incipit, brevique tempore ejus parietes adeo inter se glutinantur, ut vigesimo, vel trigesimo a partu die, serius ocius, ejus cavitas, ipsumque ejus in abdomine ostium claudantur, & obliterentur. Nulla tunc amplius via patet, quae ab abdomine in vaginalem testiculi tunicam ducat, nullumque aliud antiquae caveae vestigium superest, praeter levem illam intercapedinem, quae inter albugineae superficiem externam, interque internam illius portionis vaginalis, quae testiculum ipsum cum epididymide continet, semper remanet. Quum igitur post hanc glutinationem

peritonaei processus in scrotum dilucide non amplius appareat, nil mirum, si anatomici tunicae vaginalis originem haud amplius agnoverint, circaque eam in diversas iverint sententias.

XXI. Pristinae tamen fabricae & in adultis non obscura attendenti se offerunt indicia. In peritonaei superficie interna e regione annuli, eodem in loco, ubi in foetu vaginalis tunicae ostium hiabat, foveola, vel rugosa quaedam cicatricula ut plurimum observatur, ne ipsi invisa Hensingio (*a*), quae ab ipsius ostii coalitu remanet, nec rarior anterior ora illius foveolae lunata, semilunaris valvulae ad instar, apparet. Ab hac cicatricula, vel foveola habenula quaedam membranacea, peritonaeo continua, & ab ejus cellulari textu, qui spermaticum funiculum comitatur, prorsus diversa, ab inguine in scrotum ante eumdem funiculum descendit, ut in vaginalem texticuli juxta epididymidem finem faciat (*b*). Hanc habenulam ipsummet esse vaginalis tunicae collum prius cavum, nunc clausum, ille facile intelliget, qui hoc fecerit experimentum: habenulam a funiculo separatam, adhuc vero superius peritonaeo, inferius testis vaginali connexam deorsum trahat, una adducet peritonaeum, magisque deprimetur memorata foveola, vel cicatricula. Huc accedit, quod peritonaeum undique a parietibus abdominis anterioribus, interpositis digitis, vel scalpelli manubriolo, integrum sejungere sat facile norunt prosectores; e regione vero annuli, ubi illa incipit habenula, scalpelli acie opus est.

(*a*) Loc. cit.

(*b*) Hanc habenulam eleganter describit, quamquam ejus originem ignorarit, clar noster Bertrandi, praeceptor meus aeternum colendus — *Laxitas, & amplitudo cellularum vaginalis spermatici funiculi suffulciuntur lata plana tela* (inquit ipse *Acad. Roy. de Chirurg.* tom. III. pag. 91.)

Si digitis avellere conantur, nunquam non laceratur. Quam peritonaei rupturam, hance membranam administrando, quum difficulter evitare possent, ejus tenuitati tribuebant majori, ut autumabant, hic loci, quam alibi; verius peritonaei appendici ad testem productae tribuissent, quae, utpote membranacea, eadem facilitate, ac cellularis textus, se avelli non patitur.

XXII. Quid si, aliqua adhibita arte, tunicae vaginalis collo primigeniam caveam, quam in fœtu habet, restituere valeamus? Id fieri posse, mente quidem concipiebam, nullo vero eram fretus experimento, quo adfirmarem. Quum autem testium tunicas aliquando post longam macerationem incidens, observassem aërem a testis vaginali multo altius versus inguen penetrasse, quam in testibus non maceratis penetrare soleat, experiri in mentem mihi venit, an macerationem diutius protrahendo, totum, quantum est, vaginalis tunicae collum, ipsumque illius ostium in abdomine aperire mihi liceret. Res ad votum successit. Post 12, vel 15 dierum in aqua macerationem, semper illud ostium rursus aperitur, ab eoque aër per totam vaginalem, ut & a vaginali in abdomen nullo negotio impelli potest. Idem experimentum in infantibus, immo & in adolescentibus, nulla praehabita maceratione, quandoque mihi successit.

XXIII. In omnibus veterinis pecudibus, uno forsitan elephante excepto (*a*), immo in omnibus fere quadrupedibus *calidi*, ut ajunt, *sanguinis*, dum adhuc matris utero conduntur, testiculi, ut in humano fœtu, in abdomine jacent, eodemque

(*a*) Aristoteles *de histor. animal.* lib. II. cap 1.

tempore postea in scrotum descendunt: hoc unum interest, quod in illis vaginalis tunicae meatus semper pateat, & nunquam ne post partum quidem, immo nec postquam adoleverunt, claudatur: per totam vitam peritonaei ostium hians, ovatum, & rugosum apparet in inguine, per quod si specillum demittas, in imam vaginalem nullo negotio pervenies, & vice versa, si per scrotum, & vaginalem specillum sursum impellas, in abdomen haud minus facile penetrabis. Alio in opere (*a*) rationem, qua equorum castratio a veterinariis vulgo administratur, tradidi. In equis ea ratione castratis fere semper aliquid epididymidis post demtos testiculos remanet. Si, aperto abdomine, sursum peritonaeum dücas, una adduces in abdomen vaginalem tunicam, & epididymidem, & procul dubio in equis non castratis ipse testis in alvum hac administratione refunderetur, nisi testis moles, & annuli angustia obstarent, quemadmodum facillime refunditur in sorice, & in mure domestico (*b*), quorum annuli abdominales, & vaginalis tunicae ostia maxime patent. In castore Zibethico (*le rat musqué du Canada*) testiculi per hyemem in abdomine latent, per aestatem autem ad anum descendunt, sicque bis in annum alterna fit sursum, deorsumque superius proposita cremasteris conversio (XVI), ut adnotavit celeber. Sarrazin, a quo foetidissimi illius animalis accuratam habemus anatomen (*c*).

(*a*) *Trattato delle Razze de' Cavalli* part. III. cap. II. pag. 365.

(*b*) Monro *de testibus, & semine*.

(*c*) *Mém. de l'Acad Roy. des Scienc. de Paris ann.* 1725. pag. 323.

XXIV. Vere igitur veteres Anatomici, Galeno duce (*a*), uno ore adfirmarunt, vaginalem testium tunicam a vero peritonaeo produci: in eo autem errarunt, quod, quum bruta animalia fere sola inciderent, eam cum abdominis cavea patulo, perpetuoque ostio communicare perhiberent, quod utique verum est in plerisque quadrupedibus (XXIII), & in ipso humano foetu, neutiquam vero in nato homine (XX). Quinimmo ne post instauratam quidem hominis anatomen communis error desiit, quum in Gabriele Falloppio (*b*), in ipsoque inveniatur Vesalio (*c*), qui tam acriter Galenum arguit, ob simiarum fabricam ad hominem traductam (*d*).

XXV. Cornelius tamen Celsus, uno cum dimidio ante Galenum saeculo, mediam testium tunicam (quae nobis est vaginalis (XVIII)) *ab inguinibus incipere* (*e*), *& cum imo abdomine committi* (*f*), proponens, ut illius tunicae a peritonaeo originem indicare, sic addens, *enterocelen*, & *epiplocelen* inde oriri, quod *rumpitur tunica*, *quae diducere ab inferioribus partibus intestina debuit* (*g*), eam nullo cum abdomine ostio communicare, perspectum habuisse videtur; siquidem Galenus illas hernias fieri docet, *quum omentum* (idem dicendum de intestino) *meatui ad scrotum descendenti incidit* (*h*). Quum

(*a*) *De anatom. administr.* lib. VI. cap. XIII. -- *de semine* lib. I. cap. XV. -- *de usu part.* lib. XIV. cap. XIII.

(*b*) *Institut. anatom.* pag. mihi 9.

(*c*) *De humani corpor. fabr.* lib. V. cap. II., & XIII.

(*d*) In praefat. ad *human. corpor. fabric.* & in toto opere, praecipue vero in *Epistola de radic. chyn. decocto.*

(*e*) *De Medicina* lib. VII. cap. XVIII. pag. 456. lin. 16.

(*f*) Ibid. pag. 460. lin. 22.

(*g*) Ib. p. 456. l. 21. *tum pondere eo devolvitur aut omentum, aut etiam intestinum; atque ibi reperta via, paullatim ab inguinibus in inferiores quoque partes missum, subinde nervosas tunicas (vaginales) ob id, quod dixi, patentes, diducit.*

(*h*) *De anatom. administr.* lib. VI. cap. V.

vero nemo (quod sciam) ad haec Celsi verba attenderit, hinc Galeni doctrina, ut quod ad hernias pertinet, sic quod ad anatomen, usque ad medium XVI saeculum, & ultra praevaluit. Nonnulli, inter quos Hallerus (*a*), ex eo, quod Nicolaus Massa, longaevus senex, de re medica, & anatomica optime meritus, saepe se peritonaeum excoriasse, integrumque cum inclusis membris extraxisse, asserat (*b*), arbitrati sunt a Massa peritonaei ad inguina ostia esse negata; verum Massa apertis verbis docet, *vasa spermatica transire ad testem per foramen didymi* (*c*); *didymum* autem nominat peritonaei productionem, *quae descendit in scrotum, seu bursam, & testes continet* (*d*), scilicet eorum vaginalem tunicam. Jacobus Sylvius, vulgo Dubois, acerrimus contra Vesalium Galeni defensor, qui Anatomen Parisiis publice docebat eodem tempore, quo Massae liber prodiit, primus potiori jure peritonaei foramina in homine negasse diceretur; ait enim: *nullum foramen erat* (in Lapicida a se secto) *a capacitate ventris ad scrotum, sed peritonaeum e regione meatus, quo descendunt vasa, erat integrum: vasa sub hoc tecta descendebant cum peritonaei portione* (*e*), nisi ejus *Isagoge anatomica* a morte viri solum anno 1555 edita fuisset, nisique annum indicare praetermisisset, quo illius cadaveris sectio a se fuerat instituta. Quamobrem Joanni Fernelio viro, qui medicis potius, quam anatomicis

(*a*) *Method. studii medic.* tom. I. pag. mihi 449.

(*b*) *Lib r introductor. anatom.* (Venet. 1536 in 4) cap V. fol. 13 *b*

(*c*) Cap. XIX. fol. 32 *b*

(*d*) Cap. V. fol. 13 *b*, & cap. XX. fol. 36 *a*

(*e*) *In variis corporibus secandis observata* ad calcem *Isagoges anatomicae*. fol. mihi 70 *a*

scriptis inclaruit, quique, patriam cum Sylvio communem habens, eodem tempore, alio tamen in Collegio, minorique cum plausu Parisiis & ipse publice docebat, laus in integrum remanet, quod primus post Celsum nusquam peritonaeum perforari observaverit. Quo tempore vero unum ex hominis Anatome expunxit errorem, graviorem alterum (quáe est humana imbecillitas) invexit, quippequum expressis verbis docuerit, *alteram peritonaei tunicam* (veram scilicet ipsius laminam) *os pectinis non conscendere, sed ventris coërcitam finibus illius dumtaxat interiora complecti, & ambire (a).*

XXVI. Idem paullo ante laudatus latinus Hippocrates cellulosum funiculi spermatici textum, ut nunc vocant, a cremastere, & vaginali tunica abunde distinxit: *multae membranulae* (inquit ipse *(b)*) *venas, & arterias (* spermaticas*), eosque nervos (* canales deferentes*) comprehendunt, atque inter duas quoque tunicas superioribus partibus tenues, patulaeque sunt;* multoque clarius Galenus (quod etiam animadvertit Palletta (*c*)) duas Peritonaei in scrotum productiones descripsit, alteram cellularem, *ut sit indumentum vasorum, quae testes nutriunt,* alteram cum vera peritonaei lamina continuam *ad meatus* (videlicet tunicae vaginalis) *generationem* (*d*), diserteque proposuit, spermatica vasa retro peritonaeum, retroque tunicam vaginalem ad testes descendere. Qui vero sit factum, ut Ve-

---

(*a*) *De physiologia, seu naturali Medicinae parte* lib. I. cap. VII. Hoc opus condebat Fernelius anno 1536., prodiit vero tantum anno 1542 Paris. in fol. Haller editionem indicat anni 1538, caeteris Bibliographis invisam.

(*b*) *De Medicina* lib. VII. cap. XVIII. pag. 456 lin. 3

(*c*) Pag. XXVI, & XXVII.

(*d*) Galen. *de anatom. administrat.* lib. VI. cap. XIII, quae Galeni postrema verba minus recte interpretatur Palletta loc. cit.

salius (*a*), & ii ipsi, quotquot se Galenum sequi professi sunt, solos si demas Jacobum Sylvium (*b*), Ambrosium Paraeum (*c*), & alios perpaucos, intra illam tunicam recipi, & contineri spermatica vasa, usque ad initium hujusce saeculi firmissime asseverarent (quod in homine tam falsum est, quam quod falsissimum), paullo inferius (XXXVII) ostendemus. Depulsi erroris, qui herniarum curationi diu nocuit; principes auctores extiterunt Duverney, Douglass, Winslowus &c.

XXVII. Quum Fernelli doctrina (XXV) paullatim in scholis nusquam non reciperetur, nullusque peritonaei in scrotum processus admitteretur, praeter ejus cellulosam telam, quae vasa spermatica usque ad testiculos comitatur (XXVI), altera aeque falsa, nec minus late recepta invaluit opinio, quae testium tunicae vaginalis originem ab ipsa cellulari peritonaei tela, spermaticum funiculum comitante, deducit, ab eoque tempore duae vaginales tunicae factae sunt, altera funiculum comprehendens, altera testem. Quumque duas hujusmodi tunicas, quarum una eademque credebatur origo, inter se nullo modo communicare viderent (flatus enim in unam impulsus in alteram non penetrabat, neque hydroceles funiculi cum testis vaginalis hydrocelibus quidquam commune habebant) septum nescio quod sibi effinxerunt, auctore in primis Winslowo (*d*) quod, ad epididymidem inter testem, & funiculum interpositum, vaginales tunicas separaret sic, ut ne ipsi quidem flatui via pateret: alii vero vaginalem testis tunicam interius tenui,

(*a*) *De human. corpor. fabr.* lib. V. cap. XIII.

(*b*) Loc. cit.

(*c*) *De l'Anatomie* chap. XXVII.

(*d*) *Exposit. anatom. du corps humain, traité du bas ventre* n. 518.

laevique membrana obtegi, nullo proposito experimento, arbitrabantur. Verum quam vana haec sint, quamque erronea, praeter superius allata evidentissima argumenta (VII, XVII, XXI, XXII), quae palam rem faciunt, sufficiat, te Auctores legisse, qui utramque vaginalem tunicam a celluloso peritonaei textu derivant; miraberis quam sint obscuri, quam parum sibi constantes, scriptores alias perspicui, sibique semper similes; unum pervolve Winslowum (*a*), vel Hallerum (*b*), mecum sane convenias, velis nolis, necesse erit. Prudenter admodum, cauteque se gessit Morgagni, qui quum de harum tunicarum origine verba faceret, nec forsitan utra sententia sibi esset amplectenda, satis adhuc experimentorum haberet, litem seponere maluit (*c*).

XXVIII. Identidem tamen non defuerunt, qui de tunicae testium vaginalis a peritonaei celluloso textu origine, quamvis in vulgus recepta, dubitarent. Inter hos prae caeteris excelluit Cl. Tabarrani, apud Senenses Anatomes Professor, verissimeque observavit, funiculi spermatici cellulosam vaginam super ipsum testem se se expandere cremasterem inter, & vaginalem testiculi, ideoque, si aër in vaginalem funiculi sufflетur, sibi per exteriorem testis superficiem inter erythroidem, & elythroidem viam facere, non vero in ipsam elythroidem, ex quo concludit, postremam hanc tunicam a funiculi vaginali diversam habere originem, & quamvis eam a vera

(*a*) Loc cit. a n 514. ad 518.

(*b*) *Element. physiolog. corpor. humani* tom. VII part. I. pag. 420.

(*c*) *De sedib. & causs. morbor.* epistol. XLIII. n. 8.

peritonaei lamina procedere, ignorarit, sensit tamen omnium primus unam, eamdemque esse cum albuginea tunicam (*a*). Medio vero ineunte hoc saeculo, extra omnem dubitationem positum est a saepius laudatis clar. Viris Pott, Hunteris fratribus, Camper, Girardi, & Palletta, vaginalem testium tunicam reapse a vero peritonaeo ortum ducere, perviam esse in foetu, & in abdomine patulam, ejusque ostium, & collum brevi post partum tempore glutinari; plerique tamen etiam classici, & recentissimi Scriptores antiquam sequuntur doctrinam, neque haec anatomica veritas tam late est cognita, quam e re medica esset. Ipse praeclarissimus Hallerus, qui suis *de herniis congenitis* editis observationibus caeteris viam ad veritatem stravit, praeconceptam opinionem (quod mireris) nunquam deposuit, & vaginalem testium tunicam a funiculi vaginali, seu a peritonaei cellulari textu deducere perrexit, quo fundamento innixus infra videbimus (XXXI).

(*a*) *Atti dell'Accademia di Siena* loc. cit.

PARS ALTERA

PHYSIOLOGICA, ET PATHOLOGICA

In prima hujusce dissertationis parte testium, dum in abdomine sedent, intra peritonaei saccum positus (III), tempus, quo in scrotum devolvuntur (XIII), tunicarum, quibus continentur, postquam in scrotum sunt devoluti, quaternarius numerus (XV), vaginalis, & albugineae a vera peritonaei lamina origo (a n.° XVII. ad XXIII), indubiis, & inconcussis, nisi mea me fallit opinio, argumentis sunt vindicata: restat, ut expediam, qua vi, quo duce, & quanam ratione testes a lumbis in scrotum devolvantur; cur vaginalis tunicae collum & ostium tam cito claudantur in homine (XX), in quadrupedibus vero perpetuo pervia maneant (XXIII); & postremo quae utilitas, quis usus in Medicina facienda propositarum observationum esse possit, *nisi* enim *utile est*, *quod facimus*, *stulta est gloria*. Multa & hic intercurrent anatomica; verum quid aliud est Physiologia, nisi animata anatome? quid certi tibi suppeditabit Pathologia, si ab anatome recesseris?

XXIX. A musculorum respirationi inservientium actione in scrotum urgeri testes, nemo sane sibi persuadebit, perpendenti, eos jam in scrotum, vel saltem in inguina fere semper esse prolapsos, antequam respiratio incipiat (XIII). A proprio pondere, & vi irruentis sanguinis eos deduci, neque hoc est probabile, quum ab iisdem causis non deducantur hepar, aut lien, viscera multo ponderosiora, atque a majori sanguinis vi pulsata, quam testes. Reliquum est, ut videamus, an a gubernaculi, cremasteris nempe actione de-

duci queant. Hunterus, & Palletta ne ipsi quidem cremasteri id tribuendum, putant, ille, quod caussam non inveniat, cur per eamdem cremasteris actionem testes non descendant in erinaceo (IX), & in quibusdam aliis quadrupedibus (XXIII) (*a*); Palletta vero, *quod ille musculus tenuissimus*, *mucosus*, *contractionis incapax in foetibus sit* (*b*); quapropter *contractilitati*, *vi nempe telae cellularis propriae*, *quae intra cylindri caveam serpit*, *praecipue autem funiculo albo*, *stipato a se descripto eam actionem tribuendam* censet. Quum autem vis contractilis omnino absit a cellulari tela, *funiculumque album stipatum* a Palletta descriptum nil aliud esse, quam ipsum cremasterem, superius demonstraverim (XI), facile illi dederim ab hocce suo funiculo deduci testiculum; dummodo pro cremastere ipsum mecum habeat.

XXX. Atque equidem cuinam parti potiori jure testis descensum, quam cremasteri, tribuamus, non video, musculo scilicet, cujus adhaesio immobilis tunc temporis est inferior ad inguen, mobilis autem superior ad testem, quem, se se contrahendo, non deducere non potest. At, instant (XXIX), ad contractionem non est accommodatus in foetibus cremaster? Quidni ergo inertes pronuntiemus reliquos etiam in foetu musculos? Moveri tamen in matris utero foetum, & ipsae norunt mulierculae. Ut demus itaque debilem esse ea aetate propter ejus mollitiem cremasteris actionem, nulla tamen non erit; & nobis abunde sufficiens videbitur ad devolvendum testem, si animo attendamus, quam lento descendat gradu (XII). Si a proprio pondere, atque a vi irruentis sanguinis

(*a*) *De la hernie de naissance* pag. 32 (*b*) Lib cit pag. XX.

urgeretur testiculus, in pelvim potius, quam in scrotum urgeretur, illuc enim facile duceretur a canali deferente, quemadmodum illuc trahuntur testes muliebres ab uteri latis ligamentis (XXXIII); cremaster igitur ut deorsum trahit testem, sic ad annulum, & postremo in scrotum ducit, & dirigit, hinc *gubernaculi* nomen, quod illi Hunterus ab officio imposuit, retinendum duxi (VI). In erinaceo testiculi in scrotum non devolvuntur, primum quia scroto caret hoc animal, nec ullus adest inguinalis annulus, per quem eisdem aditus pateat: secundo quod cremaster, ut supra vidimus (IX), a musculis obliquo interno, & transverso in regione lumbali, & iliaca oritur, ex qua regione ad testium basim descendit; se se igitur contrahendo ad superiora potius, quam ad inferiora testes trahat, necesse est. Eadem probabiliter erit fabrica elephantis, caeterorumque animalium, quae scroto carent, & testes in abdomine conditos habent.

XXXI. Albertus Hallerus (quem semper honoris caussa nomino) quum ex primis observationibus, quas circa testium in foetu sedem, circa eorum descensum, eorumque vaginalem tunicam jam ab anno 1735, & in sequentibus instituerat, nondum clare res sibi liqueret (modo enim testes in cellulosa lumborum tela pone peritonaeum, modo in ipso peritonaei sacco poni, modo vaginam apertam, modo clausam, testibus adhuc in lumbis haerentibus, sibi videre visus est), dubius quaerebat (*a*): *an non in omni sano foetu testis sedet in ostio processus peritonaei in cylindrum cavam facti, quam ante se ex*

(*a*) *Observat. de herniis congenitis* inter *Opera minora* Loc. cit.

ipsa naturae lege urget? An non credibile est in sano foetu supremam partem ejus sacci depressam ab insequente teste ita extroverti, ut denique penitus inversa coecum finem suum supremum (*a*) *habeat?* Nuperioribus vero experimentis anno 1751, & 1752 habitis mentem confirmavit: & vaginalem tunicam, quam a peritonaei cellulari textu deducit, per verum foramen peritonaei adscendere, apertoque fine testem praestolari docet. *Testis igitur* (ipsissimis Halleri verbis utor) *qui prima in origine in abdomine sedet ......, paullatim in vaginalis tunicae infundibulum, sic porro in scrotum descendit, atque secum vaginalem tunicam deducit, donec extra peritonaeum sit, & peritonaeum, uti prius ei tunicae subjectum erat, eique circumnascebatur, ita nunc superpositum habeat.* Verum (pace tanti viri dixerim) ut omnia haec, quae docet, mihi sunt incomprehensibilia, sic anatome dedocet.

XXXII. Multo verisimiliora erant, quae in altero postulato Hallerus conjectaverat (XXXI); hinc a perspicacibus viris Campero (*b*), Girardi (*c*), & Palletta (*d*) fere ut certa sunt usurpata; rationem enim, qua testes descendunt, sic concipiunt, & explicant: dum quavis de caussa contrahitur gubernaculum, *deprimitur idem, & invertitur, & vagina proinde formari incipit, quam testiculus ipse gubernaculum insequens jam jam subiturus est (e);* inde anterius praecipue circularem

---

(*a*) Mentem Auctoris non assequor, quum linguam, qua scriptae sunt, non calleam. nisi forte legendum sit *inferiorem*.

(*b*) Apud Hallerum *Element. Physiolog.* tom. VII. part. I. pag. 415. nota (*y*). Camperi dissertationes non legi,

(*c*) Lib. cit. pag 194.

(*d*) Pag. XL. & seq.

(*e*) Girardi Loc. cit.

foveam nasci contendit Palletta, quae eo magis augetur, quo magis gubernaculum abbreviatur; *quum vero praegresso gubernaculo, testis ipse jam infra foveae illius circularis marginem demersus est, nascitur in abdomine oblongum foramen, a quo meatus, seu cavea incipit, quae ad testis usque in scroto sedem ducit* (*a*). Haec, ut dixi, ut ut obscura, veri speciem utique haberent, nisi & ipsa ab Anatome refellerentur. Primum enim intra peritonaei saccum gubernaculum includi ponunt, quod retro eum omnino positum esse ostendi (V); deinde peritonaei ad inguina ostia negant, dum testes in lumbis haerent, quae vere adsunt (VI): ea vidit Hallerus (*b*), vidit Hunterus (*c*), vidi ipse haud semel, insunt in sequioris sexus foetibus (XIII), quamvis per ea nihil transeat.

XXXIII. Quapropter, re diu, ac diligenter pensitata, ut simplicius, sic verius testium in scrotum descensum ob oculos mihi ponere videor, qui, quum peritonaei cavum processum extra abdomen in inguen productum, jam videam, priusquam testes a lumbis dimoveantur, per simplicem loci mutationem (XII), & peritonaei extensionem, eos devolvi censeo: huic descensui favet eorumdem proximis partibus laxissimus nexus (I), interiorisque abdominis membranae natura sequax, & ad maximam extensionem accommodata: descendunt testiculi in foetu mare a lumbis in scrotum eadem plane ratione, qua testes muliebres, qui in foetibus psoae musculo, & vasis iliacis insident (*d*), in pelvim descendunt. Mecum sentire vi-

(*a*) Palletta Loc. cit.

(*b*) *Commerc. literar. noric. anno* 1735. hebdomade XIV. pag. 107.

(*c*) Loc. cit.

(*d*) Trevv *de different. foetus* fig. 75

dentur praeclarissimi Anatomici Pott (*a*), Hunteri fratres (*b*) &, quem plurimi facio, studio, ac doctrina praestantissimus Socius noster Cigna: *testes* (inquit ipse (*c*)) *in tenero foetu sub renibus in regione lumbari intra saccum peritonaei locati, progrediente gestatione in inguen descendunt...., inde vero per aperturam musculi obliqui externi abdominis patulam vaginam subeunt peritonaei productionem, & per eam in scrotum protruduntur: transmisso teste, hujus vaginae aditus, qui in bestiis quibusdam perpetuo apertus manet, in homine citius, tardiusve clauditur.* Quid clarius, quid brevius, quid verius dici potest?

XXXIV. Qui vero fiat, ut in homine vaginalis tunica tam cito claudatur, in quadrupedibus vero perpetuo cava, & in abdomen hians remaneat, multum est disputatum inter Physicos, & Anatomicos, & adhuc sub judice lis est. Nullam enim hucusque tam singularis, & constantis discriminis caussam in medium adduxerunt, quae faciat satis, & quaestionem penitus dirimat. Aliqui se eam ignorare, ingenue, ultroque fassi sunt; plerique a fine petitam caussam protulerunt, qua Naturam ajunt, herniarum inguinalium frequentiam sic praecavisse in homine, qui rectus incedit; quod periculum minus vel nullum erat in quadrupedibus, quae, quum prona incedant, raro (*d*), immo nunquam (*e*) hujusmodi herniis patent.

(*a*) *Oeuvr. chirurg.* tom. I. pag. 395.

(*b*) Lib. cit.

(*c*) In praelect. anatom. *de organis virorum genitalibus* art. I.

(*d*) Hunter pag. 32. Haller *Elementa Physiolog.* tom. VII. part. I. pag. 424.

(*e*) Graaf *de viror. organis generat. inservient.* pag. mihi 10. Moscati *delle corporee differenze essenziali, che possano tra la struttura de' bruti, e la umana* pag. 27.

Quadrupedia minus frequenter, quam homines, *bubonocele* tentari, certum est, tentantur tamen aliquando, cujus rei ut alienas, sic proprias observationes quamplurimas recensere possem. Verum esto, hunc sibi proposuerit Natura finem, quum hominis, & quadrupedum corpora condidit; reliquum semper erit, ut Physici inquirant, quonam artificio, qua partium diversa fabrica suum sit consecuta scopum.

XXXV. Ante omnia vero, qua vi vaginalis tunica claudatur in homine, disquirendum esse censeo. Mediolanensis Anatomicus saepius laudatus, *positum hominis verticalem apprime opportunum tunicae vaginalis coarctationi promovendae, ideoque hujusce positus beneficio ejus coalitum tribuendum esse existimat; in erecto forsitan homine, post testis transitum vasa spermatica, quae nunc recta pone peritonaeum migrant, & ductus deferens in arcus speciem flexus parietem ostii posteriorem anterius compellunt, dum anterior versus posteriorem ab epigastrica arteria repellitur.* Hactenus Palletta (*a*). Sed infantes primis a nativitate diebus fere semper cubant, vel matris ulnis secundum horizontem excipiuntur. Verticalis igitur hominis positus, quum vaginalis tunica intra mensem, ut tardius, claudatur, nihil ad ejus glutinationem facit: pervia perpetuo remanet in simia, quae humanum positum, & gressum fere semper imitatur. Nec multum ad eam glutinationem valere spermatica vasa, & epigastricam arteriam, nemo non videt, quum si quid in ea re valerent, eadem vi agerent in animali, seu erectum, seu cubans, seu pronum esset: adde, quod peritonaei cavus processus aeque clauditur in puellis, in quibus

(*a*) Pag. XXIII., & XXIV.

nec spermatica vasa, nec inest canalis deferens; contra pervius remanet in quadrupedum foeminis. Alii ostii coalitum affrictui columnarum tendinearum musculi obliqui externi, per quas vagina transmittitur, tribuunt. Cur vero glutinatur totum vaginae collum, quod illi affrictui non est obnoxium? Cur coalitus ab inferiore parte colli ut plurimum, non vero ab ipso ostio incipit?

XXXVI. Si in re tam obscura meum mihi, qualecumque sit, fas est interponere judicium, vaginalis tunicae in homine glutinationem cremasteris musculi actioni, & testis ponderi tribuendam esse censerem. Cremaster musculus, postquam testiculus in imum scrotum pervenit, vaginalem tunicam posterius primo, deinde etiam anterius, & undique comprehendit (XVI), ideoque se contrahendo, ejus parietes anteriores ad posteriores, ut applicet, necesse est, testis vero pondus eosdem parietes deorsum trahendo, ut magis magisque conveniant, tandemque ut inter se cohaereant, efficit. Vapor, qui a superficie externa tunicae albugineae, & ab interna ejusdem vaginalis perpetuo exhalat, in caussa est, cur duae hae tunicae eadem ratione, & ab iisdem caussis inter se non glutinentur. Ab ejusdem cremasteris actione coalescere & in puellulis Nunckii diverticula autumo: est enim & in mulieribus cremaster, & cavum peritonaei processum in puellulis recens natis complectitur, unaque extrema uteri ligamenta rotunda (*a*).

(*a*) Cremasteres in mulieribus a Falloppio (*observat. anatom.* pag. mihi 70.) dudum descripti, a multis negati, tandem a Winslovvo (*traité du basventre* n. 622.) restituti, quum rotunda uteri ligamenta comprehendant, in re venerea eadem trahere, uterum succutere, & ad conceptum haud parum facere videntur

XXXVII. Cur vero (inquiet aliquis) ab eadem cremasteris actione, & testis pondere aeque in quadrupedibus non glutinatur vaginalis tunica? Hujus discriminis ratio in ipsa partium fabrica residet, qua differunt quadrupedes ab homine. Quamvis enim in quadrupedibus aorta, & vena cava pone peritonaeum incedant, vasa tamen spermatica, & canalis deferens ab ipso peritonaeo undique comprehenduntur. Etenim peritonaeum amplas, laxasque plicas facit, quae, postquam intra propriam duplicaturam proposita vasa receperunt, testium vaginalem tunicam per ejus ostium in inguine patulum cum ipsis vasis subeunt, & ad testes in scrotum pergunt (*a*). Funiculus igitur spermaticus, qui in quadrupedibus reapse intra vaginalem tunicam recipitur, ut vera, & unica est caussa, quae hujus tunicae coalitum impedit, sic effecit, ut ab hac brutorum fabrica decepti Anatomici, eamdem quondam ad hominem traduxerint (XXVI). In quadrupedum foeminis observantur, ut in mulieribus (VIII), *Nunckii diverticula*, sed in illis etiam adultis perpetuo patula manent eo, quod intra propriam caveam recipiant rotunda uteri ligamenta, quae in mulieribus, ut diximus (VIII), pone ea diverticula incedunt.

XXXVIII. A praecognita propositarum partium fabrica, & mutatione multae deducuntur notiones, quae non paucas maximi momenti quaestiones medico-legales illustrare, multumque in ea Medicinae parte, quae manu curat, facienda conferre queunt. Et primum, quum haud raro eveniat, ut testis uterque etiam in adultis hominibus perpetuo in abdomine,

(*a*) Hasce peritonaei plicas optime describit in equo clar. Bourgelat amantissimus quondam praeceptor meus: Vide *Précis anatomique du Corps du cheval* pag. 352.

vel in inguinibus haereat (quos homines *cryptorchides* Graeci, *testicondos* Latini appellarunt), quaeri potest, an hujusmodi homines ad generationem apti, & ad matrimonium admittendi sint: potest uxor divortium petere: potest testicondus homo stupri foecundi accusatus sub *anorchidis* nomine, & ad generandum impotentiae se defendere. Sed quemadmodum Aristoteles (*a*) generatim animalia, quorum testiculi in abdomine conduntur, salacissima, & ad generationem aptissima pronuntiavit, idem de testicondis hominibus experientia confirmavit. Quid si, quamvis testes in scrotum sint prolapsi, eosdem ad inguen retrahere, vel & in abdomen refundere ad libitum, & retinere quis poterit? Qualem adolescentem observavit Felix Platerus (*b*). Nonne minus cautum, minusque expertum judicem decipere, falsumque ab eo judicium surripere ille poterit? Ea retractio locum habet in iis hominibus, quorum testiculi paullo serius e ventre in scrotum devoluti, mole parvi ut plurimum, e contrario abdominales annuli paullo sunt latiores, & vaginalis tunica adhuc in abdomine patens. Non rari observantur pueri, qui per ludum summis digitis testiculos in abdomen propellunt, qui iterum postea in scrotum sponte descendunt. Neque nulli sunt juvenes, qui amicae, immo nec cujuscumque venustae mulieris praesentiam sustinere haud possunt, quin eorum testes cum dolore ad inguen, vel & in abdomen retrahantur. De mure, & sorice jam diximus (XXIII). Idem experiuntur quotidie veterinarum pecudum castratores, qui post disjecta animalia diu expectare debent, & aliqua uti titillatione, priusquam testes

(*a*) *De generatione animal.* lib. I cap. IV. (*b*) *Mantissa observat.* pag. 47.

cum scroto manibus possint arripere; testes enim usque ad annulum retrahuntur. *In arietibus* (ipso jamdiu observante Graafio (a)) *saepe numero contingit, ut, quum juniores castrare tentant imperiti, compressione digitorum per processum peritonaei testes in cavitatem abdominis propellant, ubi ad finem vitae aliquando permanent.*

XXXIX. Quam facilius vero a sic proposita natura loci explicentur, noscantur, & curentur quamplurimi morbi, qui in naturalibus partibus circa testiculos oriri soliti manus opem postulant (quod erat secundo loco demonstrandum), illi norunt, qui, Chirurgiae historiam callentes, non ignorant, quam saepius testes in inguine haerentes pro *bubonibus*, vel *bubonocelibus* a minus attentis sint curati. Homo 40 circiter annos natus, vehementi febri, & ventris doloribus cruciatus, anno 1769 in Nosocomium D. Joannis hujusce civitatis recipiebatur (sic mihi perhumaniter narrabat Cl. Collega noster, mihique amicissimus Penchienati): morbi caussa inguinis dextri ramici tribuebatur, pro quo curando Chirurgus, postquam repetita digitorum pressione prolapsa viscera se in abdomen refudisse existimabat, duro, strictoque usus fuerat subligaculo: brevi miserrime obiit: in cadavere testis contusus, & necrosi affectus in abdomine reperiebatur. Plures hujusmodi dolendos casus recensere possem, ni satius ducerem, ne protinus crimen artis esse dicatur, quod professoris est, aliqua de herniis, & hydrocelibus congenitis delibare, quarum recondita natura tunc solum in apricum est

---

(a) *De viror. organis generat. inservientib.* pag. mihi 4.

prolata, quando vera tunicae vaginalis origo a nuperioribus Anatomicis est demonstrata.

XL. Eas *congenitas* hernias nominavit Hallerus, in quibus, quum proprio sacco careant, prolapsa viscera una, eademque vaginali tunica continentur, qua testiculi. Hujusce naturae sunt omnes herniae inguinales, & scrotales, quibus tentantur quadrupedia. Frequenter admodum iisdem sunt obnoxii infantes recens nati. Quum enim vaginalis tunica pervia adhuc in abdomine tunc sit (XX), in ipso partu a matris, vel & ipsius infantis nixibus, & post partum ab ingentibus vagitibus, vel a fasciis plus aequo constrictis facile intestina in illius tunicae hiantia ostia intrudi possunt. Hujusmodi hernias congenitas oriri posse & in adultis, seu quod vaginalis tunicae meatus a nativitate pervius remanserit, seu quod quacumque de caussa post coalitum rursus hiaverit, illustris Archiatri Britanni Zimmermann exemplum (praeter multa alia, quae brevitatis caussa silentio praetereo) satis, superque demonstrat (*a*). Quotiescumque Practici, hernias incidentes, intestinum, omentumve, aut utraque eodem cum teste sacco comprehensa invenerunt, rem minus intelligentes, eam explicare conabantur ab herniae sacco cum tunica vaginali testis propria coalito; quas membranas eo modo coalitas temporis progressu inflammari, suppurari, & tandem disrumpi, sicque communem saccum efficere conjiciebant. Sic interpretatur acutus, & perspicax Morgagni Hippolyti Bosci observationem, in qua pue-

(*a*) Vide Joan. Frider. Meckel *de morbo hernioso congenito*. Berolini 1772.

rum se vidisse, asserit (*a*), *enterocele* laborantem, *in quo manifeste inspexit, atque ostendit vaginam testiculo a peritonaeo factam, quae ita erat dilatata in suo exortu usque ad finem, & fundum, ut duo digiti facile ingrederentur. Crederem* (animadvertit Morgagni (*b*)) *forsitan perraro aliquo casu diruptas hinc imam sacci herniae partem, inde summam vaginalis tunicae in unum tubum coaluisse*. Nec alio modo explicat Joannes Ernestus Neubaver propriam *observationem anatomico-chirurgicam de epiplooscheocele, cujus receptaculum peritonaei mentiebatur processum, testem & epididymidem simul continentem (c)*. Quum autem Boscus in proposita observatione, id saepe se vidisse, & celeberrimis Medicis ostendisse, adfirmet, Morgagni *hallucinatum esse hominem, & eos qui aderant*, suspicatur, *extenuatione fortasse, & adhaesione utriusque tunicae cum inter se, tum ad testiculum tanta, ut hic extuberans intra saccum herniae, in eo omnino esse videretur*. Sed non est hallucinatus Boscus, vera ipse vidit, vera, qui aderant, veraque conjectavit sagax Meryus, qui in singulari sua ejusdemmodi observatione, ut quadrupedum plerisque, ita homini, de quo in illa agitur, testis vaginam a ventris cavo ad testem perviam obtigisse suspicabatur (*d*). Idem de Neubaver observatione sentiendum est.

XLI. In mulieribus inguinales herniae congenitae a vulgaribus herniis nulla nota differunt: processus enim peritonaei, qui prolapsa viscera recepit, sit ne naturalis, an praeter naturam, nec dignosci potest, nec ad curationem quidquam

(*a*) *De facultate anatom.* Lect. I. pag 9.

(*b*) *De sedib. & causs. morbor.* Epist. XLIII. n. 8.

(*c*) Jenae 1770. in 4.

(*d*) *Mémoir. de l'Acad. Roy. des Scienc. de Paris ann.* 1701. *observat. III.*

refert. Quum vero, observante Georgio Arnaud (*a*), in teneris puellulis inguinales herniae frequentiores sint, quam crurales, contrariumque evenire soleat in adultis mulieribus, hujus discriminis ratio petenda videtur a Nuckii diverticulis adhuc perviis in illis, occlusis in his, ideoque illarum herniae inguinales inter congenitas esse numerandae.

XLII. Pauca de herniarum congenitarum curatione monebo, quia a vulgarium curatione haud multum discrepat. Ut enim in vulgaribus herniis, quum intestinum, vel omentum in abdomen repellere nitimur, non nimis pertinaciter compressionibus est insistendum, ne prolapsa viscera, quae forsitan proximis partibus adhaerent, laedamus, eadem cautio, ac diligentia est adhibenda in herniis congenitis; ne una cum visceribus prolapsis testem contundamus, & pessundemus eo magis, quod nullis certis notis ante sectionem praenoscere valemus, utrum vulgaris, an congenita ea sit hernia, quam curaturi sumus: sic quotiescumque ad eam sectionem deveniendum sit, ea admodum caute, suspensaque manu peragenda est, ne testiculus ipse scalpello vulneretur. Quanti sit plena periculi ea vulgares hernias radicitus curandi via, qua, repulsis in abdomen visceribus, integrum saccum lino deligare, & infra vinculum abscindere jubent, ab aliis est demonstratum; sed, ut alias mittam rationes, quibus haec alligatura ab usu peritis Chirurgis jure, meritoque improbatur, per eam homini congenita hernia laboranti virilitatem adimi, quis non videt?

(*a*) In suis animadvers. ad Hunteri libellum pag. 8. nota (*a*).

XLIII. Ut Hallerus congenitas hernias dixit, quarum saccus a testis vaginali tunica efficitur (XL), sic experientissimus Pott (*a*), aliique *hydroceles* eas nominarunt *congenitas*, quarum aquae, eadem vaginali tunica contentae, cum ampla abdominis cavea communicant; in hujusmodi hydrocelibus, si tumor vel leviter digitis premitur, cedit humor, & a scroto in abdomen refunditur, ab eo vero in scrotum relabitur, statim ac tumor dimittitur. Hydrocelibus congenitis, quas nutrices pro *pneumatocele* vulgo habent, aeque frequenter patent, ob vaginalem tunicam adhuc in abdomine perviam, infantuli recens nati, ac diximus eos patere herniis congenitis (XL). Aliquando tamen & in adultis sunt observatae; quo in casu, etiam post illius tunicae coalitum, factas fuisse crederem, a nimio madore laxatis, & tandem exsolutis nexibus, & vinculis, quibus illa conferbuerat, quemadmodum a longa maceratione laxantur, & solvuntur in cadavere (XXII).

XLIV. Locus hic esset aliquid de variis hydrocelis speciebus, & de earum curatione dicendi, sed ne nimium ab Academiae instituto recedam, & ne longius vestra abutar patientia, hoc unum addam, raro quidem, quandoque tamen evenire, ut idem homo ab eodem latere duplici hernia laboret, altera vulgari, congenita altera, cujusmodi casus superiore anno in hominis quinquagenarii cadavere se se mihi obtulit; fieri quoque posse, ut in eodem homine, ab eodemque latere hernia vulgaris, & hydrocele congenita insint, qualem morbum curavit celeb. noster Penchienati.

(*a*) *Oeuvres chirurgic.* tom. II.

Haec habebam, humanissimi Socii, quae acutissimo Vestrum omnium judicio subjicerem.

Hanc dissertationem IV. Idus Martii hujusce anni (1785.) in Academia recitaveram, quum praeclarissimus aeque ac humanissimus Academiae Praeses Comes Salutius pridie Kalend. Majas Acta Regiae Acad. Paris. anni 1780., huc recenter allata, mecum communicavit, ut praestantissimi Vicq-d'Azyr observationes anatomicas circa idem argumentum habitas legerem, quae in iisdem Actis pag. 494. cum hoc titulo exstant: *Recherches sur la structure, & la position des testicules, considérés dans la cavité abdominale des foetus; sur leur passage hors du ventre, & sur l'oblitération de la tunique vaginale, pour servir de suite aux observations publiées en 1762. par Mr. Jean Hunter sur le même sujet.* Summo sum gaudio affectus, quum vidi observationes celeber. hujus Viri cum meis generatim convenire; quum vero ipse comparatam anatomen, & plerasque physiologicas, & pathologicas quaestiones intactas reliquerit, an mearum observationum, quae majori experimentorum numero sunt fretae, aliquis adhuc futurus sit usus, aliorum esto judicium.

Negat Vicq-d'Azyr cremasteri musculo quidquam cum gubernaculo commune esse eo, quod in maturis foetibus illum semper a gubernaculi reliquiis valde remotum invenerit; verum quicumque animum adverterit ad gubernaculi, non dicam obliterationem, ut Vicq-d'Azyr autumat, sed conversionem, facile etiam intelliget, cur tunc temporis diversae, & adeo remotae istae duae partes appareant; semper tamen cremaster cum reliquo gubernaculo in imo scroto ad testiculi basin continuatur, quod ipse negat. Testis in scrotum descensum

textus mucosi vi contractili tribuit, quae nulla est, ut superius contra Pallettam, qui eadem, hac in re, quae Vicq-d'Azyr, sentit, probare sategi.

Recte funiculum spermaticum extra, retroque vaginalem tunicam situm esse adnotat, non vero quum addit: *ce qui ne se trouve point ainsi dans les prolongemens contre nature, que forment les hernies ordinaires; d'où il résulte un moyen de plus, pour les distinguer de celles de naissance;* funiculus enim spermaticus in vulgaribus herniis aeque, ac in congenitis, semper extra, retroque peritonaei processum decurrit, nec inde ulla certa nota, quae hasce ab illis distinguat, elici potest.

Peritonaei diverticula in sequioris sexus fœtibus negare videtur; nihil enim animadversione dignum in quinquemestri hujusmodi fœtu se observasse ait; verum ea probabiliter vidisset, si in aliis quaesivisset. Nuckius haecce diverticula in fœminis tantum vidit, negatque ea in viris occurrere (*a*); Nuckius igitur non erat a Vicq-d'Azyr citandus inter eos Auctores, qui peritonaei cavos processus extra abdomen in viris descripserunt (*b*).

(*a*) *Adenograph.* cap. X.

(*b*) *Mémoir. de l'Acad. Roy. des Sciences de Paris* pag. 495.

MÉMOIRE
PHYSICO-MATHÉMATIQUE
CONTENANT
LES RÉSULTATS DES EXPÉRIENCES HYDRAULIQUES
FAITES PRÈS DE TURIN EN 1783.

PAR M.r JOSEPH THÉRÈSE MICHELOTTI.

Les expériences hydrauliques que mon père commença en 1764, & qu'il continua pendant plusieurs années, ayant rempli heureusement les intentions du feu Roi Charles Emmanuel, S. E. Mr. le Comte Lanfranchi représenta, il y a quelques années, au Roi glorieusement régnant l'utilité qu'on en avoit retirée, & celle que l'on pourroit encore retirer par la continuation de semblables expériences. Il n'en fallut pas davantage à ce Prince éclairé pour le porter à donner aussitôt ses ordres en conséquence. Comme l'âge de mon père ne lui permettoit plus un tel travail, on voulut bien jeter les yeux sur moi pour l'exécution de cette entreprise. Ce fut donc le 21 juin 1783 que je commençai, dans la vue de faciliter quelques points de la pratique, des expériences sur la sortie de l'eau par des ouvertures carrées ou circulaires percées, comme on dit, dans de *minces parois*, ou armées *d'entonnoirs* ou de bouts de tuyaux, ou même de l'un & de l'autre à la fois. Lu le 17. avril 1785.

J'ai suivi dans mes expériences la marche de mon père * en employant la méthode qu'il indique dans son ouvrage ** qu'on peut consulter pour la description du lieu & des instrumens dont je me suis servi, & pour les précautions que j'ai prises. J'ai distribué mes expériences sur trois tables, la première en contient 21 faites avec des orifices carrés, percés dans de *minces parois;* la seconde en renferme 11 faites avec des ouvertures circulaires, percées également dans de *minces parois*, & la troisième 21 faites avec des *bouts de tuyaux, & des entonnoirs.*

1. Les 6 premières expériences de la première table furent faites deux à deux par chacune des trois ouvertures de 3 pouces de côté, percées dans trois minces plaques de laiton, fixées à trois différentes hauteurs du vase ou de la tour, qui pendant le tems de chaque expérience demeuroit constamment pleine; de ces trois différentes hauteurs, la plus petite que je nomme la *première hauteur*, depuis le centre de l'orifice jusqu'à la surface de l'eau, ne peut être ni plus de 100 pouces, ni moins de 60; la hauteur moyenne ou la seconde ne va pas à 200 pouces, mais elle n'est jamais au-dessous de 120; & la plus grande, ou la troisième est toujours entre 240 & 300 pouces.

2. Quant aux aires des orifices de 3 pouces de côté, mon père y ayant observé en 1765 ***, malgré toute l'attention de l'ouvrier, un petit excès avec le microscope,

---

* Outre les expériences que mon père a faites, il a inventé lui-même & disposé tout le mécanisme qui forme un digne monument de la libéralité de ces deux Monarques.

** Voy. *Sperimenti idraulici.* deux vol. in 4.

*** Ibidem vol. I. pag. 83. §. 68.

crut devoir évaluer l'aire de l'orifice de la première hauteur à 9,10069 pouces carrés; celle de l'orifice de la seconde hauteur à 9,01041, & l'aire de celui qui s'adapte à la troisième hauteur à 9,02199 pouces carrés; je me suis servi dans mes expériences de ces mêmes évaluations.

3. Ce que je viens de dire des trois différentes hauteurs sous lesquelles on adapte ces orifices, doit s'entendre pour toutes les autres expériences, dont les six qui suivent immédiatement les précédentes, furent faites avec un orifice de deux pouces de côté, applicable aux trois hauteurs; mais dans la XIII, la XIV & la XV, je me servis d'une ouverture dont le côté n'étoit que d'un pouce, & dans laquelle j'observai avec une loupe, sur la fin d'octobre 1784, quelque petit excès dans le contour; quant à celui de deux pouces, comme on n'y avoit pas trouvé, lors de leur construction, la moindre erreur de mesure, même à l'œil armé d'une loupe, & que cela suffit pour nous tranquilliser sur l'exactitude des résultats, je ne me crus pas obligé de l'examiner de nouveau.

4. Les six autres expériences furent faites avec trois plaques fixées aux trois différentes hauteurs, chacune desquelles est percée d'un trou de deux pouces de côté; mais elles ont toutes trois intérieurement une saillie de 4 lignes, qui est éloignée de 6 lignes du côté de l'orifice qui est immédiatement en contact avec l'eau qui sort. Je fis avec chacune de ces plaques, comme avec les premières, deux expériences sous chacune des trois diverses hauteurs.

Quant à l'aire il faut observer qu'on apperçut encore en 1765 un petit excès dans les 4 pouces carrés que devoit

seulement avoir l'ouverture des plaques; celle de la première hauteur avoit environ 4,039930 pouces carrés; celle de la seconde en avoit 4,004694, & celle de la troisième 4,024690.

Les dépenses ou les quantités d'eau rapportées dans les tables doivent s'entendre de celles que chaque ouverture fournissoit dans une seconde; elles ont cependant été déterminées par des expériences de plusieurs minutes; j'avois même l'attention de prolonger celles des plus petites ouvertures; parce que dans ces dernières les petites erreurs doivent être moins négligées que dans les expériences faites avec des orifices plus grands.

5. Après ces notions préliminaires, on doit se rappeler que, pour mesurer la quantité d'eau qui sort des ouvertures, la vîtesse de l'eau en sortant est égale à celle qu'elle auroit acquise en tombant de la surface supérieure du fluide qui la presse. De sorte que si l'on conçoit dans l'ouverture une infinité de lignes horizontales les unes sous les autres, l'eau doit sortir par les lignes inférieures avec plus de vîtesse que par les supérieures; il y a cependant une vîtesse moyenne par laquelle on peut multiplier l'aire de l'orifice pour avoir la quantité d'eau qui en sort, qu'on appelle la *dépense*; & il y a dans l'ouverture une ligne horizontale par laquelle l'eau sort précisément avec cette vîtesse moyenne; c'est le point du milieu de cette ligne que nous appelons le centre de la vîtesse. Remarquons encore que les vîtesses moyennes dans différentes ouvertures sont en raison sous-doublée de la distance des centres de vîtesse à la surface supérieure de l'eau, qui est la chute qui produiroit les vîtesses moyennes.

6. Les expériences faites jusqu'à présent confirment toutes la vérité de la découverte de Newton *, savoir, que l'eau en sortant d'une ouverture quelconque se *resserre* ou se *contracte*, & que par conséquent la dépense d'eau qu'elle donne est plus petite qu'elle ne seroit sans ce nouvel incident. On doit donc dans le calcul de la dépense avoir égard à cette *contraction;* cela se fait, comme personne n'ignore, ou en diminuant la dépense à orifice plein, ou l'aire même de l'orifice dans le rapport de la surface à celle de l'aire contractée. La plupart des expériences modernes nous donnent ordinairement cette contraction pour constante dans toutes les ouvertures simples, quelle qu'en soit la figure, & quelle que soit la hauteur de l'eau dans le réservoir; la seule différence est dans le choix d'une de ces méthodes plutôt que de l'autre: mais quelque méthode qu'on choisisse, une considération très-simple nous fera voir qu'il est possible de diminuer le nombre des opérations, & de trouver la dépense avec la plus grande exactitude possible (ce qui intéresse principalment les praticiens) en renfermant dans une courte formule toutes les opérations nécessaires pour le calcul des dépenses.

7. Que Q représente la dépense, a le côté de l'orifice, a^2 sera la surface: que A exprime la hauteur qui donneroit la vîtesse moyenne, c'est-à-dire, la hauteur compensée, p le paramètre, la vîtesse sera $\sqrt{Ap}$; si φ^2 représente la veine fluide contractée, $\frac{\varphi^2}{a^2}$ sera son rapport à la surface de l'orifice, qui doit être déterminé par l'expérience.

* *Principia Math: phil. natu.*, lib. II. prop. 36. probl. 8.

Supposant $K = \frac{\varphi^2}{a^2} . \sqrt{p}$; $\frac{\varphi^2}{a^2}$ & $\sqrt{p}$ étant des quantités données, K sera aussi connu, & la formule de la dépense deviendra $Q = K\, a^2 \sqrt{A} = \varphi^2 \sqrt{Ap} = \left\{ \frac{\varphi^2}{a^2} \right\} . a^2 \sqrt{Ap}$; de l'équation $Q = K\, a^2 \sqrt{A}$, on tire $K = \frac{Q}{a^2 \sqrt{A}}$, Q, a^2 & $\sqrt{A}$ étant connus par l'expérience, on aura aussi en nombres les valeurs de K, de φ & de $\frac{\varphi^2}{a^2} = \frac{K}{\sqrt{p}}$.

Pour la facilité du calcul on peut se servir des logarithmes moyennant les formules $l.\, K + 2\, l.\, a + \frac{1}{2}\, l.\, A = l.\, Q$; & $2\, l.\, a + l.\, K - \frac{1}{2}\, l.\, P = l.\, \varphi^2$: nos expériences donnent ainsi φ^2 ou l'aire de la veine contractée en parties décimales du pouce carré de Paris. Mais c'est lè rapport de cette aire à celle de l'orifice, qu'il nous importe de connoître, & que nous avons déterminé par la formule $l.\, \frac{\varphi^2}{a^2} = l.\, K - \frac{1}{2}\, l.\, p$. Ainsi dans la première expérience ayant $a^2 = 9,\ 10069$; $l.\, a^2 = 0,\ 9590744$; $Q = 1368,930$ pouces cubes; $l.\, Q = 3,1363812$, $A = 82,25$ pouces; on trouve $l.\, K = l.\, Q - l.\, a^2 - l.\, \sqrt{A} = 1.\ 2197390$ auquel correspond dans les tables * des logarithmes $16,585897 = K$; outre le logarithme de K ayant $l.\, \sqrt{p} = 1.\ 4299733$ on a $l.\, \varphi^2 = 0.\ 7488400$, & $\varphi^2 = 5,\ 6c8412$, & $\frac{\varphi^2}{a^2} = 0,\ 616226$ environ.

* *Tables portatives des logarithmes publiés à Londres par Gardiner, augmentés & perfectionnées dans leur dispositions par Mr. Callet, chez Didot l'aîné* 1783. Je les cite comme étant les plus parfaites que je connoisse.

Ajoutons un second exemple du calcul de l'expérience XV dans laquelle $a^2 = 1$, $l.\, a^2 = 0$; $Q = 259, 59$ pouces cubes; $l.\, Q = 2.\, 4142880$. $A = 252,250$; on aura $K = \frac{Q}{\sqrt{A}}$; $l.\, K = 1.\, 2133724$ & $K = 16,344526$; $\varphi^2 = \frac{K}{\sqrt{p}}$; $l. \varphi^2 = \bar{1}.\, 7833991$; $\varphi^2 = 0,607294$ décimales du pouce carré, qui exprimeront en même tems le rapport $\frac{\varphi^2}{a^2}$ puisque $a = 1$.

Après ces notions il ne sera pas difficile d'entendre la table suivante.

TABLE PREMIÈRE

	a^2	A	Q	K	φ^2	$\varphi^2 : a^2$
I	9,10069	82,25	1368,930	16,585897	5,608412	0,616209
II		83,3333	1377,680	16,583649	5,607455	
III	9,01041	140,8321	1781,800	16,663399	5,578724	0,619142
IV		141,4660	1785,810	16,663399	5,578724	
V	9,02199	249,7690	2365,030	16,586883	5,560246	0,616303
VI		251,770	2374,550	16,587122	5,560311	
VII	4,0000	82,7540	590,608	16,230986	2,412301	0,603075
VIII		82,905	591,145	16,230941	2,412295	
IX		140,985	770,044	16,213211	2,409659	0,602422
X		141,35	771,059	16,213607	2,409718	
XI		250,0253	1025,46	16,213126	2,409647	0,602410
XII		250,95	1027,35	16,213051	2,409636	
XIII	1	83,25	149,32	16,365371	0,608068	0,608068
XIV		140,6428	193,857	16,346430	0,607365	0,607365
XV		252,250	259,59	16,344526	0,607294	0,607294
XVI	4,039930	82,25	598,6104	16,338256	2,45247	0,607599
XVII		82,3910	600,1854	16,367214	2,45681	
XVIII	4,004694	140,8213	775,45	16,317378	2,427981	0,606406
XIX		140,9999	776,25	16,323856	2,428952	
XX	4,024690	249,6310	1024,870	16,116755	2,410055	0,598823
XXI		251,7320	1029,1000	16,116303	2,409988	

8. L'on voit par cette table que les expériences sont assez d'accord sur les valeurs de K, & de $\frac{\varphi^2}{a^2}$ pour que l'on puisse en attribuer les différences en partie à l'impossibilité de porter la précision dans la pratique jusqu'à éviter les plus petites erreurs, & en partie à quelque inégalité de la contraction de la veine qui n'est pas bien rigoureusement la même dans les orifices de différente grandeur & sous différentes charges d'eau; mais n'ayant pas de moyen de déterminer toutes ces petites inégalités il nous faut prendre les valeurs moyennes qui sont $K = 16{,}361493$; $\frac{\varphi^2}{a^2} = 0{,}607926$, & qui se trouvent l'une avec l'autre assez bien d'accord, puisque le log. de K $= 1.2138228$ mis dans la formule $l.\ \frac{\varphi^2}{a^2} = l.\ K - l.\ \sqrt{p}$ donne $l\frac{\varphi^2}{a^2} = \bar{1}.7838495$ & $\frac{\varphi^2}{a^2} = 0{,}607925$; on peut prendre pour la pratique en nombres plus petits, & peut-être plus exacts $\frac{\varphi^2}{a^2} = \frac{31}{51} = 0{,}607843$; & par conséquent $K = 16{,}35895$; $Q = (16{,}35895)\, a^2 \sqrt{A}$ pour avoir la dépense en pouces cubes de Paris; pour le rapport de $\varphi : a$ on aura en petits nombres très-approchés $\frac{\varphi}{a} = \frac{53}{68}$ puisque $(\frac{53}{68})^2 = 0{,}607483$.

Donnons maintenant quelque application de cette formule, & afin de mieux faire voir l'accord de nos expériences avec celles qui ont déjà été faites, prenons $K = 16{,}361493$ qui résulte de nos recherches, & appliquons la formule $Q = (16{,}361493)\, a^2 \sqrt{A}$ à l'expérience Vme de Mr. l'Abbé Bossut Associé étranger de notre Académie *. Elle a été faite avec une

* Voyez le *Traité élémentaire d'hydrodynamique* vol. 2. pag. 26.

ouverture d'un pouce de côté placée horizontalement, & une charge d'eau de 11 pieds, 8 pouces, 10 lignes, & notre illustre Académicien a trouvé la dépense d'eau faite pendant 71 secondes de 13984 pouces cubes, c'est-à-dire, 196,0528 pouces cubes par seconde; A étoit donc = 140,8333 pouces $l. \sqrt{A} = 1.0743036$; $a^2 = 1$ & $Q = (16,361493). 1. \sqrt{A} =$ 194,1443 pou. cubes, ce qui ne diffère de l'expérience que de 1,9085 pou. cubes.

9. Notre formule peut aussi s'appliquer à toutes sortes d'orifices rectilignes; mais il nous suffira d'en faire une seconde application à l'expérience IV^me rapportée dans l'ouvrage du savant Abbé Bossut cité ci-dessus, voyez la page 25.

Dans celle-ci $a^2 = \frac{1}{4}$ pou. carré, & la dépense pendant 50 secondes par un orifice d'un pouce de long sur 3 de large fut de 2444 pouces cubes, c'est-à-dire, de 48,9104 par seconde; A étoit aussi de 140,8333 pouces; on aura donc $Q = (16,361493). \frac{1}{4}. \sqrt{A} = 48,5297$, où la différence entre l'expérience & notre formule ne se trouve que de 0,3807^mes du pouce carré. Le pied de Paris étant à celui de Turin comme 160 à 253, & le paramètre p étant de 38,17376 pieds, ou 458,085 pouces de Piémont *, l'on aura $K = \frac{\phi^2}{a^2} \sqrt{p} = l. \frac{31}{51} + 1. 3304730 = 1. 1142551$ & $K = 13,9333$: par conséquent $Q = (13,93333). a^2. \sqrt{A}$ sera la formule pour la mesure de la dépense des ouvertures quadrilatères placées verticalement ou horizontalement en mesure de Piémont, c'est-à-

* En pieds de Paris il seroit egal à 60,36225 pieds, ou 724,347 pouces.

dire, en onces cubes ou en 1728mes du pied cube de Turin; & quand on ne se sert point des logarithmes on pourra se contenter de faire $Q = \frac{82}{5}. a^2 \sqrt{A}$ en pouces de France, & $14\ a^2 \sqrt{A}$ en onces de Piémont. Il sera aussi facile de l'appliquer aux ouvertures obliques en se servant de la méthode ordinaire de réduire la surface de l'ouverture oblique en une verticale équivalente.

10. Observons encore dans les expériences, principalement dans les VII, VIII, IX, X, XI, & XII faites avec un même orifice de deux pouces de côté, & dans les XIII, XIV, & XV où je me suis servi d'une même ouverture d'un pouce de côté adaptée indifféremment aux trois hauteurs dont nous avons parlé ci-dessus, observons, dis-je, que φ^2 sous différentes charges d'eau diminue à proportion qu'elles augmentent; il n'est pas difficile d'en rendre raison, car la contraction de la veine fluide étant principalement produite par le mouvement oblique des particules latérales de l'eau, il est évident que lorsque la charge d'eau est plus grande, la veine devra se resserrer encore davantage.

Si l'on examine les expériences faites avec des orifices différens, & sous des hauteurs d'eau à peu près égales, comme sont celles qui ont été faites avec un orifice de deux pouces de côté, & qu'on les compare avec celles dans lesquelles je me servis d'une ouverture de 3 pouces, ou d'un pouce de côté avec la même hauteur d'eau dans le réservoir, l'on remarquera que dans celles des grandes ouvertures, la valeur de $\frac{\varphi^2}{a^2}$ est plus grande que dans les petites.

L'on pourroit objecter que cette comparaison des ouvertures de différente grandeur & placées sous la même hauteur d'eau qui presse dans les petites ouvertures, est proportionellement beaucoup plus forte que dans les grandes.

Je répons que la vîtesse étant la même dans les unes & les autres, puisqu'elle est produite par une même hauteur d'eau, le mouvement de chaque particule d'eau devra être le même en sortant par une grande ouverture que par une petite. Mais ne seroit-ce point parce que les aires se resserrent moins lorsque le périmètre est plus grand à proportion de la surface? Cette conjecture n'est pas facile à vérifier par l'expérience; c'est pourquoi je l'abandonne pour passer à d'autres réflexions.

11. Dans ces expériences j'ai pris les vîtesses moyennes au centre des orifices, mais pour confirmer ce que j'ai dit sur les orifices dont les côtés sont différens, & qui sont placés sous une même hauteur d'eau, & pour éclairer davantage la pratique, voyons quelle différence il y a entre le centre de la figure de l'orifice, & le centre de la vîtesse, & déterminons les limites dans lesquelles, la charge d'eau étant d'une certaine grandeur par rapport à l'ouverture, on puisse sans scrupule prendre la vîtesse moyenne au centre de la figure.

Supposons donc un orifice carré placé à fleur d'eau dont le côté soit a, Q la dépense, p le paramètre, z la charge d'eau; de sorte que $p^{\frac{1}{2}} z^{\frac{1}{2}}$ exprime la vîtesse, & $a z p^{\frac{1}{2}} z^{\frac{1}{2}}$ la fluxion de la dépense dont l'intégrale sans constante, afin qu'elle soit nulle lorsque $z = 0$, est $\frac{2}{3} a z^{\frac{2}{3}} p^{\frac{1}{2}}$; lorsque $z = a$, Q sera égal à $\frac{2}{3} a^2 \sqrt{ap}$; si donc nous nommons A la hauteur com-

pensée, Q deviendra égal à $a^2 \sqrt{ap}$, & on aura $\frac{2}{3} \sqrt{a} = A$; supposant $a = 1$; A deviendra $\frac{4}{9} = 0,44444$ &c.

Maintenant si l'on nomme X la distance qu'il y a entre le centre de la vîtesse, & le centre de la figure, on aura $\frac{1}{2} = \frac{a}{2}$ pour la hauteur de l'eau au centre & $X = \frac{1}{2} - \frac{4}{9} = \frac{1}{18} = 0,0555555$ &c.

Si nous voulons supposer la même ouverture carrée placée sous une charge d'eau b, l'on aura $p^{\frac{1}{2}} (b+z)^{\frac{1}{2}}$ pour la vîtesse, & la fluxion de la dépense sera $a\,\dot{z}\, p^{\frac{1}{2}} (b+z)^{\frac{1}{2}}$; la dépense entière sera donc $\frac{2}{3}\, a\, p^{\frac{1}{2}} \left\{ \overline{b+a}^{\frac{3}{2}} - b^{\frac{3}{2}} \right\}$; & A étant la hauteur qui produit la vîtesse moyenne on aura aussi $a^2 p^{\frac{1}{2}} A^{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3} a p^{\frac{1}{2}} \left\{ \overline{b+a}^{\frac{3}{2}} - b^{\frac{3}{2}} \right\}$; d'où l'on tire $A = \frac{4}{9a^2} \left\{ \overline{b+a}^{\frac{3}{2}} - b^{\frac{3}{2}} \right\}$. Et la hauteur qui correspond au centre de la figure sera $b + \frac{a}{2} = \frac{2b+a}{2}$ & lorsque $\frac{b}{a} = \frac{b}{0} = \infty$, A sera aussi égal $\infty = \frac{4}{9a^2} \left\{ \overline{b+a}^{\frac{3}{2}} - b^{\frac{3}{2}} \right\}^2$ & par conséquent $X = 0$; dans toutes les autres suppositions de $\frac{b}{a}$; X sera $= \frac{2b+a}{2} - \frac{4}{9a^2}. \left\{ \overline{b+a}^{\frac{3}{2}} - b^{\frac{3}{2}} \right\}^2$. En supposant $a = 1$, voici la table de X.

$b:a$	A	$b+\frac{a}{2}$	X
$b=a$	1,485842	1,5	0,014158
$b=2a$	2,491610	2,5	0,008390
$b=3a$	3,494036	3,5	0,005973
$b=4a$	4,495355	4,5	0,004645
$b=5a$	5,496219	5,5	0,003781
$b=6a$	6,496770	6,5	0,003230
$b=7a$	7,497236	7,5	0,002744
$b=8a$	8,497530	8,5	0,002470
$b=9a$	9,497846	9,5	0,002154
$b=10a$	10,498072	10,5	0,001928
$b=11a$	11,498131	11,5	0,001869
$b=12a$	12,498361	12,5	0,001639
$b=13a$	13,498431	13,5	0,001569
$b=14a$	14,498546	14,5	0,001454
$b=15a$	15,498643	15,5	0,001357
$b=16a$	16,498704	16,5	0,001296
$b=17a$	17,498791	17,5	0,001209
$b=18a$	18,498840	18,5	0,001116
$b=19a$	19,498937	19,5	0,001063
$b=20a$	20,498958	20,5	0,001042

Où l'on voit que quand $b=20\,a$, A diffère de $b+\frac{a}{2}$ d'une quantité un peu plus grande que $\frac{1}{1000}$ du côté de l'orifice, & à peu près $\frac{1}{20000}=0{,}00005$ de la charge d'eau.

12. La seconde table contient les expériences faites avec des ouvertures circulaires. Les quatre premières furent faites avec le même orifice dont le diamètre étoit de 6 pouces; personne jusqu'à présent n'avoit fait des expériences avec d'aussi grands orifices, ni sous des charges d'eau aussi considérables;

& ce qui confirme encore plus la vérité de notre théorie, c'est que j'ai aussi adapté le même orifice de 6 pouces de diamètre, à la seconde hauteur de la tour, avec le même succès, comme on peut le voir par la table 2e; mais ces expériences exigeoient une extrême attention, afin que l'eau fût toujours à la même hauteur dans le vase ou la tour. Et comme il étoit difficile d'empêcher les répercussions produites par l'eau qui entroit, & le tourbillon sensible qui se formoit dès le commencement de l'expérience, à cause de la grandeur de l'orifice, je me servis du moyen dont avoit déjà usé mon père * pour trouver avec exactitude la mesure de la charge d'eau. Dans les deux expériences faites avec la même ouverture, mais sous la seconde hauteur, l'ondulation fut encore plus grande à la surface de l'eau pendant les premiers instans de l'expérience. On mesura ensuite l'eau dépensée reçue dans deux récipiens dont l'un étoit posé immédiatement sous le vase, & l'autre communiquoit avec le premier par le moyen d'un canal cycloïdal, de sorte que toute la dépense put être recueillie sans la moindre perte.

Je tentai aussi l'expérience en plaçant le même orifice sous la troisième, & plus grande hauteur; mais ce fut inutilement à cause de la grande impétuosité avec laquelle l'eau jaillissoit, & de l'ondulation très-sensible de la surface de l'eau supérieure, outre que cette expérience fut interrompue par un accident qui déconcerta tout notre appareil.

Suivent dans la 2e table trois autres expériences faites sous les trois différentes hauteurs avec une même ouverture circulaire dont le diamètre devoit être de trois pouces, mais que

---

* *Sperim. Idraulici. Vol. 2. pag. 36. §. 11.*

la vérification faite en 1765 de tous ces orifices, nous apprit être de 3,000981, & par conséquent sa surface avoit 7,073210 pouces carrés; la VIII^e & la IX^e furent faites sous la première hauteur, & avec un orifice d'un pouce de diamètre, dans lequel je remarquai, il est vrai, un petit excès, mais dont il n'est possible de tenir compte.

13. Dans la formule construite pour les ouvertures carrées $Q = K a^2 \sqrt{A}$ a^2 étant l'aire de l'orifice pour les ouvertures circulaires a seroit le côté du carré égal au cercle de l'orifice; mais c'est le diamètre Δ du cercle que l'on doit supposer donné ; il faudra donc substituer Δ à a moyennant le rapport connu de $a^2 : \Delta^2 :: 355 : 452$ *proxime*, où désignant ce rapport par $\frac{\pi}{\delta}$, ce qui donne $a^2 = \frac{\pi\Delta^2}{\delta}$, substituer cette valeur dans la formule qui donne $Q = \frac{K\pi\Delta^2\sqrt{A}}{\delta}$, où $\frac{K\pi}{\delta}$ étant une quantité constante nous pourrons y substituer $K' = \frac{K\pi}{\delta}$; & nous aurons $Q = K'\Delta^2\sqrt{A}$ où il ne restera au praticien d'autre opération à faire que celle de multiplier le carré du diamètre par $\sqrt{A}$.

Mais pour la valeur de $K' = \frac{K\pi}{\delta}$ il faut remarquer qu'elle n'est vraie exactement qu'en supposant, que le rapport de la veine contractée à l'aire de l'ouverture $\frac{\varphi^2}{a^2}$ est le même pour les ouvertures circulaires, que pour les ouvertures carrées; car l'équation primitive est $Q = \varphi^2 \sqrt{Ap}$, où nous avons mis $K = \frac{\varphi^2}{a^2}\sqrt{p}$; mais puisque dans la formule $Q = K'\Delta^2\sqrt{A}$ nous déterminerons K' par l'expérience immédiatement, on pourra

de la valeur de $K' = \frac{\varphi^2}{a^2} \cdot \frac{\pi}{\delta} \sqrt{p}$ tirer $l.\frac{\varphi^2}{a^2} = l.K - l.\frac{\pi}{\delta}\sqrt{p} = l.K - 1.3250632$ qui sera aussi la valeur de φ^2 si on fait $a=1$; autrement un aura $l.\varphi^2 = l.K - 1.3250632 + l.a^2$: ainsi dans l'expérience V^{me} dans laquelle $\Delta = 3{,}000981$ pouces, $\Delta^2 = 9{,}00588$ pouces carrés; $l.\ a^2 = 0.8496165$; $l.K = 1.1122688$ on aura $l.\frac{\varphi^2}{a^2} = l.\ K - 1.3250632 = \bar{1}.7872056$ & $\frac{\varphi^2}{a^2} = 0{,}61264$; $l.\varphi^2 = \bar{1}.7872056 + l.\ a^2 = 0.6368221$, $\varphi^2 = 4{,}3333$; Voici cette seconde table.

TABLE II.

	Δ^2	a^2	A	Q	K′	φ^2	$\varphi^2 : a^2$
I	36	28,274310	77,5	4152,000	13,100991	17,524000	0,619766
II			78,005	4165,260	13,100215	17,523960	
III			135,000	5471,74375	13,081466	17,497884	0,618777
IV			135,25	5476,5550	13,080863	17,497080	
V	9,005888	7,073210	82,732	1060,79634	12,949980	4,333333	0,612639
VI			140,875	1182,0780	12,929715	4,326555	0,611682
VII			249,855	1795,92745	12,615900	4,221546	0,596836
VIII	4,008831	3,148530	82,887	469,25	12,780241	1.903635	0,605970
IX			81,1510	463,61332	12,837800	1,912206	
X	1	0,785398	82,4200	118,76735	13,085440	0,486200	0,618495
XI			81,25	117,546135	13,040576	0,485330	

14 On peut observer dans toutes ces expériences faites avec des orifices circulaires, ce qu'on a déjà remarqué dans les ouvertures carrées, que la valeur de $\frac{\varphi^2}{a^2}$ va toujours en diminuant sous de plus fortes hauteurs d'eau dans le réservoir ou vase; de sorte qu'on peut adopter pour un principe également prouvé par la raison, & par l'expérience que la contraction de la veine d'un orifice quelconque devient moindre sous une plus grande hauteur d'eau, & qu'on ne peut pour cette raison prendre rigoureusement pour constante la valeur de $\frac{\varphi^2}{a^2}$, comme le prétendent la plupart des Auteurs; l'erreur cependant est assez légère pour pouvoir être négligée dans la pratique.

Il résulte de nos expériences que la valeur moyenne de $\frac{\varphi^2}{a^2}$ est 0,614020, & que celle de K' est 12,963926. Cependant de cette valeur moyenne de K' on tire seulement $\frac{\varphi^2}{a^2}=0,613300$; ce qui vient ou de quelque minutie négligée dans l'expérience, ou de quelque petit excès en calculant φ^2 pour chaque ouverture de différent diamètre. Ce qui est inévitable lorsqu'on se sert du calcul des logarithmes. L'on pourra donc pour la valeur de $\frac{\varphi^2}{a^2}$ prendre $\frac{27}{44}=0,6136$ &c. & pour $\frac{\varphi}{a}$ la raison $\frac{18}{23}$, ce qui suffit pour la pratique.

Comme $K'=\frac{27}{44}\frac{\pi}{\delta}\sqrt{p}$; $l.K'$ sera égal à $l.\frac{27}{44}+1.3250632=1.1129743$, & $K'=12,971024$; la formule de la dépense des orifices circulaires sera donc $Q=(12,971024)\Delta^2\sqrt{A}$, laquelle ne laisse d'autre opération à faire que de multiplier le carré du diamètre de l'orifice par la racine de la hauteur compensée, & de multiplier ce produit par K, c'est-à-dire, par

12,971 &c., ce dernier nombre contenant les autres calculs que l'on est ordinairement obligé de faire pour avoir la dépense exacte; je laisse au lecteur à en faire l'application à d'autres expériences; j'ajouterai seulement qu'en pieds de Turin l'on auroit $l.\ K = 1.0134740$ & $K = 10,31514$, & que comme ces calculs ne sont point susceptibles d'une extrême précision, quand on ne se sert point des logarithmes, on pourroit se contenter de faire $Q = 13\ \Delta^2 \sqrt{\bar{A}}$, en pouces de Paris, & $Q = \frac{31\ \Delta \sqrt{\bar{A}}}{3}$ en onces, ou pouces de Turin. Dans le carré, la moyenne de $\frac{\varphi^2}{a^2}$ qui est 0, 607926 est plus petite que la moyenne du cercle, puisque $\frac{\varphi^2}{a^2}$ dans le cercle est égal à 0,613902; ce qu'on peut attribuer à quelque petite erreur dans les expériences, ou à ce que le rapport de l'aire au périmètre est plus grand.

15. La diminution de $\frac{\varphi^2}{a^2}$ à proportion de l'augmentation de la charge d'eau, est encore prouvée par la mesure que je pris du diamètre de la section de la veine contractée, & de sa distance du bord intérieur de l'orifice avec un compas fait exprès, & l'on peut observer que dans la quatrième expérience le diamètre est plus petit que dans la première, quoiqu'elles ayent été exécutées toutes deux avec la même ouverture de 6 pouces de diamètre à cause des différentes hauteurs de réservoir, comme on peut voir dans la table deuxieme; on peut remarquer aussi une diminution dans la 5e, la 6e & la 7e expérience, qui furent faites avec la même ouverture de 3 pouces de diamètre placée successivement sous les trois différentes

hauteurs. En voici le résultat où j'ai aussi marqué le diamètre donné par les expériences correspondantes.

Nombres correspondants à la Table deuxième.	Diamètres donnes de l'expérience	Diametres mesurés avec le compas.	Distances du bord intérieur du trou.	Diamètres des trous.
Exper. 1.e	lignes 56,68496	lignes 56,85	lignes 28,45	pouces 6
Expér. 4.e	56,64072	56,756	28,35	
Exper. 5.e	28,18680	28,285	14,15	pouces 3,000981
Exper. 6.e	28,16484	28,185	13,85	
Expér. 7.e	27,82092	27,185	13,5	

Le tremblement de la veine & diverses irrégularités qui arrivent dans les orifices carrés m'empêchèrent de lui appliquer l'instrument pour en mesurer la distance & le côté; c'est pourquoi je me contentai d'examiner les veines des ouvertures circulaires.

16. De ces mesures prises avec le compas, il résulte que la distance du bord intérieur de l'orifice au *maximum* de la veine contractée, qui se trouve en contact avec l'eau (le bord extérieur du trou dans toutes les expériences ne fut jamais touché par l'eau qui sortoit) est égale au demi-diamètre de la veine contractée, comme le prétendent la plupart des Auteurs.

Passons maintenant à d'autres recherches sur les orifices circulaires & carrés.

17. Nous commencerons par démontrer d'un manière plus abrégée, quoique très-aisée à trouver, un théorème de Mr. l'Abbé Boscovick Associé étranger de notre Académie; ce théorème

est rapporté sans aucune autre réflexion par Mr. l'Abbé Lecchi dans son ouvrage intitulé *Idrostatica esaminata ne' suoi principj:* Mr. l'Abbé Boscovick * y démontre que la dépense d'un orifice carré placé à fleur d'eau est à la dépense qui se fait par le cercle inscrit comme 5 : 4.

Pour le démontrer, supposons que l'ouverture carrée SBTE, (*Planche* I *fig.* I) & l'ouverture circulaire soient placées à fleur d'eau: que p exprime le paramètre de la parabole dont les abscisses étant les hauteurs d'eau, les ordonnées sont les vîtesses; nommons a le diamètre AD, & prenons une abscisse quelconque $AF=x$, $FO=dx$; MN sera $2\sqrt{ax-x^2}$, & la vîtesse étant égale à $\sqrt{px}$, l'élément de la quantité d'eau qui passe par l'orifice circulaire sera comme $2dx\sqrt{ax-x^2}.\ x^{\frac{1}{2}}\ p^{\frac{1}{2}} = 2xdx\ \sqrt{a-x}.\ \sqrt{p}$, dont l'intégrale jointe à sa constante se trouve être $S.\ 2xdx.\ \sqrt{a-x}.\ \sqrt{p} = \left(\frac{8}{15}a^{\frac{5}{2}} - \frac{4}{3}a.(a-x)^{\frac{3}{2}} + \frac{4}{5}(a-x)^{\frac{5}{2}}\right)$ $\sqrt{p}$; où supposant $x=a$, on aura pour la quantité d'eau qui passe par le cercle $\frac{8}{15}a^{\frac{5}{2}}\ p^{\frac{1}{2}} = \frac{8}{15}\ a^2\sqrt{ap}$; pour le carré, l'eau qui sort par $r'q'$ est comme $adx\ \sqrt{px}$, dont l'intégrale sans constante, afin qu'elle soit nulle lorsque $x=o$, est $\frac{2}{3}\,a\,x^{\frac{2}{3}}\ \sqrt{p}$; lorsqu'on aura donc $x=a$, la quantité d'eau qui passera par

* Quelque tems après avoir présenté mon mémoire à l'Académie, j'ai vu la même démonstration dans le second volume des ouvrages de Mr. l'Abbé Frisi.

le carré entier sera $\frac{2}{3}a^2 \sqrt{ap}$. Donc l'eau qui sort par le cercle est à celle qui sort par le carré comme $\frac{8}{15}a^2\sqrt{ap} : \frac{2}{3}a^2\sqrt{ap} :: 4 : 5$; je néglige la petite différence qu'il pourroit y avoir dans le rapport de la contraction du carré, & de celle du cercle.

18. Mais ce rapport ne devra pas se conserver toujours le même quand le cercle & le carré circonscrit se trouveront placés sous une même charge d'eau; en effet dans le cas d'un trou carré à fleur d'eau, la dépense est $\frac{2}{3}a^2\sqrt{ap}$, & la hauteur A qui produit la vîtesse compensée a été trouvée égale à $\frac{4a}{9}$; la dépense par le cercle inscrit est $\frac{8}{15}a^2\sqrt{ap}$: si π marque la périphérie du cercle qui a l'unité pour diamètre, on aura généralement $Q = \frac{1}{4}\pi a^2 \sqrt{Ap}$: par conséquent $\frac{1}{4}\pi\sqrt{A} = \frac{8}{15}\sqrt{p}$, & $\frac{32}{15\pi}\sqrt{a} = \sqrt{A}$; mais puisque $a = 1$, nous aurons encore $A = \frac{1024}{225\pi^2} = 0,461124$; c'est-à-dire, que dans le cercle A sera à peu de chose près $\frac{6}{13}$; ce qui est plus grand, comme on voit, que la hauteur compensée du carré: donc le centre des vîtesses dans le carré tombe plus haut que dans l'orifice circulaire; de même si b est la hauteur d'eau dans le réservoir jusqu'au commencement de la veine contractée, a le diamètre de la veine du cercle, l'on remarque sans peine que la hauteur qui produit la vîtesse compensée est plus grande que $\left\{\frac{\sqrt{b}+\sqrt{b+a}}{2}\right\}^2 = \frac{2b+a-2\sqrt{b^2+ba}}{4}$ & moindre que $\frac{2b+a}{2}$; & qu'ainsi en général le centre de vîtesse devra

dans le cercle se trouver plus bas que dans le carré circonscrit; & puisque ce centre (Pl. 1 fig. 2) reste au-dessus du centre de la figure, par exemple en C pour le carré, en K pour le cercle, il s'ensuit que la partie GLHQDNEF de l'excès du carré sur le cercle inscrit, par lequel l'eau sort avec plus de vîtesse, est plus grande que l'autre partie FEMBCHD du même excès du carré sur le cercle; ainsi pour compenser dans le cercle les espaces avec les vîtesses, leur centre devra se trouver au-dessous de celui qu'elles auroient dans le carré; mais à proportion que la charge d'eau augmente, les points C, K, O doivent se rapprocher de plus en plus & par conséquent le rapport des dépenses s'approcher de celui des aires, ou de $4 : \pi$, ou *proxime* de $14 : 11$, ou plutot de $452 : 355$; nous voyons par là, que c'est dans la manière de déterminer les centres de vîtesse dans le cercle, que consiste la difficulté de mesurer les dépenses qu'il donne.

19. Ce que je viens de dire pourroit aussi se déduire, mais par une recherche plus longue & plus pénible, de ce qu'en ont écrit Mr. de Pitot dans les Mémoires de l'Académie de Paris *, & Mr. l'Abbé Bossut dans le §. 27 de ses principes d'hydrostatique, où il fournit une manière facile, & très-utile pour les praticiens de déterminer le centre de vîtesse dans le cercle; il faut cependant remarquer que sa série doit être encore continuée & augmentée au moins de deux termes pour avoir des résultats exacts quand les charges d'eau sont trop petites par rapport au rayon des orifices: en second lieu il a

* Vol. du 1735 pag. 244.

pris le rapport de $\frac{n}{r}$, c'est-à-dire, de la hauteur d'eau au-dessus du centre de l'ouverture au rayon du même orifice, quoique dans d'autres endroits il remarque qu'on doit avoir égard à la contraction de la veine; cependant pour procéder plus exactement il faut prendre le rapport de la hauteur d'eau au-dessus du centre non au rayon de l'orifice, mais à une quantité un peu plus grande que le rayon de la veine contractée; car (*fig.* 3) si OV exprime la hauteur du réservoir au-dessus du centre de l'orifice, DO le rayon de cet orifice, OB le rayon de la veine contractée, on conçoit très-aisément que les particules entre D & B se meuvent & commencent à sortir, quoique avec une difficulté causée par la pression qui resserre la veine; de sorte que ce n'est pas le rayon de la veine contractée, mais une quantité plus grande qu'on doit prendre pour second terme du rapport, par exemple ON au lieu de OB; mais je crois qu'il n'est pas facile de déterminer ni par la théorie, ni par l'expérience, de combien ON doit surpasser OB.

20 Pour la pratique on peut faire $ON = R = \frac{5r}{6}$, r étant le rayon de l'orifice, & $b = DV$ la charge d'eau, la hauteur du réservoir au-dessus du centre O sera $\frac{b+r}{R} = 6.\left(\frac{b+r}{5r}\right)$; que A exprime encore la hauteur compensée, on pourra dresser la table suivante, dans laquelle sont vis-à-vis de la première colonne les rapports des hauteurs compensées A à R; dans la seconde les rapports des différences des hauteurs compensées au-dessus du centre de l'orifice; dans la troisième les rapports des vîtesses au centre de la figure; la quatrième contient les rapports des vîtesses correspondantes à la hauteur compensée; enfin la cinquième colonne comprend les rap-

ports des différences entre les vîtesses au centre, & celles qui correspondent aux hauteurs compensées selon les divers rapports de $b+r$ à R.

	1e	2e	3e	4e	5e
$\frac{b+r}{R}$	$\frac{A}{R}$	$\frac{b+r-A}{R}$	$\frac{\sqrt{b+r}}{R}$	$\frac{\sqrt{A}}{\sqrt{R}}$	$\frac{\sqrt{b+r}-\sqrt{A}}{\sqrt{R}}$
1	0,922248	0,077752	1	0,960337	0,039663
3 : 2	1,455196	0,044804	1,224745	1,206315	0,018430
2	1,967540	0,032460	1,414214	1,402690	0,011524
3	2,978828	0,021172	1,732051	1,725928	0,006123
4	3,984236	0,015764	2	1,996055	0,003945
5	4,987429	0,012571	2,236068	2,233255	0,002813
6	5,989542	0,010458	2,449490	2,447354	0,002136
7	6,991046	0,008954	2,645751	2,644060	0,001691
8	7,991046	0,007830	2,828427	2,827043	0,001384
9	8,993043	0,006957	3	2,99840	0,001160
10	9,993741	0,006259	3,162278	3,161288	0,00990

Par le dernier nombre de cette table on voit clairement que quand $\frac{b+r}{R} = 10$ la différence entre la vîtesse due à la hauteur au centre de l'orifice, & celle qui est due à la hauteur compensée est déjà moindre que $\frac{1}{1000}$; il n'y aura donc qu'une erreur en excès de moins que $\frac{1}{1000}$ dans le calcul de dépense en prenant la hauteur de l'eau sur le centre de l'orifice, au lieu de la hauteur compensée A; par conséquent lorsque $\frac{b+r}{R} > 10$ on peut sans scrupule prendre la vîtesse au centre du cercle

au lieu de la vîtesse compensée; & quand $\frac{b+r}{R} < 10$ si l'on propose un orifice circulaire dont on veuille connoître la hauteur compensée, c'est-à-dire, la hauteur qui produit cette vîtesse par laquelle multipliant l'aire contractée de l'orifice on trouve la dépense, ou si l'on cherche quel est le nombre proportionnel aux différences des vîtesses effectives au centre du cercle, & à celle qui correspondent à la hauteur compensée, ou bien encore (ce qui est plus facile à rencontrer dans la pratique) si l'on vouloit trouver la vîtesse compensée il suffiroit de substituer à b & r les valeurs données par la mesure actuelle, & l'on auroit $\frac{b+r}{R}$; cela trouvé, si l'on cherche par exemple la hauteur compensée, qu'on voie quel nombre correspond à $\frac{b+r}{R}$ dans la colonne $\frac{A}{R}$, ce nombre multiplié par R donnera la hauteur compensée A. Si l'on veut la vîtesse compensée, qu'on observe quel nombre correspond dans la quatrième colonne $\frac{\sqrt{\bar{A}}}{\sqrt{R}}$, & ce nombre multiplié par $\sqrt{\bar{R}}$ donnera la vîtesse compensée relative $\sqrt{\bar{A}}$; pour avoir la vîtesse effective, il suffira de multiplier $\sqrt{\bar{A}}$, par $\sqrt{\bar{p}}$, p représentant le paramètre de la parabole qui sert d'échelle pour les vîtesses; ce que je viens de dire suffit pour comprendre l'usage de cette table qui est poussée assez loin pour la pratique, & pour satisfaire la théorie.

21. J'ajouterai seulement que d'après ce que j'ai dit, il ne seroit pas difficile de former une table semblable à celle du §. 11 pour les ouvertures carrées, ou de réduire celle des ouvertures carrées à une autre analogue pour les orifices circu-

laires, & ensuite supposant le rayon du cercle, & le côté du carré égal à l'unité, de trouver pour la pratique, & avec assez de précision les divers rapports qu'il y a entre les dépenses du carré, & celles du cercle inscrit sous toutes sortes de hauteurs égales; car alors la formule des dépenses se réduit à $Q = K\sqrt{A}$ dans laquelle pour la pratique il faudra substituer les différentes valeurs de K, selon que l'ouverture sera circulaire ou carrée. Mais comme ceci nous porteroit trop loin, je l'abandonne pour passer à d'autres expériences.

22 Dans la troisième table je rapporte trois sortes d'expériences différentes. Les premières furent faites avec des orifices circulaires, ou carrés, armés extérieurement de tubes *additionnels* cylindriques, ou même carrés. Dans celles de la seconde espèce, l'ouverture étoit armée intérieurement d'un entonnoir de forme cycloïdale de différente grandeur dans chaque expérience, & dont les deux bases étoient de même figure que l'orifice percé dans la plaque fixé à laquelle on les appliquoit; mais en l'y adaptant, on prenoit garde que la petite base touchât par tous ses points les parois de l'orifice. La troisième sorte d'expériences comprend celles dans lesquelles l'orifice étoit armé en dedans d'un entonnoir cycloïdal, & en déhors d'un tube cylindrique ou carré suivant la forme de l'orifice, & de la base de l'entonnoir qui lui correspondoit.

Les tubes dont on s'est servi dans cette troisième espèce d'expériences, sont les mêmes que ceux des expériences 1e, 2e, 3e, & 9e faites à tube simple.

Les expériences faites avec des tubes simples sont au nombre de 11; les huit premières furent faites avec trois tubes carrés dont le côté différent de chaque tube paroissoit à vue simple être

le même que celui de l'orifice auquel on adaptoit chaque tube; ils avoient tous trois la même longueur de 8 pouces.

Dans les trois premières faites sous les trois différentes hauteurs de la tour nous nous servimes d'un même tube carré dont le côté devoit être dans toute sa longueur de 3 pouces, & les deux surfaces, c'est-à-dire, celle qui touche la plaque fixe, & celle par laquelle l'eau sort, devoient avoir 9 pouces carrés; mais nous observames que l'extérieure étoit un peu plus grande, puisqu'elle avoit 9,0025 du pouce carré, & l'intérieure étoit un peu plus petite, c'est-à-dire, de 8,99925 environ; telle est l'aire à laquelle j'aurai égard dans le calcul, & dont le logarithme est 0,9542064 le tube additionnel des trois expériences suivantes, qui furent faites aussi sous les trois différentes hauteurs à deux pouces de côté, & nous observames une extrême justesse dans les deux aires opposées, si ce n'est que la surface intérieure a la même saillie, dont nous avons déjà parlé §. 4 dans les 6 dernières expériences de la première table.

Viennent ensuite deux autres expériences faites sous la troisième hauteur, c'est-à-dire, sous la plus grande avec un même tube carré de deux pouces de côté dont les orifices furent aussi vérifiés par mon père, & reconnus pour excédents un peu la mesure donnée; selon la dernière vérification que j'en fis en octobre 1784 l'aire interne étoit de 1,00285 pouces carrés, & l'externe de 1,00650, ce qui forme une espèce d'entonnoir; c'est pourquoi, voulant marcher avec sureté, je tiens compte de ces minuties même, & je prends la moyenne 1,004675: ce tube avoit aussi en dedans une saillie de 4 lignes d'épaisseur, distante de ses parois intérieures de 48 lignes.

La 9e expérience fut faite avec un tube cylindrique de 8 pouces de long, & reconnu éxact dans sa mesure. Ce tube avoit aussi, comme le précédent, une saillie produite par la plaque; elle faisoit la figure d'un carré circonscrit à l'aire interne du tube.

Dans la 10e & la 11e faites sous la troisième hauteur nous nous servimes d'une tube cylindrique d'un pouce de diamètre, de 8 pouces de longueur, si ce n'est qu'il avoit aussi une saillie en dedans.

Mais les différences qui peuvent résulter de ces rebords ne peuvent être que fort petites, comme on peut voir dans les 6 dernières de la première table; d'ailleurs la manière d'estimer leur effet étant trop indirecte, je me contente de remarquer les causes qui ont pu produire ces très-petites différences dans les résultats.

23 Dans la seconde espèce sont celles à l'ouverture desquelles j'adaptai un entonnoir cycloïdal; la première, c'est-à-dire, la 12e de la table fut faite avec un entonnoir carré à cycloïde ordinaire de la longueur de 28 $\frac{1}{3}$ lignes, adapté à une ouverture carrée de 3 pouces de côté, sous la première hauteur; dans la 13e l'entonnoir étoit de même cycloïdal, sa longueur étoit de 24 lignes, & l'ouverture étoit aussi carrée de 3 pouces de côté; les aires de ces ouvertures de la plaque étoient un peu plus grandes qu'elles ne devoient être; mais (ce qui nous importe le plus) la base, ou le plus petit orifice de l'entonnoir par lequel l'eau sort, est exactement de 9 pouces carrés.

Après ces expériences viennent celles qui ont été faites avec des ouvertures rondes, & des entonnoirs cycloïdaux; dans la 14e & la 15e nous nous servimes d'un orifice de 6 pouces de

diamètre qui est le même que celui des expériences de la 2^e^ table, armé intérieurement d'un entonnoir; elles se firent sous la première hauteur, & toutes deux avec le même entonnoir de 48 lignes de longueur.

La 16^e^ fut faite sous la première hauteur avec un entonnoir de 24 lignes de long; mais celui de la 17^e^ en avoit 26, & étoit aussi placé sous la première hauteur; le diamètre de sa plus petite base par laquelle l'eau sortoit, étoit exactement de trois pouces.

24 Aussitôt après avoir fait ces expériences à entonnoir simple, & en avoir mesuré la dépense, on adapta immédiatement à quelques-unes un tube en déhors, pour avoir toujours la même hauteur d'eau; c'est ainsi que nous adaptames à la 12 & 13^e^ le tube carré, qui avoit déjà servi aux trois premières faites avec des tubes simples; il faut remarquer ici de nouveau que la surface interne de ce tube est un peu au-dessous de la mesure qu'elle devroit avoir, c'est à quoi nous avons égard dans le calcul en prenant $a^2 = 8,99925$.

Nous adaptames aussi à la 16^e^, & à la 17^e^ le tube cylindrique de l'expérience 9^e^, & nous conservames constamment dans toutes deux la même hauteur après y avoir appliqué le tube. En partant du principe que les dépenses sont le produit des vîtesses dues aux hauteurs par les aires contractées, & remarquant que les dépenses dans ses expériences furent mesurées à l'instant dans le réservoir qui est placé au-dessous du vase, on voit que la manière de les calculer est précisement la même que celle que nous avons donnée pour les ouvertures à minces parois; nous nous servons donc toujours de la formule $Q = K\, a^2 \sqrt{A}$ à cause de sa simplicité, surtout dans la comparaison des élémens, qui composent la dépense.

TABLE III.

	a^2	A	Q	k	φ^2	$\varphi^2 : a^2$
			TUBES CARRÉS			
I	8,99925	80,3333	1768,97853	21,929675	7,333332	0,806630
II		140,25	2301,9421	21,597415	7,222249	
III		247,75	3059,50284	21,597405	7,222220	
IV	4,000	79,25	803,721374	22,570742	3,354537	0,836439
V		139,950	1066,45440	22,536900	3,349520	
VI		247,25	1410,65226	22,4280772	3,333333	
VII	1,004675	249,25	333,53060	21,1206387	0,784955	0,781324
VIII		250,55555	334,4218	21,127253	0,785000	
			Tubes cylindriques			
IX	7,06858	80,6545	1445,402333	17,82653	5,98000	0,845997
X	0,785398	255,3323	267,278124	16,727665	0,621530	0,791356
XI		261,55555	270,53121	16,727665	0,621530	
			Entonnoirs cycloïdaux Carrés			
XII	9	77,000	1995,920	25,272023	8,451324	0,939026
XIII		249,355	3703,820	26,061424	8,715000	0,968333
			Cylindriques			
XIV	28,274310	78,25	6219,73086	19,531118	26,125000	0,924009
XV		78,65	6235,96714	19,532236	26,126500	
XVI	7,06858	81,45	1676,65615	20,642204	6,902800	0,976546
XVII		80,95	1683,283462	20,787700	6,951451	0,983429
			Entonnoirs et Tubes Carrés			
XVIII	8,99925	77,000	2066,415756	26,166790	8,749998	0,972303
XIX		249,355	3763,56342	26,417255	8,855576	0,984034
			Cylindriques			
XX	7,06858	81,45	1700,26508	20,03286	6,009908	0,990297
XXI		80,95	1695,156235	20,934372	7,000483	0,990368

25 L'on voit par cette table 1.° que les dépenses tant par les tubes, que par les entonnoirs sont plus grandes à hauteur égale, que par les ouvertures simples, & que la valeur de K qui est constante dans ses entiers pour les mêmes ouvertures simples, se trouve aussi constante quoique plus grande dans les mêmes tubes carrés de même côté, & placés sous une même hauteur; mais que les décimales de K diminuent surtout dans la 4ᵉ, 5ᵉ, 6ᵉ sous de plus grandes hauteurs d'eau, par la même raison rapportée ci-dessus (§. 10); 2.° que par les orifices tant circulaires que carrés la dépense est moindre qu'elle n'est par les tubes de même diamètre, ou même côté; 3.° que la dépense varie encore dans les tuyaux de même longueur, mais de diamètre ou côté différent; 4.° que la dépense est encore différente si un orifice est armé intérieurement d'un entonnoir cycloïdal, & à proportion de la longueur d'un tel entonnoir; 5.° enfin, que si à l'entonnoir on ajoute un tuyau, on aura une valeur de K beaucoup plus grande que ne la donnent les orifices armés d'un tube, ou d'un entonnoir seul; ce qui dépend, comme l'on voit, de la variation de $\frac{\varphi^2}{a^2}$, c'est-à-dire, de la *veine contractée*.

26 Pour marcher avec ordre, comparons premièrement les orifices simples avec les tubes: les trois premières expériences de cette troisième table donnent, pour un tube carré dont la longueur étoit de 8 pouces & le côté de 3 environ, la moyenne $\frac{\varphi^2}{a^2} = 0{,}806630$, tandis que les six expériences de la première table donneroient pour un orifice carré de trois pouces la moyenne de $\frac{\varphi^2}{a^2} = 0{,}617218$; donc l'aire de la veine contractée dans le tube, & dans l'orifice à minces parois est comme $\frac{17}{11}$ ou $\frac{115}{88}$, & puisque

les vîtesses étant égales les dépenses sont comme les aires, les dépenses seront aussi entre elles en même rapport.

En comparant ensuite les six dernières expériences ou la 7e, 8e, 9e, 10e, 11e, 12e de la 1e table, faites sous les trois hauteurs en se servant de simples ouvertures carrées de deux pouces de côté, avec la 4e, 5e, 6e de la 3e table, l'aire contractée de l'ouverture simple est à celle des tubes à peu près comme $\frac{13}{18}$ ou $\frac{177}{245}$; ce qui suffit pour confirmer ce qu'en ont écrit Mr. le Marquis Poleni dans son ouvrage *de Castellis*, & M.r l'Abbé Bossut; c'est-à-dire, que la dépense d'eau par des ouvertures faites à minces parois est plus petite, que celle que donnent les trous armés de tuyaux.

27 Maintenant si l'on observe que l'aire contractée du tuyau carré, long de 8 pouces, & dont le côté est d'environ 3, ou bien $a^2 = 8,99925$ est à l'aire correspondante à minces parois comme 17 : 13, & dans celui de deux pouces de côté, & de même longueur que le précédent, comme 18 : 13, l'on en conclura que la différente longueur des tuyaux par rapport au côté de l'orifice cause un changement dans la dépense. En effet la longueur des tuyaux cylindriques ou carrés dans ces expériences ayant toujours été la même, quelque fût son diamètre, le rapport de la dépense ou de l'aire contractée à l'aire effective pour les trois premières expériences faites avec un tube carré de trois pouces de côté seroit $\frac{21}{26}$ ou $\frac{25}{31}$; dans celle que nous fimes avec le tuyau de deux pouces de côté, le rapport seroit de $\frac{41}{49}$ ou de $\frac{46}{55}$, & dans les deux dernières faites avec un tube d'un pouce de côté, appliqué à la troisième hauteur, ce seroit $\frac{25}{32}$ ou $\frac{268}{407}$, en négligeant les excès de contraction produits par la diversité des hauteurs.

Nous pouvons en conclure que cette longueur de 8 pouces approche de celle qui donneroit la plus grande dépense possible en se servant de tuyaux de deux pouces de côté; que la même longueur n'est pas suffisante dans les tuyaux carrés de trois pouces de côté, & qu'elle est trop grande pour celui d'un pouce *; il y a donc un terme pour les longueurs des tuyaux, jusques à ce terme les dépenses croissent à mesure qu'on allonge le tube, & elles diminuent si on l'allonge au-delà.

Mais cette limite n'est pas aisée à déterminer, je crois même presque impossible de la fixer avec la dernière précision, en conséquence on peut s'en tenir à l'expérience de mon père. *Sperim. Idrau. Vol.* 2. *pag.* 47, 48.

28 Quant aux entonnoirs, en comparant dans la première table la 1e expérience avec la 12e faite avec un entonnoir de base carrée à cycloïde ordinaire, comme tous les autres, mais long de 18 lignes, & dont l'orifice extérieur $a^2 = 9$ pouces carrés, on trouve que l'aire contractée de l'orifice simple est à l'aire contractée de l'orifice armé d'un entonnoir comme 2:3, ou plus exactement comme 217:327 en négligeant cependant le petit excès de 5, 25 pouces dans la charge d'eau de cette dernière, parce qu'il n'est pas suffisant pour produire un effet sensible sur la veine.

---

* Je pourrois bien conclure la même chose pour les tuyaux cylindriques, si j'avois fait des expériences avec des tubes de deux pouces de diamètre pour les comparer avec la 9, 10, & 11 expériences; on peut prendre celle-ci, & en faire la comparaison avec quelques autres faites par mon père, où les tuyaux cylindriques avoient deux pouces de diamètre, les tuyaux soit cylindriques, soit carrés étant tous d'une même longueur de 8 pouces : je dirai seulement ici que dans la 9e $\frac{\varphi^2}{a^2}$ est à peu près égale à $\frac{11}{13}$ ou $\frac{808}{955}$, & dans la 10 & 11 $\frac{\varphi^2}{a^2} = \frac{19}{24}$ ou bien $\frac{91}{115}$

Si l'on compare pareillement l'expérience 5e de la 1e table, faite avec une ouverture carrée de 3 pouces de côté, avec la 13e de la 3e table, dans laquelle on s'est servi d'un entonnoir, & où la charge d'eau est à peu près égale, on voit que les aires, & par conséquent les dépenses sont entr'elles comme $\frac{2}{3}$ ou plutôt comme $\frac{247}{387}$.

En rapprochant enfin les expériences 1e & 2e de la 2e table faites l'une & l'autre avec des ouvertures circulaires de 6 pouces de diamètre, & sous des charges d'eau égales, en les rapprochant, dis-je, des expériences 14e & 15e de la table 3e dans lesquelles l'orifice fut armé du même entonnoir cycloïdal, on trouve que la dépense des ouvertures simples est à celle des ouvertures armées, comme 2:3, ou comme 55:82; ces comparaisons nous apprennent donc qu'en adaptant intérieurement un entonnoir cycloïdal à un orifice quelconque, comme le proposa autrefois mon père, on augmente la dépense, & beaucoup plus qu'avec des autres entonnoirs des différentes espèces, comme il remarque dans son ouvrage, & que les différentes longueurs de l'entonnoir, & la différence des cycloïdes dont on peut se servir, causent encore des variations, dont je ne saurois présentement rendre compte avec une certaine exactitude, n'ayant pas une suite assez nombreuses d'expériences faites avec des entonnoirs différens en longueur, & en courbure; d'ailleurs, ce qu'en a écrit mon père suffit pour les cas très-rares dans la pratique, où l'on a besoin d'entonnoir; je me contenterai d'ajouter qu'en mettant en parallèle la 12e expérience faite avec un entonnoir à cycloïde ordinaire sous la première hauteur, & dans laquelle $\varphi^2 = 8{,}415000$, avec la 14e, on peut remarquer que la dépense dans la première

est à celle de la dernière comme $\frac{684}{711}$: de même la dépense de la 16[e] expérience est à celle de la 17[e] comme $\frac{142}{141}$; parce que les entonnoirs sont de différente longueur, quoique tous deux à cycloïde ordinaire.

En examinant cette table 3[e] l'on peut encore observer qu'en armant l'orifice en dedans d'un entonnoir,& en dehors d'un tube,l'on approche beaucoup de la plus grande dépense possible.

A ces remarques générales je pourrois en ajouter plusieurs autres, mais comme ce sujet n'est que de simple curiosité, je mettrai fin à ce mémoire par les observations suivantes.

29 Puisqu'il résulte des expériences précédentes comme aussi de celles de mon père & de M.[r] l'Abbé Bossut, que la contraction de la veine d'eau a aussi lieu dans les tuyaux, il me paroît que Messieurs Daniel Bernoulli & Krafft ayant négligé cette contraction dans les tubes, leurs expériences sur le choc perpendiculaire d'une colonne de fluide * contre un plan doivent en être moins exactes, & comme je me pro-proposai l'année passée (1784) de rechercher les loix du choc des fluides contre un plan incliné quelconque, mon premier but fut aussi de vérifier, si ayant égard à la contraction de la veine, dans les tuyaux, l'expérience confirmoit la vérité de cette proposition, que la force perpendiculaire produite par l'eau jaillissante contre un plan qui est retenu en équilibre par quelque force, est égale au poids d'une double colonne du même fluide qui auroit pour base l'orifice, & pour hauteur la charge d'eau **.

* Com. Ac. Sci. Petrop Tom.VIII.

** Mr. de la Grange a donné depuis une nouvelle démonstration de cette proposition dans son Mémoire sur le choc des fluides; je l'ai lu avec la dernière satisfaction, en voyant que ses résultats s'accordent fort exactement avec mes expériences.

Je me servis pour ces expériences de la machine connue sous le nom de *balance hydraulique*; je la plaçai sur un pont fait exprès vis-à-vis de la plus grande hauteur de la tour; le plan & la barre de fer qui lui est attenante étoient exactement en équilibre avec le levier; & la barre indiquoit par elle-même la perpendiculaire à l'horizon; je mesurai aussi exactement la distance qu'il y avoit entre le plan & la surface extérieure de l'orifice du tube; elle ne fut dans toutes les expériences que de 14 pouces, 2 lignes, ou 14,166, parce qu'il ne nous fut pas possible de l'approcher davantage à cause du pied ou de la base que nous fumes obligés de donner à la machine, afin que la force de l'eau ne la dérangeât point pendant le tems de l'observation. La distance du centre du mouvement au centre de gravité du plan fut dans toutes les observations de 30 pouces, 3 lignes, 8 points, ou 30, 305 pouces. Les sept premières expériences furent faites avec un tube carré d'un pouce de côté dont la moyenne pour la veine contractée, suivant la 7e & 8e expériences de la table 3e est d'environ 0,784977 du pouce carré; les six autres furent faites avec un tube cylindrique d'un pouce de diamètre dont la veine contractée fut trouvée de 0,621530 du pouce carré; il étoit ensuite nécessaire d'avoir pour ces expériences le poids d'un pied cubique de Paris d'eau; à cet effet je répétai les expériences faites par mon père * avec un vase parallélipipède de 6 pouces carrés de notre pied liprand, & 6 de hauteur dont la capacité étoit par conséquent de la 8e partie du même pied liprand cubique; après avoir fait la réduction de ce pied en pied de Paris, je

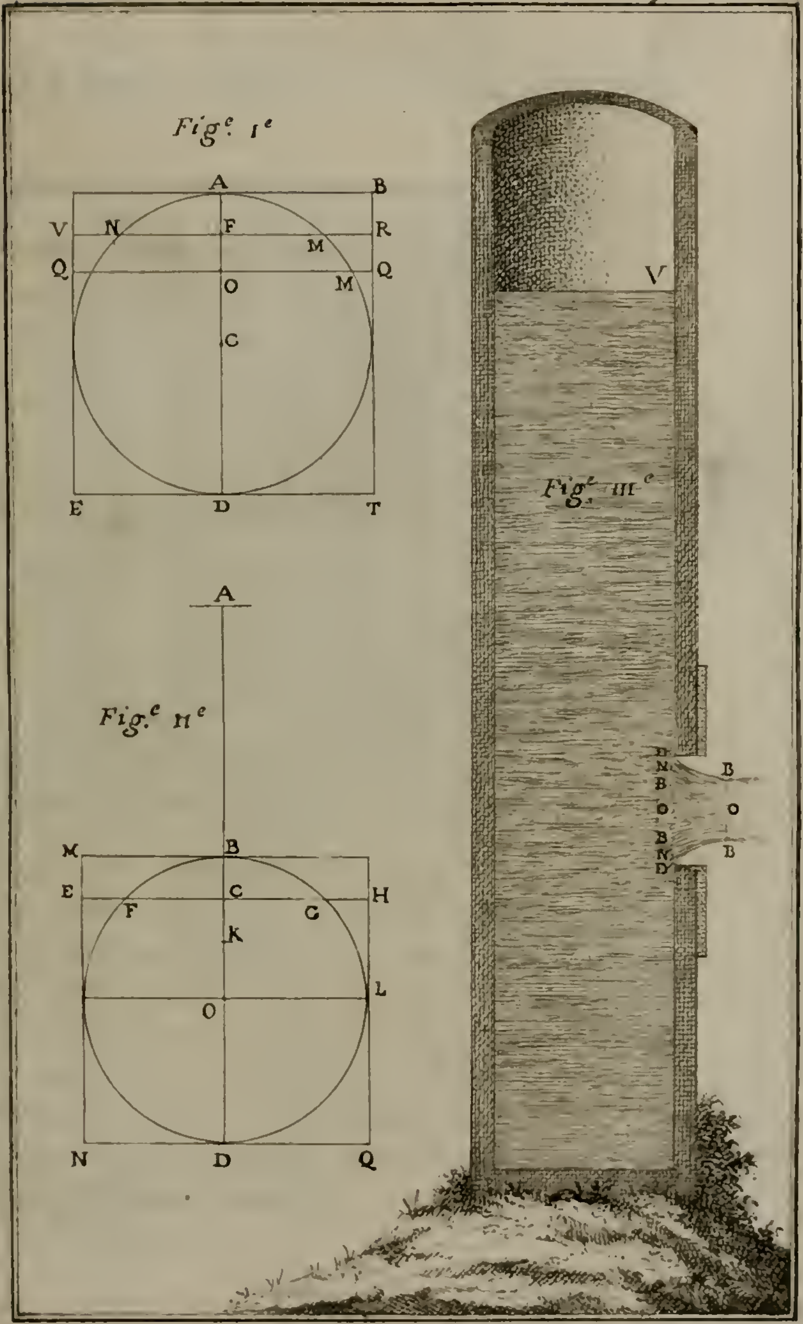
* *Sperim. Idraulici* Vol. I. pag. 133.

trouvai que le poids de 1728 pouces, ou d'un pied cubique de Paris, étoit d'environ de 1109 onces, & 155 grains, ou de 1104 onces de Piémont environ, où il faut remarquer que la différence qui se trouve entre ces résultats, & ceux de mon père, vient de ce qu'il suppose, comme on fait ordinairement que notre once est égale à celle de Paris; tandis que 576 grains mesure de Turin font à peu de chose près 578 $\frac{3}{4}$ ou 578, 75 grains de Paris; de sorte que le poids d'un pouce cubique est de 369, 75 grains.

Cependant je n'ignore pas qu'il existe d'autres expériences qui donnent le poids d'un pied cubique plus grand; mais comme dans ces sortes de mesure, & surtout dans leur rapport l'on ne peut avoir la dernière exactitude, & que d'ailleurs le plan étoit un peu éloigné de l'orifice du tube, je me contente du poids trouvé par mes expériences.

Je dois ajouter que le poids appliqué au levier de la machine, & qui la tenoit en équilibre contre le choc de l'eau, fut toujours de 300 onces poids de Piémont, ou de 301, 4322 onces de France.

Enfin si B est le bras du levier; P le poids des onces 301,4322; D la distance du centre de gravité du plan, au centre du mouvement; $\frac{BP}{D}$ sera cette quantité qui doit être égale au poids du double produit de la hauteur, ou charge d'eau; φ^2 soit la surface de la veine contractée; soit $\frac{B}{\Pi}$ le rapport du pied cubique à son poids; A la charge d'eau; $2A.\varphi^2\frac{B}{\Pi}$ sera le poids de la double colonne d'eau exprimée en onces & décimales d'onces, que je nomme Ψ; on aura en conséquence de la proposition du § 29 $\Psi=\frac{BP}{D}$; & en supposant aussi $\frac{BP}{D}=\Psi'$; on


Figᵉ. Iᵉ
A
B
V
N
F
R
M
Q
O
M
Q
C
E
D
T
Figᵉ. IIᵉ
A
M
B
E
C
H
F
G
K
L
O
N
D
Q
Figᵉ. IIIᵉ
V
D
N
B
O
B
N
D
B
O
B

aura $\Psi - \Psi'$ pour les différences; voici donc la table des résultats.

	A	Ψ	B	Ψ'	$\Psi - \Psi'$
I	250,25	252,2057	24,85	247,1734	5,0323
II	251,000	252,9616	25,000	248,6654	4,2962
III	250,25	252,2057	24,95	248,1680	4,0377
IV	249,3550	251,3038	24,5	243,6921	7,6117
V	246,5	248,4264	24,85	247,1734	1,2530
VI	249,775	251,7270	25,25	251,1520	0,5750
VII	249,50	251,4498	25,25	251,1520	0,2978
VIII	250	199,492	20,05	199,4297	0,0623
IX	250	199,9912	20,095	199,41755	0,57365
X	250,25	199,6917	20,075	199,67837	0,1333
XI	250,45	199,8513	20,095	199,41755	0,43375
XII	249,5	199,0933	20,015	199,0815	0,0118
XIII	248,5	198,29522	19,935	198,2858	0,00942

L'on voit par là seule inspection de la table que l'excès de la force de la double colonne d'eau sur l'effet de la machine, peut sans scrupule être négligé, & que dans les machines qui se meuvent par l'action de l'eau, l'on peut en toute sureté prendre pour force motrice le double du poids de la colonne fluide qui a pour base la partie frappée de la surface du corps. La longueur de ce mémoire nous oblige à renvoyer à un autre tems les détails de nos expériences sur le choc de l'eau contre un plan qui a différentes obliquités.

ANALYSE
DES EAUX THERMALES DE VINAY

AVEC DES OBSERVATIONS SUR LES INSECTES MICROSCOPIQUES QUI Y SONT CONTENUS AINSI QUE DANS LEURS MOUSSES.

PAR M.r FONTANA.

§. 1.

Comme les eaux thermales de Vinay jouissent depuis très-long-tems de la plus grande réputation fondée sur l'entière guérison de différentes sortes de maladies même les plus opiniâtres *; il étoit important de connoître leurs propriétés & la combinaison des principes qui les constituent; c'est ce qui m'a engagé à les soumettre aux expériences les plus exactes, dont je donnerai l'exposé dans ce mémoire, en y joignant les observations que j'ai faites sur les boues qu'on trouve dans les réservoirs, sur les mousses, & sur les animaux microscopiques qui nagent dans ces eaux, ou qui se reproduisent dans les mousses même.

§. 2.

Ce fut le 14 juillet 1783 que je me rendis à ces bains. Je rencontrai en y arrivant une étroite vallée qui va toujours en s'élargissant, & qui forme un plan incliné vers le midi

* Viotti Médecin Piémontois dans son livre imprimé l'an 1525 dit, en parlant de ces eaux, *scaturiunt balnea quaedam non naturalis, sed divinissimae cujus dam virtutis, ut effectus singulis annis liquido commonstrant.*

de figure demi-lunaire & presque triangulaire. Quoique cette vallée soit entourée de montagnes très-rudes & d'une hauteur prodigieuse, elle ne laisse pas d'avoir de l'aménité. On y jouit paisiblement de tous les agrémens de la solitude. Un air sain & doux qui y règne régulièrement dans les beaux jours d'été, depuis 9 heures du matin jusqu'à 5 après midi, & qui souffle selon la direction du soleil, en tempère si bien les ardeurs, que l'on peut s'y promener avec plaisir à toutes les heures du jour. A une quantité de plantes rares ailleurs il s'y joint différens jeux de la nature, & mille objets divers de lithologie, pour y ravir d'admiration l'ame surtout du Naturaliste. Outre ces agrémens, l'intelligence de M.r le Docteur Giavelli, propriétaire de ces bains, & soutenu par la bienfaisance du Roi, y a réuni d'autres avantages qui rendent ce séjour commode & agréable; car ces bains sont pourvus d'une belle maison divisée en deux corps de logis, dont l'un est destiné pour les soldats, & l'autre, qui est très-propre & spacieux, est réservé pour les personnes d'un rang distingué. Le principal ruisseau qui arrose cette vallée, avant que de recevoir les eaux thermales, se nomme *Corborant*, mais en les recevant il quitte ce nom que lui avoit donné la montagne d'où il découle, pour prendre celui de *torrent des bains*, qu'il retient ensuite jusqu'à son confluent dans la Sture. A la gauche de ce torrent s'élève à une grande hauteur le mont Oliva, dont le sommet abonde en bons paturages, la partie inférieure en seigle & en petits blés, & le milieu est presqu'entièrement nu. Cette montagne qui est au nord de celle de Sainte Anne & à quatre mille de distance de Vinay, a pour base un grand rocher saillant qui forme un angle obtus, dont un côté

regarde le midi & l'autre le couchant, & qui s'unit par cet angle au bâtiment des bains; c'est d'entre les fentes de ce rocher quartzeux qu'on voit sortir les eaux thermales que j'ai entrepris d'examiner.

§. 3.

Les sources qui jaillissent de ce rocher sont en grande quantité: je ne ferai point mention de celles qui sortent du fond des deux réservoirs de la boue, l'un à côté du chemin, & l'autre au-dessus & dans la maison même: je me suis seulement proposé de donner l'analyse des plus considérables qui sont au nombre de dix. Les six premières qui sortent un peu plus haut, tout près les unes des autres, ne sont pas également chaudes: il y en a deux dont la chaleur ne monte qu'au 17^e^ degré du thermomètre de Réaumur, tandis que dans les autres le mercure s'élève jusqu'au 43^e^ au 44^e^. Toutes ces sources sont conduites dans les différens quartiers de la maison par des canaux particuliers pour l'usage des bains & pour les douches. La septième & la huitième se trouvent dans l'étuve: le thermomètre marque dans l'une 50 degrés, & dans la seconde 47 à 48. La neuvième qui est tempérée sort au milieu du corridor qui conduit à la chapelle pour aller à la tribune: ces trois sources ne sont destinées que pour l'usage des bains. La dernière enfin qui sourd plus bas, se prend en boisson; c'est de celle-ci que je commencerai à donner l'analyse, après quoi je traiterai des autres.

§. 4.

Le 17 à 5 heures du matin je fus à la fontaine qui sert de boisson, & qui se nomme la Magdelaine. Le ciel étoit alors

serein, & la température de l'atmosphère étoit à 13 degrés. Cette fontaine sourd de dessous une voûte en maçonnerie dont la hauteur est de 4 pieds, la largeur de 3 ½ & la longueur de 6. On observe sous cette voûte des stalactites qui étant détachées se renouvellent en peu de tems. Le thermomètre y étant plongé dans un tems quelconque indique constamment 38 degrés de chaleur. Elle donne 600 livres pesant d'eau dans une heure, & 10 dans une minute.

§. 5.

I.° L'eau de cette fontaine est très-limpide; elle exhale une odeur de foie de soufre; son goût ressemble fort à celui des œufs durs tout chauds. II.° Lorsqu'on l'agite dans un vase fermé, on voit s'en échapper quelques bulles d'air qui disparoissent à la surface. III.° Sa pesanteur spécifique est à celle de l'eau distillée réduite au même degré de chaleur :: 10012 : 10000. IV.° En ayant versé 18 onces dans un vase ouvert & verni, dont l'orifice avoit 3 pouces de diamètre, j'observai que dans l'espace de deux heures & cinq minutes, sa chaleur s'équilibroit avec celle de l'atmosphère; V.° que la même quantité exposée à l'air libre dans un vase de verre devenoit visqueuse, graisseuse, & adhérente aux parois intérieures du verre; VI.° qu'en la tenant dans des vases de verre bien fermés, elle ne laissoit aucun dépôt *.

* J'en ai gardé un an & demi sans la moindre altération, ce qui est aussi arrivé à Mr. le Médecin Marini qui en a conservé pendant plusieurs années.

§. 6.

Il n'est pas aisé d'assigner la véritable cause de la chaleur constante de ces eaux. Je ne doute pas qu'on ne trouve des eaux thermales qui doivent leur chaleur à des feux souterrains, comme celles qui sont proche des Volcans, & d'autres à des bancs calcaires, schisteux, marneux, & à la décomposition des pyrites, d'où il pourroit résulter le gaz hépatique dont certaines eaux sont imprégnées; mais, si on fait attention à la chaleur constante de quelques eaux thermales connues depuis plusieurs siècles, dont les unes n'ont rien d'étranger, & les autres au contraire tiennent en dissolution plusieurs substances salines, il me paroît qu'on ne peut guère concevoir comment la chaleur peut être due à la décomposition constante & réglée de quelques-unes de ces substances renfermées dans les entrailles des montagnes, ou bien au simple passage des eaux dans des bancs terreux, ou pierreux, dont il faut toujours supposer une action réciproque & constante. Il faudroit, ce me semble, dans certains cas s'en rapporter à un principe constant dans la nature. L'électricité ne pourroit-elle pas contribuer à ce phénomène? pendant mon séjour aux bains, je vis cette espèce de brouillard qui cette année-là se fit remarquer pendant plusieurs mois, non seulement dans toute l'Italie, mais encore dans toute l'Europe, en diminuant tantôt plus, tantôt moins l'intensité de la lumière du soleil; ce brouillard qu'on a attribué aux tremblements de terre de la Sicile, me donna lieu de faire l'observation dont je vais rendre compte. Comme il s'emparoit aussi quelquefois de la vallée de Vinay, & qu'il y offusquoit même sensiblement

l'éclat du jour, il me vint dans l'idée de mesurer avec le thermomètre le degré de chaleur des bains toutes les fois qu'ils en seroient environnés, pour m'assurer si elle en souffroit quelque changement. Je fis cette expérience, & l'ayant répétée un grand nombre de fois, je fus charmé de me convaincre que dans le tems du brouillard la chaleur des eaux étoit toujours plus grande d'un demi-degré, tandis qu'elle étoit constamment la même dans toute autre température de l'air. Je crus d'abord que c'étoit de la moindre évaporation que dépendoit cet effet singulier: mais ayant reconnu ensuite que, malgré la différente densité de l'air, la chaleur des eaux étoit toujours la même, j'abandonnai cette idée pour adopter le sentiment, que cette augmentation de chaleur pouvoit fort bien venir de l'action de l'électricité, alors généralement excitée par quelque cause inconnue.

§. 7.

Il n'est pas hors de propos de faire remarquer que pendant tout le tems que je séjournai aux bains, la chaleur atmosphérique se tint entre le 11e & le 17e degré selon le thermomètre, & que le baromètre marqua dans le beau tems d'une manière constante 24 lignes & 6 pouces.

§. 8.

Après avoir observé les qualités physiques de la fontaine de la Magdelaine, j'en entrepris l'examen en me servant des réactifs chimiques. Je distribuai à cet effet une quantité de cette eau dans différens vases de verre, & l'ayant expérimentée au moyen des réactifs j'eus les résultats suivans.

§. 9.

I.° Je n'y observai aucun changement de couleur par l'infusion de la teinture de tournesol. Ni l'acide vitriolique, ni l'eau de chaux n'y produisirent aucun effet; je conclus de là qu'il n'y avoit ni de l'air fixe libre, ni même de la terre pesante, pour former du spath pesant avec l'acide vitriolique.

§. 10.

II.° Je versai dans l'eau de la même fontaine quelques gouttes de sirop violat, qui lui donnèrent dans l'instant une couleur verte, qui dans peu de jours se changea en jaune; ce qui me fit reconnoître dans l'eau thermale l'existence d'un alkali libre.

§. 11.

III.° L'huile de tartre par *deliquium* produisit des flocons qui voltigoient dans l'eau, & qui sans doute ne provenoient que de la décomposition de quelque sel à base terreuse. Ayant traité l'eau thermale avec le gaz alkalin caustique, qui se dégage de l'esprit alkali volatil, selon la méthode de M.r Fourcroy, je n'y observai aucun dépôt; d'où je conclus que l'eau ne contenoit aucun sel neutre vitriolique ou marin, soit à base de magnésie, soit à base de terre alumineuse: les chimistes ne doivent point négliger ce moyen très-simple, étant sûrs par ce procédé d'avoir un alkali volatil caustique, qui est parmi les réactifs un des plus essentiels pour l'analyse des eaux minérales.

§. 12.

IV.° L'alkali phlogistiqué ne causa aucun changement de couleur dans les eaux thermales, ce qui seroit arrivé si quelque portion de fer y avoit été dissoute par quelque acide; car, d'après les expériences du célèbre Bergman, il est démontré que l'alkali phlogistiqué ne peut manifester l'existence du fer dissous dans l'air hépatique.

§. 13.

V.° La noix de galle pilée dans un mortier de marbre, & versée dans l'eau, lui fit prendre une couleur rose. Quoique le savant Duchanoy attribue au fer la couleur rose occasionée par l'infusion de la noix de galle, cependant il ne m'a jamais réussi de découvrir du fer dans les eaux de Vinay; il paroît donc qu'on ne sauroit dans ce cas attribuer la couleur rose de ces eaux thermales, qu'à la surabondance & à l'état du phlogistique avec le principe astringent de la galle.

§. 14.

VI.° Si après avoir versé de l'acide nitreux dans cette eau on l'agite avec une spatule de verre, on n'y observe aucune séparation. Si après l'infusion du même acide on ne l'agite point, il se forme à la surface une sorte de nuage. Après avoir sépare très-soigneusement celui-ci, je l'examinai à l'aide de l'expérience, & je reconnus que c'étoit vraiment du soufre: l'explication de ce phénomène se présente d'elle-même. L'acide nitreux concentré étant instillé dans l'eau, ne se mêle point d'abord sans agitation avec elle, c'est pourquoi son action

se conserve à un degré suffisant pour décomposer (ainsi que je le démontrerai dans le §. 24) le gaz volatil dont le phlogistique en constitue la plus grande partie: au contraire, si on agite l'acide instillé, son action s'énerve & ne peut plus décomposer le gaz minéralisateur. On voit par là en combien de façons différentes il faut répéter la même expérience, & combien il importe de l'indiquer par la méthode qu'on a suivie, pour qu'on puisse obvier aux questions qui peuvent survenir dans la suite, & combien enfin la manière de faire les expériences contribue à découvrir les véritables principes des corps.

§. 15.

VII.° Je versai dans une portion d'eau quelques gouttes de la liqueur du nitre mercuriel préparée sans feu, & il s'y fit un dépôt d'une couleur obscure. J' instillai dans une autre portion d'eau de la liqueur de nitre lunaire, & j'eus un précipité de lune cornée, dont la couleur étoit plus foncée que celle du précédent, à cause de sa plus grande quantité de phlogistique.

§. 16.

VIII.° Ayant mis du sel de saturne dans l'eau, il s'y fit un dépôt noirâtre, qui me prouva qu'elle contenoit non seulement de l'acide marin, mais encore de l'alkali minéral, car la décomposition du sel de saturne me fournit des cristaux de terre foliée.

§. 17.

IX.° Le vitriol de mars se décompose aussi dans cette

eau minérale soit par le sel marin à base terreuse, soit par l'alkali minéral, & le fer s'y précipite en ocre.

§. 18.

Les expériences que je viens de rapporter, démontrent évidemment l'existence du sel marin, celle de l'alkali minéral libre, & quelque portion de soufre. Mais avant que de traiter de chacune de ces substances en particulier & de chercher la proportion qu'elles gardent entre elles, il me semble plus à propos d'examiner en premier lieu le gaz, ou l'esprit volatil aériforme qui est le minéralisateur des eaux thermales de Vinay.

§. 19.

PREMIÈRE OBSERVATION

Cette vapeur aériforme se manifeste d'elle-même; car en observant attentivement le cours de ces eaux, on voit s'en échapper à la surface de petites bulles qui prouvent la présence du gaz; on l'apperçoit aussi clairement si on s'arrête quelque tems auprès des fontaines, les nerfs olfactoires en sont affectés, & l'on sent un mal de tête, jusqu'à ce qu'on y soit accoutumé.

§. 20.

Ce gaz dont les eaux de Vinay sont saturées, m'a paru d'une nature hépatique à cause du soufre que j'y ai découvert. Le soufre peut se trouver dans les eaux sulfureuses de deux manières ; car ou il est, selon Mr. Bergman, si subtil & si atténué qu'étant combiné avec la matière de la chaleur par le moyen du phlogistique, il constitue le gaz hépatique,

ou bien mêlé avec quelque substance alkaline ou terreuse il compose le foie de soufre, & dans cet état il est très-facile de le découvrir à l'aide des réactifs: au contraire, lorsqu'il est contenu dans les eaux minérales sous la forme d'air, on ne peut le reconnoître que par sa décomposition opérée ou par l'air atmosphérique, ou par l'acide du nitre; c'est pour cette raison que n'ayant pu séparer le soufre des eaux de Vinay, que par le moyen de l'acide nitreux, je crus, avec le célèbre Bergman, qu'il y étoit contenu dans un état aériforme. Soupçonnant que le soufre pouvoit être uni à l'air fixe & au phlogistique, pour découvrir sa nature je fis les expériences que je vais exposer.

§. 21.

PREMIÈRE EXPÉRIENCE

Je mis une livre d'eau thermale dans une cornue de verre, dont le col aboutissoit dessous une cloche de verre remplie d'eau, faute de mercure, & renversée dans l'appareil hydropneumatique. La cornue étant placée sur de la braise, il se dégagea de l'eau bouillante 3 pouces cubiques d'air, abstraction faite de celui de l'appareil. En examinant cet air, je trouvai qu'il différoit de l'air atmosphérique en ce qu'il étoit phlogistiqué & point inflammable comme le gaz hépatique, qui dérive de la décomposition du foie de soufre par un acide quelconque.

§. 22.

SECONDE EXPÉRIENCE

Je distillai une portion de cette eau dans une cornue de

verre, je mis dans le récipient une quantité convenable d'eau de chaux, & cette distillation ne me fournit aucune portion de chaux aérée.

§. 23.

Corollaire. De ces deux expériences on peut inférer que si l'air fixe constitue en partie le gaz de cette eau, il doit être uni à quelque autre principe, de manière que l'eau de chaux ne puisse point détruire son affinité. Du reste je m'étois déjà convaincu que l'air fixe existoit dans les eaux de Vinay; car (§. 4.) j'avois remarqué que cette grande quantité de chaux aérée qu'on observe à la voûte de la fontaine, ne peut provenir que de l'air fixe qui s'échappe des eaux. En faisant réflexion sur ce phénomène il me vint dans l'esprit que l'air fixe ne pouvoit se séparer des autres principes que par l'intermède de l'air atmosphérique; il falloit donc tenter des moyens qui pussent me mettre à portée d'imiter en grand l'opération de la nature: c'est ce qui me détermina à faire l'expérience suivante.

§. 24.

TROISIÈME EXPÉRIENCE

Je remplis d'eau thermale mêlée avec de l'eau de chaux une cloche de verre de la hauteur de 7 pouces, & de la largeur de 2 $\frac{1}{2}$: je la renversai d'abord de manière que l'orifice restât plongé dans le récipient de la même fontaine. Par cet appareil le gaz contenu dans les eaux gagna peu à peu la voûte de la cloche, & occupa insensiblement la troisième partie de sa capacité; alors je plaçai au-dessous de la cloche

un petit plat de terre vernissée, afin que ce qui pourroit se séparer du gaz se précipitât dans ce vase; ensuite j'introduisis au-dedans de la cloche un siphon dont l'une des extrémités pénétroit jusqu'à sa partie supérieure occupée par le gaz, & l'autre s'élevoit hors de la fontaine. Je bouchai avec de la cire le premier bout, pour que le tuyau ne se remplît point d'eau en l'introduisant dans la cloche: ayant donc arrangé le siphon & ôté le bouchon de cire auquel étoit attaché un fil, je rendis à l'air atmosphérique sa libre communication, & je le laissai entrer jusqu'à ce que l'eau fût de niveau avec l'eau extérieure, alors je rompis toute communication de l'air extérieur. Par ce moyen je vis un peu après se déposer dans le petit plat une petite portion de chaux aérée: quant à l'air qui étoit resté dans la cloche je le trouvai phlogistiqué *.

* Il faut aussi faire attention à la propriété qu'a cette eau minérale d'éteindre la chaux & de lui donner en moins de tems une plus grande dureté que l'eau simple, de sorte que les murailles qu'on en bâtit sont beaucoup plus solides. On observe encore que les végétaux qu'on arrose avec cette eau poussent plus sensiblement & deviennent plus beaux que ceux qu'on arrose avec de l'eau pure, ainsi que Mr. Giavelli l'a fort bien observé, en se servant pour cet effet tantôt de l'eau naturelle, tantôt de l'eau thermale.

Ces eaux, selon les observations de Mr. le Docteur Marini, sont très-propres pour pétrir la farine & pour faire cuire les viandes & les légumes, elles ramollissent la partie couenneuse du sang: elles ne coagulent point le lait, au contraire elles le dissolvent lorsqu'il est caillé. Cette propriété les rend d'un grand secours pour toutes les maladies causées par un épanchement de lait. Voulant m'assurer si cette propriété étoit due au gaz minéralisateur, je pris l'eau thermale qui avoit perdu ce principe volatil, & je la mêlai avec du lait, qui se coagula avec le tems comme dans l'eau ordinaire; ce qui démontre évidemment que cette propriété est due au seul gaz dont les eaux sont impregnees.

§. 25.

SECONDE OBSERVATION

Les preuves que j'ai rapportées seroient plus que suffisantes pour constater l'existence du soufre; mais l'expérience & l'observation me fournissent encore un argument qui me paroît la confirmer. Toutes les fois que j'ai distillé les eaux de Vinay, il m'est arrivé de les observer blanchâtres & laiteuses. La cause de ce phénomène ne peut être due qu'à la présence du soufre, qui étant dans la distillation abandonné de son dissolvant, minéralisateur des eaux, & ne pouvant par conséquent plus s'y tenir en dissolution, s'en sépare & leur donne cette couleur blanchâtre.

§. 26.

QUATRIÈME EXPÉRIENCE

Pour en avoir une preuve plus certaine, je fis tomber quelques gouttes d'une dissolution de nitre mercuriel dans une portion d'eau thermale distillée : elle devint louche dans peu de temps, & il se fit à la longue un dépôt que je reconnus être de l'œthiops minéral, le mercure s'étant dégagé de son acide pour se combiner avec le soufre.

§. 27.

Corollaire. Il est clair d'après ces expériences 1.° que le gaz de ces eaux est composé d'air fixe combiné avec le phlogistique, & avec une partie de soufre, de façon que c'est le même gaz que celui qui s'exhale du foie de soufre aéré, lorsqu'il est décomposé par les acides: 2.° que ce gaz hépatique

est décomposé par l'air atmosphérique, & que l'air fixe devenu libre, est celui qui réduit plus ou moins promptement en terre calcaire la chaux de la voûte dont on à parlé au §. 4: 3.° si le soufre est dissous par un principe volatil aériforme, & lui est intimément uni, il acquiert aussi l'état aériforme, ainsi que le croyoit Hoffmann & avec lui Dejeux qui dit, dans son analyse de l'eau minérale de Montmorenci, que le soufre est combiné avec l'*acidum pingue* de Meyer.

§. 28.

Il me restoit encore à déterminer la portion du soufre: car, comme je n'avois opéré que sur une petite quantité d'eau, je n'en avois obtenu que très-peu; je pensai donc de faire l'expérience sur une plus grande quantité pour déterminer la véritable portion du soufre qu'en contient chaque livre.

§. 29.

CINQUIÈME EXPÉRIENCE

Je versai 5. livres d'eau thermale dans un vase de verre fort large; j'y ajoutai de l'acide nitreux dans une proportion convenable & sans l'agiter: ayant couvert le vase je gardai ainsi ce mélange un jour entier; le jour suivant le soufre surnageoit l'eau, & il ressembloit à un léger nuage blanc qui séparé par le filtre & desséché, pesoit un grain & $\frac{1}{4}$: si on compare donc cette quantité avec cinq livres d'eau, il en résulte que chaque livre contient la quatrième partie d'un grain.

§. 30.

La nature de cette vapeur hépatique étant connue, je pensai que l'air fixe minéralisateur est le principe universel de presque toutes les eaux minérales. En effet, si l'air fixe est libre dans les eaux, elles seront acidules : au contraire, combiné avec le phlogistique, il formera un gaz d'une nature particulière, dont l'odeur hépatique répondra à l'abondance & à l'état du phlogistique avec lequel il est combiné. Or il me paroît que ces deux principes unis ensemble peuvent seuls répandre une odeur hépatique sans la présence du soufre. Je m'attache d'autant plus volontiers à ce sentiment, que le savant Duchanoy l'a suivi, & qu'il rapporte pour le confirmer les mots du célèbre Venel qui s'en étoit déjà douté * „ Je crois, dit-il, comme „ Venel, que l'esprit dans les eaux dites sulfureuses, est „ le même que celui des eaux gazeuses, mais il n'est pas aussi „ simple, aussi pur, ou, si l'on veut, aussi dégagé de matières „ étrangères; dans les eaux gazeuses il se montre à nu avec „ son caractère d'acidité; ici il se trouve uni à une substance „ légère, volatile & très-odorante, le phlogistique avec lequel „ il a beaucoup d'affinité. C'est ce phlogistique qui dans les „ eaux sulfureo-gazeuses empêche de distinguer l'air fixe, „ & qui prend le dessus de façon à en imposer, en sorte que „ l'esprit sulfureux volatil que l'on a toujours considéré „ comme un simple composé de phlogistique, & d'acide

* *Essais sur l'art d'imiter les eaux minérales* par Mr. Duchanoy à Paris chez Méquignon l'ainé 1780. pag. 267.

„ vitriolique cache dans sa composition intime un être in-„ coërcible très-léger, très-volatil & très-spiritueux, l'air fixe: „ peut-être même la chose considérée de plus près par des „ gens plus habiles, se laissera mieux deviner encore: il ne „ seroit pas impossible que la portion d'acide vitriolique, „ que l'on croyoit autrefois entrer dans la composition des „ eaux sulfureuses, ne fût qu'un être idéal, & que l'on ne „ trouvât autre chose dans la composition de cet esprit, que „ de l'air fixe combiné avec le phlogistique." Hoffmann a dit aussi * que l'esprit des eaux thermales étoit le même que celui des acidules: *Neque vero tantum acidulae, sed etiam thermae minerali hoc spiritu afflatae sunt* & ailleurs ** *eximiam, & summam ratione elementorum thermas inter, & acidulas subesse affinitatem, & convenientiam arbitror; in eo tamen inter acidulas, & thermas differentia intercedit, quod in his utpote frigidis volatile hoc elementum diutius coërceatur, in illis vero ob calorem celerius in auras disjiciatur.*

§. 31.

Ce que j'ai rapporté au commencement de ce mémoire, c'est-à-dire que ces eaux thermales se conservent très-longtems dans des vases de verre fermés sans y faire aucun dépôt, est une preuve que le gaz ne peut se décomposer sans le contact de l'air atmosphérique qui en sépare alors le foufre qui y étoit tenu en dissolution par l'intermède du phlogistique; en effet on le reconnoit dans les flocons blancs qu'on voit voltiger dans l'eau croupissante.

---

* *De conven element.* §. XIV. ** Loc. cit. §. XXIX.

§. 32.

Le gaz qui s'échappe de ces eaux corrode & décompose les pierres quartzeuses & le fer; il les rend friables, & leur fait prendre différentes nuances orangées; il réduit le dernier en chaux & le décompose avec tant de force, qu'il faut changer très-souvent les serrures & les autres outils qui lui sont exposés dans l'étuve & dans les parties voisines. Les sels que ce gaz rend volatils soit dans l'étuve, soit aux voûtes des fontaines, sont plus ou moins colorés par le fer contenu dans le quartz, qui étant décomposé est réduit aisément en poussière avec les doigts.

§. 33.

Ayant reconnu par les réactifs chimiques quels sont les principes de ces eaux, quel en est l'esprit volatil aériforme, il me restoit à chercher la proportion & l'état intime de ces principes. M'étant apperçu qu'une portion des sels, moyennant la chaleur des eaux & de l'air atmosphérique, & même de l'hépatique, se sublimoit à la voûte des fontaines, je soupçonnai que la quantité de la masse saline qu'auroit fournie l'évaporation de l'eau minérale dans les vases ouverts, pourroit bien différer de celle qu'on obtiendroit de la distillation totale dans une cornue de verre: pour m'en assurer, je me déterminai à faire ces deux opérations, & à reconnoître ainsi la quantité de la masse saline qui résulteroit de l'évaporation totale de l'eau dans des vaisseaux ouverts; & de celle qu'on retireroit de la distillation.

§. 34.

Je versai deux livres d'eau thermale dans un vase de verre ouvert que je plaçai sur le feu au bain de sable, & les ayant fait évaporer, j'en retirai une masse saline pesant 12 grains & $\frac{2}{3}$. De la distillation d'une quantité égale de cette eau dans une cornue de verre à laquelle j'avois adapté un récipient, je retirai une masse saline de 16 grains $\frac{17}{60}$. On voit donc par ces procédés la différence des deux résultats, en sorte que si l'on veut prendre une connoissance exacte de la quantité de ces sels, il faut s'en tenir à la distillation.

§. 35.

Je distillai 90 livres de la même eau à différentes reprises; je leur fis subir la distillation dans l'instant qu'elles venoient d'être puisées à la fontaine; je crus devoir prendre cette précaution pour ne rien perdre par l'évaporation, d'autant plus que, pendant qu'elle se fait dans des vases ouverts, on n'y observe aucun dépôt. La distillation étant achevée, & la cornue cassée, la masse saline restante se trouva de 747 grains $\frac{3}{4}$. Cette masse étoit blanche; elle faisoit effervescence avec les acides; jetée sur le feu elle décrépitoit, & ne donnoit aucun indice de soufre; ce qui confirme qu'il est dans un état aériforme qui passe en entier avec le gaz des eaux, ainsi que je l'observai dans l'eau thermale distillée & exposée à l'air atmosphérique; enfin elle attiroit l'humidité de l'air, ce qui m'obligea à la conserver dans des flacons bien bouchés.

§. 36.

Je pris 498 grains $\frac{1}{2}$ de cette dernière masse qui répondent à 60 livres d'eau thermale: les ayant mis dans un vase de verre, j'y versai deux onces d'esprit de vin très-rectifié *. Je filtrai cette infusion un peu échauffée, & la laissai évaporer jusqu'à siccité, le résidu se trouva peser 150 grains; ayant versé sur ce résidu une suffisante quantité d'acide vitriolique, il s'en éleva aussitôt des vapeurs d'acide marin, & le nouveau sel qui en résulta fut de la sélénite. Cette expérience prouve clairement que chaque livre d'eau thermale contient 2 grains $\frac{1}{2}$ de sel marin à base calcaire.

§. 37.

La masse saline d'avec laquelle je séparai le sel marin à base terreuse, étant exactement séchée, je la mis dans un vase de verre à col étroit, & sachant que la substance effervescente par les acides, étoit de l'alkali minéral, j'y versai par dessus à saturation de l'acide acéteux, ensuite ayant fait dissoudre par l'esprit de vin (selon la méthode de notre savant collégue Mr. le Docteur Gioanetti, indiquée dans son Analyse des eaux minérales de St. Vincent & de Courmayeur pag. 37) le

* L'esprit de vin dont je me suis servi, étoit à l'eau distillée comme 432. à 576. Il faut remarquer cependant que pour faire ces expériences sans risque de se tromper, il faut 1.° que l'esprit de vin soit très-rectifié, & la masse saline bien sèche: 2.° que la quantité d'esprit de vin qu'on emploie ne soit pas trop grande, car ce ne sont pas seulement les sels deliquescens que l'esprit de vin dissout, mais aussi quelques autres sels, comme on peut s'en convaincre par la dissertation du Célèbre Macquer, qu'on lit dans le 3. Vol. de la *Miscellanea Taurinensis.*

nouveau sel acéteux, ou terre foliée cristallisable qui en étoit résulté, & par les opérations convenables je reconnus qu'une livre d'eau thermale contenoit un grain d'alkali minéral aéré *.

§. 38.

Sur le résidu de ces deux opérations je versai 6 onces d'eau distillée que je filtrai & fis évaporer à siccité; j'obtins par ce moyen 247 grains $\frac{1}{2}$ de sel marin à base d'alkali minéral; la terre qui resta sur le filtre, lavée & séchée pesoit 40 grains. La quantité des sels que je perdis dans ces expériences, fut en rapport de 1 à 60, ce qui n'est rien en comparaison de celle que j'avois soumise à l'analyse, car la différence sur chaque livre n'égale que la 60e partie d'un grain.

§. 39.

La terre qui se sépara dans la dernière opération, étoit blanche & savonneuse: saturée d'acide vitriolique, elle fournit de l'alun qui dissous dans l'eau distillée, & cristallisé, pesoit 222 grains & un $\frac{1}{4}$.

§. 40.

Pour mieux constater ces différentes expériences, j'entrepris de les faire encore d'une autre manière. Je mis dans un petit évaporatoire de verre 166 grains & un $\frac{1}{6}$ de la masse

* Pour découvrir la juste proportion des principes contenus dans le sel composé d'acide acéteux & d'alkali minéral, je fis l'expérience suivante: Je saturai d'acide acéteux 36. grains d'alkali minéral privé de son eau de cristallisation: après la saturation j'observai que la quantité de l'acide acéteux employé étoit de 814. grains.

saline qu'on obtient par le moyen de la distillation totale de l'eau, & qui répondent à 20 livres pesant d'eau thermale; j'y versai de l'acide vitriolique pour décomposer ainsi les sels marins, & en saturer l'alkali minéral aéré & l'argile. Je fis dissoudre dans l'eau distillée les sels neutres vitrioliques ainsi obtenus : je les recueillis tous séparémment par le moyen d'une très-lente évaporation,& j'eus 1.° 91 grains de cristaux sélénitiques, 2.° 74 grains de cristaux d'alun, 3.° 376 du sel de Glauber.

§. 41.

Les bases des sels marins, c'est-à-dire, la terre calcaire & l'alkali minéral, ainsi que la quantité d'argile & d'alkali minéral aéré que j'ai obtenus dans les expériences précédentes, sont dans la même proportion que celles que le célèbre Bergman a indiquées dans ses expériences sur la quantité des parties qui constituent les différens sels neutres, & sur celle de l'eau nécessaire pour la formation des cristaux.

§. 42.

Après avoir découvert par l'analyse les propriétés du gaz qui constitue les eaux thermales de Vinay, la nature des sels & leurs proportions, je la démontrai aussi par la synthèse. Je saturai donc six livres d'eau distillée avec du gaz hépatique qu'on retire de la décomposition du foie de soufre aéré par l'acide vitriolique. Après la saturation je fis dissoudre dans la même eau & dans la même proportion que j'avois trouvée par l'analyse, les deux sels marins, l'alkali minéral & la terre argileuse que donne la décomposition de l'alun par le moyen de l'alkali fixe; ensuite je répétai sur cette eau arti-

ficielle les expériences rapportées ci-dessus, & j'en eus constamment les mêmes résultats, que si je les avois faites sur des eaux minérales naturelles; il n'y a donc plus lieu de douter de la nature des eaux thermales de Vinay.

§. 43.

La marche que j'ai tenue dans mes opérations, & qui me paroît bien simple, est suffisante pour reconnoître les principes de ces eaux thermales. J'aurois certainement pu m'occuper de la décomposition & recomposition des principes contenus dans les eaux; mais il me paroît que dans certains cas il n'y a point cette nécessité; d'ailleurs on doit toujours préférer la simplicité dans les opérations analytiques, parce qu'on peut alors plus surement prononcer sur la quantité des principes contenus dans les eaux.

§. 44.

Il est aisé de voir par les expériences que je viens de détailler, que les principes chimiques contenus dans chaque livre d'eaux minérales, abstraction faite de l'eau nécessaire à leur cristallisation, sont dans le rapport indiqué dans la table suivante.

Air hépatique, pouces cubiques .	3	
Sel marin à base d'alkali minéral .		gr. 4 $\frac{1}{8}$
. . . . . . à base calcaire		gr. 2 $\frac{1}{2}$
Argile		gr. 0 $\frac{2}{3}$
Alkali minéral aéré		gr. 1
Soufre		gr. 0 $\frac{1}{4}$

§. 45.

Ayant achevé l'analyse de la fontaine thermale de la Magdelaine, j'entrepris celle des autres sources, & par la comparaison de leur différens produits je me convainquis qu'il n'y avoit de différence entre elles que dans le degré de chaleur, comme on a pu le voir dans le §. 3.

§. 46.

Il est assez curieux d'observer que les sources des eaux tempérées qui s'ouvrent près des chaudes, & qui ont les mêmes principes, n'exhalent aucune odeur & ne soient par conséquent impregnées du même gaz qui rend les autres hépatiques. Il est aussi vraiment frappant de voir en combien de manières différentes la nature a prodigalement répandu ses dons sur le globe de la terre pour satisfaire & prévenir les desirs & les besoins des hommes; mais ce n'est pas un sujet de moindre étonnement que l'abondance & la diversité des eaux minérales qu'elle fournit constamment pour la santé de ses habitans, du sein des plus arides & des plus affreuses montagnes. En effet, outre le nombre infini de fontaines minérales qu'on appelle fontaines froides, la quantité seule & la différente nature des eaux thermales ont de quoi surprendre; car il y en a qui n'ont de particulier que la chaleur, telles que celles qui sont rapportées dans Pline, celles de Bagnol & celles de Saint Laurent; on peut aussi ranger dans cette classe celles que Lottinger observa en Alsace. Il y en a un grand nombre d'autres, qui, outre la chaleur, contiennent de l'air fixe libre

& des sels, aussi les appelle-t-on salino-spiritueuses, comme sont les eaux minérales de Mont-d'or, de Vichy, de Châtelguyon. Il s'en trouve enfin qui avec les sels & la chaleur renferment du soufre, & qu'on peut par conséquent appeler salino-sulfureuses. De cette dernière espèce sont les eaux thermales de Barèges, de Cauterets, d'Aix-la-Chapelle & surtout celles de Vinay, dont les bons effets sont confirmés par la guérison des maladies qu'elles ont opérée, & que Mr. le Docteur Marini notre Collégue a rapportée dans son livre sur ces eaux *.

§. 47.

Il est bon de dire ici un mot des sels qu'on voit à la voûte des fontaines de Vinay, & qu'on ramasse particulièrement en grande quantité dans l'étuve. Ces sels sont en partie volatilisés par le gaz hépatique & par la chaleur des eaux thermales. Si on les soumet à l'analyse, on trouve du sel marin, du sel de Glauber, de la sélénite, de la chaux aérée & du fer. Il ne faut pas croire que toutes ces substances salines se trouvent dans les eaux : le sel de Glauber & la sélénite sont, je crois, le produit de la décomposition des sels marins a base d'alkali minéral & calcaire, opérée par l'acide vitriolique du soufre volatilisé qui peut à la longue se décomposer & donner naissance aux sels vitrioliques. Le fer qui entre en plus ou moins grande quantité dans certaines substances quartzeuses, est celui qui

* Delle acque termali di Vinadio Commentario di Giovanni Antonio Marino Medico Primario dell' Ospedale della SS. Annunziata della città di Savigliano, dedicato a S.S.R.M. VITTORIO AMEDEO III. Torino 1775.

rend martiaux les sels qui sont immédiatement attachés au rocher quartzeux décomposé & rendu friable par le gaz hépatique, ainsi que je l'ai dit dans le §. 32.

DES BOUES DES BAINS

§. 48.

Les boues sont une substance molle & savonneuse; elles ne sont point un dépôt des eaux thermales, mais une terre argileuse qu'on transporte dans les deux réservoirs, énoncés dans le §. 3, où elle est humectée par les eaux qui lui communiquent leur qualité & leur degré de chaleur. On commence par transporter cette argile dans le réservoir inférieur où elle acquiert, à ce qu'on prétend, une meilleure qualité que dans le supérieur, à cause que les sources qu'il reçoit sont plus chaudes: on la transporte ensuite dans le supérieur, pour s'en servir plus commodément. Il s'élève du fond des deux réservoirs des bulles considérables d'air qui crèvent à la surface des boues.

§. 49.

En exposant à l'air de la boue encore humide, on voit des sels effleurir à sa surface. Sèche elle prend une couleur cendrée; on sent qu'elle est savonneuse & composée de parties terreuses très-fines; jetée dans le feu elle exhale une odeur dégoutante: elle est constituée en grande partie de terre argileuse, d'une petite quantité de mica, & de molécules silicieuses très-fines, avec une portion de fer, auquel on doit attribuer sa couleur cendrée.

§. 50.

Si on verse de l'huile de tartre sur la boue qui a déjà été employée, il s'en élève d'abord des vapeurs d'alkali volatil, ce qui ne s'obtient pas si elle est nouvellement ramassée. L'alkali volatil qu'on en retire est, je pense, le produit des humeurs de la transpiration de tous ceux qui y plongent quelque partie du corps, de façon que la boue qui n'a pas servi long-tems, ne peut donner ce principe volatil. Personne n'ignore que le sel ammoniac est un puissant dissolvant; c'est pour cette raison qu'on préfère à la nouvelle boue celle qui a été long-tems employée.

§. 51.

Si on verse sur la boue de l'acide vitriolique, il s'en élève des vapeurs d'acide marin; on observe aussi qu'il s'effleurit à sa surface les mêmes substances salines: il résulte de la lessive de la boue les mêmes principes que ceux des eaux thermales; lorsqu'on l'a employée quelque tems, le sel ammoniac s'y joint aux sels marins. Ce sel est le produit de l'alkali volatil avec l'acide du sel marin calcaire, qui étant déliquescent adhère très-peu à sa base, & qui conséquemment se décompose très-aisément.

§. 52.

Les principes des boues, combinés avec ceux des eaux, forment, moyennant la chaleur, un remède très-propre pour résoudre principalement les humeurs visqueuses synoviales des articulations, & pour corroborer les parties solides: on les emploie avantageusement en les appliquant sur toutes les parties du corps.

DE LA MOUSSE DES BAINS

§. 53.

La mousse est une substance molle, flexible, quelque peu ténace, & composée de fibres qui se subdivisent en autant de fibrilles. Elle est appelée par Mr. le Docteur Allioni * d'après Mr. Linné *Ulva labyrinthiformis*. On la trouve attachée au rocher pendant tout l'écoulement des eaux. Sa couleur varie en raison de son âge; au commencement elle est blanchâtre, ensuite elle prend une couleur de chair, qui se change insensiblement en vert, & enfin en noirâtre; elle croît jusqu'à la hauteur de quatre pouces dans les endroits où elle n'est point foulée. En l'observant avec le microscope on la voit fourmiller d'insectes qui, malgré la chaleur de 42 à 50 degrés, se nourrissent, vivent & perpétuent leur espèce entre ses fibres. Ceci ne paroîtra point surprenant à ceux qui auront lu l'observation de Mr. Sonnerat, qui rapporte d'avoir vu surnager des poissons à la surface d'un ruisseau, dont l'eau avoit 69 degrés de chaleur au thermomètre de Réaumur: ce ruisseau coule d'un petit lac qui est dans l'île de Luçon, une des Philippines.

§. 54.

La mousse tendre qu'on retire des petites sources qui sont à côté du ruisseau des bains, jetée sur une pelle rougie au feu, répand une odeur sulfureuse, ce que ne fait pas la mousse des

---

* *Flora Pedemontana* Vol. 2. pag. 334. n. 2639.

rochers. L'existence du soufre dans la mousse tendre de ces petites sources, est due à leur position & à la faveur de l'argile; car les Chimistes n'ignorent pas la très-grande affinité qu'a l'argile avec le soufre, puisque ce dernier étant séparé du gaz par l'air atmosphérique, en est attaqué.

§. 55.

Je détachai légérement du rocher 3 livres de cette mousse, & après les avoir lavées, & séparées de toute matière étrangère, je les fis sécher dans un four. Après le desséchement, elles pesoient 3 onces & 6 gros, c'est-à-dire que chaque livre avoit perdu 10 onces & 6 gros de son poids.

§. 56.

Si on brûle la mousse, elle petille & répand une odeur d'une substance animale; cette odeur & ce petillement proviennent des insectes & du sel marin. Après le desséchement, si on la remet dans l'eau, elle reprend de l'humidité & quelque peu de son élasticité. En faisant passer cette eau par le papier, je vis, au moyen des réactifs, qu'elle contenoit encore quelques principes salins de l'eau thermale.

§. 57.

Si l'on met de cette mousse dans l'esprit de vin, elle le colore en jaune-obscur: si on le filtre & si on le met en évaporation, on en obtient une substance résineuse & amère. Cette saveur provient aussi d'une portion de sel marin déliquescent, soluble par l'esprit de vin, & la partie extractive dérive de la mousse.

§. 58.

La mousse a la même vertu que les eaux thermales; on peut aussi l'appliquer aisément sur toutes les parties du corps, lorsqu'il est question d'atténuer, de dissoudre les humeurs, & de fortifier les parties solides. Mr. Giavelli préfère la mousse à la boue, lorsqu'il est question de l'appliquer sur le bas-ventre ou sur la poitrine, à cause de sa légéreté.

DES INSECTES MICROSCOPIQUES
QU'ON OBSERVE DANS CES EAUX ET DANS LEURS MOUSSES.

§. 59.

Avant mon départ pour Vinay Mr. le Comte Balbo, membre distingué de notre Académie, à qui le Père Beccaria a laissé ses manuscrits pour lui donner la dernière marque de son estime & de son attachement, eut la complaisance de me communiquer les observations microscopiques que ce grand Physicien avoit faites sur ces eaux. Parvenu à l'endroit je fus très-charmé, en les répétant, d'avoir les mêmes résultats: je me ferai donc un plaisir d'en donner une description.

§. 60.

On observe deux espèces d'insectes dans les eaux & dans leurs mousses. La première est celle que le Père Beccaria découvrit dans les urines corrompues & puantes. Ces insectes, qui sont d'une figure sphéroïdale, enlevés du lieu de leur naissance languissent d'abord, & meurent; de sorte qu'il faut avoir de l'adresse pour les observer. L'autre espèce, dont

le Père Roffredi, Membre de notre Académie & d'un mérite connu, donne une exacte description, est armée d'une trompe qu'elle darde & retire à volonté; sa gueule est armée de plusieurs aiguillons qui sont propres à saisir la proie, & qui sont continuellement agités par un mouvement oscillatoire: ces insectes, qui supportent long-tems un degré tempéré de chaleur, étant sensiblement plus grands que ceux de la première espèce, peuvent être observés plus facilement.

§. 61.

Il y en a encore une troisième espèce qu'on voit se promener à la surface de l'eau : on les distingue à la simple vue; il sont pourvus d'une scie, d'un aiguillon & d'un tuyau.

Tels sont les résultats des observations & des expériences que j'ai faites sur les eaux thermales de Vinay, où je me suis rendu deux fois pour mieux en constater les principes, & m'assurer particulièrement de quelques phénomènes que j'y avois observés la première fois.

EXPÉRIENCES

SUR LA PLATINE

PAR M.r LE CHEVALIER NICOLIS DE ROBILANT.

Les expériences sur la platine, dont je vais donner les résultats furent faites en 1757 par ordre du Roi. Il paroîtra d'abord étrange que je publie à présent un travail si ancien, étant tout naturel de penser qu'il ne peut plus guère contenir de nouveau, après les recherches de tant d'habiles Chimistes sur cette matière: cette même réflexion m'avoit fait abandonner l'idée d'en faire part au public; mais ayant eu dernièrement occasion de revoir mon manuscrit, & ayant reconnu que l'enchaînement de mes expériences m'avoit conduit à des vérités qui ont échappé en partie à l'attention de ces Savans, & qui sont assez intéressantes, je me suis déterminé d'en exposer les résultats dans ce mémoire.

La platine dont je me servis fut envoyée d'Espagne la même année par Mr. le Comte de la Tour, qui y étoit alors Ambassadeur de notre Cour, d'après l'ordre qu'il en avoit reçu du Roi. Elle pesoit 2 onces, 11 deniers, 13 grains $\frac{11}{16}$; elle étoit en forme de grenaille & en écailles, & avoit une couleur gris-d'acier.

Je commençai par examiner cette platine à l'aide d'une forte loupe; j'y découvris plusieurs filets malléables que je soumis à la coupellation, de laquelle il résulta un bouton d'argent fin, du poids de demi-grain. Je séparai ensuite au moyen du barreau aimanté le fer qu'elle pouvoit contenir, & je re-

tirai 12 grains d'un sable noir luisant qui ressembloit au sable des ruisseaux aurifères, & qui s'écrasoit sous le marteau; je parvins aussi à en séparer 17 grains qui étoient mêlés avec des écailles de la platine, & qui étoient néanmoins attirables à l'aimant: il ne fut pas possible d'en faire la séparation par le lavage, parce que ces lamelles minces nageoient dans le courant de l'eau. La partie la plus mince de cette platine paroissoit sensible à l'action de l'aimant placé à $\frac{1}{2}$ ligne de distance.

Comme les substances martiales par une forte calcination soutenue se réduisent en ocre en perdant leur phlogistique, je soumis une portion de platine à une vive réverbération; elle obscurcit sa couleur, perdit son luisant & prit une couleur matte de fer. En ayant soumis au marteau sur une enclume bien lisse un grain des plus apparens, qui n'excédoit pas la longueur d'une ligne du pied de Roi, il s'étendit en une lame très-mince sans aucune gerçure.

Je pris le poids d'un quintal fictif de platine rougie à une vive réverbération, j'en combinai 50 parties avec 17 de cuivre & 6 d'étain, avec des scories du régule d'antimoine martial, avec une quantité proportionelle à cette substance réfractaire, & du plomb en grenailles, comme l'on fait pour les essais; mais je n'eus pas le moindre indice d'argent. Je soumis ce mélange à la fonte dans un scorificatoire, & à la vitrification dans un fourneau de coupelle, il s'y montra très-réfractaire & entouré de scories d'une manière tout-à-fait irrégulière: je trouvai ensuite que le plomb étoit devenu fort aigre, & qu'il avoit pris une texture à petits grains luisants; l'ayant fait passer à la coupelle, vers la fin il parut, à la surface & au bord, des scories obscures qui en garnissoient le contour: enfin le

métal s'obscurcit, malgré qu'on le poussât au feu le plus vif, & il se figea sans fulmination. Je retirai la petite plaque qui étoit d'une couleur blanche luisante: elle étoit aigre au marteau, & avoit acquis une augmentation de poids.

Ayant examiné cette plaque de coupelle, qui pesoit à peu près un denier, je la mis dans un matras contenant de l'eau régale composée à parties égales des acides nitreux & marin : à l'accès du feu la dissolution se fit d'une manière violente, & prit une belle couleur rouge de grenat ; il resta au fond un peu de platine & du sable noir dont j'ai déjà parlé: après un long repos, il se déposa une chaux de couleur de molybdène, que je séparai & mis de nouveau dans de l'esprit de nitre qui ne put l'attaquer ; je le remplaçai par de l'eau régale, qui prit une couleur verte d'herbe; j'y instillai des gouttes d'huile de tartre, & après l'effervescence il se fit un précipité; la dissolution après trois mois de repos donna des cristaux de la couleur des rubis ; ce qui marquoit une résidence martiale.

Après avoir examiné la platine avec le plomb, & son résultat avec l'eau régale, je passai aux alliages avec les autres métaux & demi-métaux. Je commençai donc à l'allier avec un or à peu près de 24 K.ts, qui étoit parfaitement purifié par l'antimoine : pour faciliter la fonte de ces deux métaux j'employai du borax, qui les fit fondre & mêler parfaitement ensemble: les proportions des mélanges étoient les suivantes.

1.° 20 K.ts d'or, & 3 K.ts de platine il en résulta un or pâle & aigre.

2.° 21 K.ts d'or, & 3 K.ts de platine coupellés avec un peu de plomb: j'y trouvai une augmentation d'un K.t qui étoit la ré-

sidence du plomb; je poussai ce mélange avec l'antimoine & du borax, & il en résulta 23 K.^{ts}, 12 gr., par conséquent ce demi-métal ne put chasser la platine qu'en partie. Cet or étoit pâle, rougeâtre & cassant. Je le combinai avec trois fois autant d'argent fin, pour en faire le départ, & je trouvai que le cornet d'or ne pesoit que 18 K.^{ts}; il y eut donc une perte de 3 K.^{ts}

3.° 22 K.^{ts} d'or, & 2 de plat. soumis à l'antimoine après la coupelle, me donnèrent un bouton du poids de 23 K.^{ts} 12 gr. L'or fut plus coloré, cependant cassant; l'ayant soumis à l'inquartation, j'en retirai 21 K.^{ts} d'or très-beau, parce que la platine n'y existoit plus, & qu'une portion d'or étoit restée en arrière.

4.° 23 K.^{ts} d'or, & 1 de plat.. J'en eus un or malléable & plus chargé en couleur.

5.° 23 K.^{ts}, 12 gr. d'or, & 12 gr. de plat.. J'en obtins un or de meilleure qualité.

6.° 23 K.^{ts}, 18 gr. d'or, & 6 gr. de plat.. Ce fut le meilleur or de tous.

Il faut remarquer que si l'or n'est allié qu'avec des métaux imparfaits, l'on parvient, en le soumettant à la coupellation, & en poussant le feu, à le retirer très-pur; mais que s'il est mêlé avec de l'argent ou de la platine, il y demeure uni, & le plomb n'a aucune action.

Je soumis le N.° 2 à un triple coulement d'antimoine cru, selon les règles, & après l'avoir poussé à un feu violent, j'en obtins un grain d'or de 10 K.^{ts}, lequel étoit rougeâtre & un peu cassant; voyant ce défaut, je fis détruire toutes les scories de l'antimoine, & j'en retirai à peu près ce qui manquoit.

Le N.° 3 fut mis avec du bismuth dans une coupelle, & il en résulta après la fulmination un or pâle avec augmentation de poids. L'ayant soumis encore à la coupellation avec du plomb, j'eus un or qui présenta une surface raboteuse & rougeâtre ; il étoit cassant & avoit augmenté de $\frac{1}{2}$ K.t ; au départ il y eut un déchet d'un K.t, & la platine en fut séparée en poudre.

Le N°. 4 fut composé avec trois fois autant d'argent fin, ensuite réduit en cornet ; traité au départ, la dissolution fut complète, l'or rouge se maintint en cornet très-haut en couleur, & du poids de 23 K.ts, sous la déduction de 4 gr. de résidence de l'argent: ce qu'il y eut de singulier fut, que la platine dans la dissolution se sépara de l'or en une poudre noire que je mis à part, & qui soumise à la coupellation produisit un bouton de platine égal à ce que l'on en avoit mis: d'où l'on voit qu'il y a des moyens très-faciles de reconnoître dans les essais s'il existe de la platine avec l'or.

Quoique je n'ignorasse pas la grande résistance que ce singulier métal fait à la fonte, & que je l'eusse assez reconnue dans les expériences précédentes, je voulus cependant m'en assurer davantage au moyen d'un feu de soufflet très-fort dans un fourneau à la Réaumur. Je pesai donc 1 gros de platine que je mêlai avec 2 gros de quartz pulvérisé, 1 gros de borax & 1 gros de potasse, le tout dans un creuset d'argile réfractaire bien battu dans son moule, & le couvercle bien luté : je le fis rougir pendant deux heures, après quoi je poussai le feu insensiblement au degré le plus violent, & le soutins jusqu'à ce que le creuset s'affaissât sans cependant se fêler ; l'ayant cassé, je trouvai une vitrification vert-crysolithe ; la platine

la plus blanche étoit rangée par grains accolés, mais sans adhérence; ces grains paroissoient poreux au microscope; leur figure étoit tétraèdre. Je remassai la platine que l'on pouvoit réduire en poudre, & la trouvai peser 2 deniers, 8 grains; elle avoit donc fait une perte de 64 gr.; quant à la teinte verte de verre qui la recouvroit, elle étoit apparemment produite par la destruction de la partie martiale qui pouvoit lui être adhérente.

Après avoir examiné la platine avec l'or je crus à propos d'en faire différens alliages avec l'argent fin de coupelle, & avec une quantité proportionnelle de plomb. Je combinai à cet effet

	Argent	Platine		
1.°	8 den.	4 den. qui produisirent un bouton de	13 gr.	plus pesants par la résidence du plomb.
2.°	7	5	36	
3.°	8	4	72	
4.°	9	3	18	
5.°	10	2	6	
6.°	11	1	0	
7.°	11 12 gr.	0 12 gr.	0	
8.°	11 18	0 6	0	

Les quatre premiers comme surchargés de platine s'aplatirent dans la fulmination, avec une surface raboteuse, & une couleur blafarde; les trois autres s'évaporèrent en boutons, & s'éclaircirent toujours plus à mesure qu'ils approchoient du fin: je reconnus aussi une adhérence du plomb à la platine, malgré la forte action du feu: la résidence du plomb enfin augmentoit en raison de la platine.

Le N.° 1 fut laminé; il se gerça sur les bords, & montra un grain de couleur rougeâtre & livide.

Le N.° 2 fut laminé; il se gerça & présenta un grain qui étoit d'un gris-sale.

Le N.° 3 put aussi se laminer; sa couleur étoit moins livide, & son grain moins livide aussi que le précédent.

Le N.° 4 fut plus blanc & très-malléable; il ne se gerça que sur la fin, & étoit d'un grain grisâtre.

Dans le N.° 5 l'argent approchoit déjà de sa couleur; il étoit malléable & grené à la fracture.

Le N.° 6 donna un alliage d'argent très-beau, & malléable.

Le N.° 7 étoit, comme le précédent, bien malléable.

Le N.° 8 enfin étoit très-beau & très-malléable.

L'on voit donc que les cinq premiers alliages étoient mauvais, que l'argent peut souffrir un douzième de platine sans préjudice, & que par conséquent elle pourroit suppléer à l'alliage du cuivre; enfin qu'à mesure qu'il entre moins de platine, l'alliage devient toujours plus beau & plus traitable: mais, comme cette substance est très-rare, ce n'est que pour en connoître les propriétés que l'on a fait ces différentes combinaisons.

Les alliages précédens furent traités séparément avec l'eau forte, d'où s'ensuivit la dissolution de tous: pendant l'ébullition la liqueur étoit noire; en l'affoiblissant avec de l'eau distillée, l'on avoit un sédiment presque correspondant à la platine employée dans l'alliage, & que l'on séparoit après l'avoir bien édulcoré & rougi dans un scorificatoire.

L'on voit par là qu'il est aisé de s'assurer, par l'opération même du départ, si l'argent contient de la platine, & quelle en est la quantité, puisque cette substance n'est point dissoute par l'acide nitreux; il faut cependant être prévenu que les molécules de platine qui se subdivisent, sont si fines qu'il faut user de la plus scrupuleuse circonspection dans ces opérations pour ne rien perdre.

Je fis précipiter avec de l'huile de tartre l'argent de sa dissolution; je coupellai le précipité avec du plomb, & j'en retirai tout l'argent qui fut employé dans ces alliages.

J'alliai ensuite la platine avec le cuivre dans différentes proportions, & les mis dans des creusets à poupée avec du flux noir; lorsque le cuivre étoit fondu, j'y introduisois la platine en différentes proportions, dont voici les résultats.

1.° 1 denier de cuivre pur avec un denier de platine, produisit un alliage blanc-jaunâtre, malléable, avec des gerçures.

2.° 2 den. de cuivre & 1 de platine fournirent un alliage grené dans la fracture.

3.° 3 den. de cuivre & 1 de platine donnèrent un alliage bien malléable de couleur blanchâtre.

4.° 4 den. de cuivre & 1 de platine firent un composé d'une belle couleur de rose, très-malléable.

5.° 5 den. de cuivre avec 1 de platine furent plus rougeâtres que le précédent, quoiqu'encore pâle & très-malléable.

6.° 6 den. de cuivre sur 1 de platine formèrent un alliage très-malléable, noirâtre à la fracture comme de cuivre noir d'une couleur rouge-blanchâtre au déhors; il étoit tendre à la lime, & ayant été poli il prit une couleur azurée.

Voulant m'assurer si le salpêtre déflagré sur cette dernière composition détruiroit le cuivre, & laisseroit la platine intacte, je mis cet alliage dans un creuset au feu du soufflet; aussitôt qu'il fut liquide, j'y mis par cuillerées du salpêtre broyé, & je continuai jusqu'à ce que tout fut réduit en scories; & à quelques petits grains de cuivre près, qui furent répandus dans le creuset, le reste fut entièrement dé-

truit; ainsi l'on voit que si un argent contenoit de platine le salpêtre seroit un moyen sûr pour l'affiner, comme il l'est pour le purger de tous les autres métaux, & demi-métaux imparfaits.

Après avoir allié la platine avec le cuivre, je la mêlai en différentes proportions avec l'étain; mais avant de jeter ce métal, je fis bien rougir la platine, & y joignis du flux noir & du borax fondu. Les doses furent les suivantes.

	Étain	Platine	
1.°	1 den.	1 den.	furent difficiles à couler.
2.°	2 .	1	
3.°	4 .	1	il devint aigre avec une couleur plombée.
4.°	6 .	1	il étoit malléable & plus dur, & ne grinçoit plus sous la dent; sa couleur étoit bleuâtre.
5.°	18 .	2	ce mélange fut coulé en lingot, qui prit une couleur azurée; l'étain acquit une plus grande dureté sans perdre entièrement sa ductilité, puisqu'on pouvoit le plier jusqu'à un certain point sans le casser, & il montroit un grain fin à la fracture.

L'on voit que la platine ternit la blancheur de l'étain, & qu'une petite quantité qui ne surpasse pas le 10 pour 100, lui donne une dureté, sans lui ôter entièrement la malléabilité.

Je soumis le dernier mélange à une transpiration dans un scorificatoire adapté à un autre; l'étain se sépara à une petite action du feu, & se fixa en une substance que je revivifiai dans un creuset avec des réductifs; j'eus par ce moyen un régule de platine cellulaire, luisant, blanc & malléable.

Je le soumis à une nouvelle fonte, mais le régule que j'en obtins étoit semblable au précédent; j'exposai ensuite à une calcination soutenue ce régule qui se réduisit en une poudre que je soumis à la vitrification qui donna une vilaine couleur au verre.

Je fis dissoudre dans l'esprit de sel un peu de cet étain qui avoit transpiré, & je reconnus qu'il avoit entraîné un peu de platine au fond du matras.

Après avoir essayé les combinaisons avec l'étain, je mêlai la platine avec le plomb tout seul :

	Plomb		Platine
1.°	1 partie	.	1
2.°	2	. .	1
3.°	3	. .	1
4.°	4	. .	1
5.°	5	. .	1
6.°	6	. .	1

Le 1.er mélange ne put entrer en fusion au fourneau de coupelle.

Le 2.d se fondit en partie, & put couler; ce qui resta en arrière étoit adhérent au creux du scorificatoire; lorsqu'il fut refroidi, il réfléchissoit les différentes couleurs de l'iris; il étoit très-cassant, & sa texture étoit grenée & grise.

Le 3.e fut coulé presqu'en entier; il offroit une texture lamelleuse, & conservoit quelque malléabilité.

Le 4.e fut coulé après un feu soutenu & bien violent; la composition étoit d'un grain fin, & il lui restoit quelque malléabilité; le verre qu'on en obtint étoit de couleur brune.

Le 5.e fut coulé de même : le mélange en fut plus facile, & étoit azuré & d'un grain fin.

Le 6.e mélange fut coulé bien incandescent; il prit une apparence violette, en conservant assez de malléabilité, & ne se cassant que par la continuation des coups : la texture étoit en lames luisantes de la couleur du fer.

Il est à propos d'observer que le vernis dont les scorificatoires étoient enduits, étoit brun-obscur, ce qui marquoit la destruction des matières étrangères à la platine.

Le 7.e mélange fut soumis à une scorification soutenue pendant 10 heures, après quoi je le coulai en obtenant une plaque lisse à la surface & cassante; les scories ne parurent être que du verre de plomb.

Cette plaque fut évaporée sur un scorificatoire; je hâtai son évaporation à l'aide du soufflet, & pour la conserver dans cet état de liquidité, j'y ajoutai un peu de fiel de verre; sur la fin il se figea un grain à peu près du poids d'un denier.

Ce grain remis à une nouvelle scorification se fondit, & malgré l'action du soufflet qui animoit le feu, il se figea en formant un bouton crépu, & souffrit quelque déchet; sa couleur approchoit de celle d'un amalgame d'étain; la lime y mordoit; il se brisa au premier coup de marteau, & présentoit des concavités dans l'intérieur.

L'on voit donc par le rapport de ces procédés, que la platine se confond avec le plomb, lorsqu'il est incandescent; qu'elle le rend cassant; qu'elle en change la texture; & que le plomb prend une couleur différente, suivant les doses employées; que la platine se montre assez fixe, puisqu'elle résista à l'entière évaporation du plomb, & que malgré cela les molécules de platine ne firent que se rapprocher, & ne se fondirent point ensemble.

Je voulus m'assurer si la platine se combinoit avec le bismuth, & reconnoître ce qui résulteroit de leurs mélanges affinés à la coupelle, puisqu'on sait que le bismuth n'attaque pas les métaux fins, & que ce demi-métal a, ainsi que le

plomb, la propriété de se dissiper en s'insinuant par les pores des coupelles; par là je pouvois m'assurer de la fixité de la platine, ou de sa destructibilité: les mélanges furent donc les suivans.

Le n.° 1 étoit composé d'1 denier de platine & d'1 den. de bismuth que je mis dans un scorificatoire: ce mélange s'étant réuni après un feu vif je vis nager une scorie dont la couleur étoit jaune-obscure.

Le n.° 2 . . . . . d'1 den. de platine & de 2 den. de bismuth: il en résulta un régule rougeâtre bien uni à la fracture, mais cassant.

Le n.° 3 . . . . . d'1 den. de platine & de 3 den. de bismuth: le régule fut cassant, d'une texture à écailles, & couvert d'une scorie d'un brun-obscur.

Le n.° 4 . . . . . d'1 den. de platine & de 4 de bismuth: le régule fut blanc, luisant, d'une texture à lamelles, & cassant.

Le n.° 5 . . . . . d'1 den. de platine & de 5 de bismuth: le régule fut à peu près le même que celui du n.° 4.

Le n.° 6 . . . . . d'1 den. de platine & de 6 de bismuth: le régule fut très-cassant, d'une couleur bleuâtre, & à petites lamelles luisantes; ayant été soumis à la coupellation, après la fulmination il se figea un grain ou plaque d'un métal blanchâtre qui conservoit un peu de ductilité, en sorte que je conjecturai que la platine étoit encore combinée avec un reste de bismuth, & qu'il auroit fallu un plus grand degré de feu pour les séparer complétement.

Quoique je n'aie pas poussé plus loin les mélanges de la platine avec le fer, le mercure, & les autres demi-mé-

taux, comme j'avois fait avec les précédens, cependant j'en reconnus les qualités avec les différens menstrues soit par la voie humide, soit par la voie sèche, & j'observai que la platine s'étoit parfaitement dissoute dans l'eau régale, que cette solution prenoit vraiment une couleur de rubis, & qu'en la laissant long-tems en repos, & en saisissant bien le point de saturation, elle se cristallisoit en forme de rubis très-haut en couleur. Ensuite ayant décanté la solution, & l'ayant étendue dans beaucoup d'eau, j'y instillai peu à peu une dissolution d'étain faite dans l'esprit de sel jusqu'au point de saturation, comme l'on fait pour avoir le précipité d'or de Cassius, la liqueur devint tout de suite orangée, & fit une précipitation.

Pour m'assurer si l'esprit de sel pouvoit lui-même dissoudre la platine, je mis dans un matras de verre 1 denier de platine dans une suffisante quantité d'esprit de sel assez actif; la dissolution s'en fit d'une manière complète, puisqu'il n'y eut qu'un petit résidu qui étoit attiré par l'aimant, & dont la couleur étoit celle du sable martial: je le soumis à la scorification & à la coupellation, d'où je retirai encore un peu de platine qui avoit échappé à la dissolution; cette dissolution laissée en repos fit un dépôt que je séparai & remis dans le même dissolvant, où j'instillai, après la nouvelle dissolution, de l'huile de tartre par défaillance, de façon que j'en obtins un nouveau précipité.

I J'instillai dans la solution de la platine par l'esprit de sel une solution d'or dans l'eau régale, les liqueurs se réunirent sans le moindre signe de contraste, ni de précipitation.

II Dans la même solution j'instillai une solution d'argent faite dans l'eau forte, il se fit sur le champ un précipité de

couleur de safran clair, & la liqueur devenant une eau régale, l'argent de la platine fut précipité en lune cornée.

III Ayant instillé encore dans la même platine dissoute une solution de plomb faite dans l'eau régale, il ne se fit aucun précipité, & cela étoit naturel, parce que l'un & l'autre de ces métaux pouvoient en être dissous.

IV Par la même raison l'instillation d'une solution d'étain dans l'eau régale ne produisit aucun mouvement.

V Une solution de mercure dans l'eau forte causa un précipité blanc.

VI J'instillai dans la même solution de platine une solution de régule de cobalt faite dans l'eau forte, & il se fit sur le champ un précipité gris, & la liqueur devint verte.

VII La dissolution de l'arsenic dans l'eau forte ne troubla point celle de la platine, quoiqu'étendue dans beaucoup d'eau.

VIII Je versai une solution de régule d'antimoine faite dans l'eau régale; la liqueur ne se troubla point dans l'instant, mais ayant été étendue dans beaucoup d'eau, elle devint laiteuse, & fit un précipité.

IX J'instillai une solution de fer faite dans l'eau forte sur cette solution; elle se troubla sur le champ, & fit un précipité de couleur tannée.

X Par une solution de cuivre faite dans l'eau forte, la solution prit une couleur vert-d'herbe, & ayant été étendue dans l'eaû, elle produisit un précipité vert.

XI Dans la même solution ayant instillé une solution de bismuth dans l'eau forte, il y eut un précipité floconneux de couleur jaune-safran.

XII La solution de platine avec une solution de zinc dans l'eau forte fit sur le champ un précipité.

J'éprouvai l'action de l'huile de vitriol sur cette substance; quoiqu'elle fût très-concentrée & dans une forte ébullition, elle n'attaqua point la platine; il en fut de même après avoir été étendue avec de l'eau.

D'après l'exposé que je viens de faire, il est aisé de voir que l'eau régale est le dissolvant le plus actif de la platine; que cette solution à lieu par le secours de la chaleur; que lorsqu'elle est saoulée, il faut remettre de nouvelle eau régale jusqu'à ce que tout soit entièrement dissous; que cette liqueur enfin bien chargée de platine prend une belle couleur de grenat foncé, dont on obtient par le repos des cristaux de la même couleur.

Je vais maintenant rendre compte de plusieurs tentatives que j'ai faites sur cette dissolution de platine par l'eau régale.

I J'instillai dans la dissolution de platine une solution de zinc dans l'eau forte; je n'y remarquai aucun mouvement; la liqueur jaunâtre s'y soutint transparente; j'eus enfin, après plusieurs jours de lente évaporation, de très-beaux cristaux décaèdres de la couleur des rubis, qui étoient dissolubles dans l'eau bouillante.

II A la dissolution de platine j'ajoutai par gouttes de la solution de bismuth dans l'eau forte, & j'eus un précipité blanchâtre devenu assez volumineux en 24 heures; je l'édulcorai, & la solution évaporée & cristallisée ne donna aucun cristal régulier; ce précipité ayant été desséché & exposé au feu de réverbère, prit la couleur de cendres.

III Ayant versé peu à peu une dissolution de fer dans l'eau forte sur celle de la platine, il se fit un précipité

ocracé, & la liqueur ne changea point de couleur; c'est pourquoi je la fis dessécher & édulcorer, & j'en retirai la chaux.

IV La même dissolution de platine soumise à une lente évaporation, à mesure qu'elle se concentroit, prenoit, comme je l'ai observé plus haut, une teinte rouge chargée; enfin il se forma une pellicule saline, qui en refroidissant tomboit en déliquescence, & ne prenoit aucune figure cristalline décidée; par l'entier desséchement de la liqueur je retirai un précipité brun-verdâtre, qui étant édulcoré fut desséché, réverbéré & réduit en une poudre obscure, qui fut mise ensuite avec un bain de plomb dans une coupelle, où elle déposa une scorie noirâtre.

V La solution de platine dans l'eau régale précipitée, avec l'huile de tartre par défaillance, fut d'abord troublée, & il s'en précipita un dépôt safrané qui n'avoit aucune action fulminante: j'obtins la même chose avec l'alcali volatil fait par l'alcali fixe; & je ne pus reconnoître aucune absorption ni de l'un, ni de l'autre.

VI La solution de platine fut précipitée par une dissolution de chaux dans l'eau forte, & il se fit une précipitation de couleur jaune-pâle.

VII En y instillant une solution de cuivre faite dans l'eau forte, il se fit un précipité jaune d'ocre mêlé de verdâtre.

VIII J'instillai dans la même liqueur de platine une solution d'argent dans l'eau forte, il s'y fit un mouvement instantané, & un précipité couleur de safran; la liqueur se conserva jaune-dorée, & ce précipité édulcoré étant exposé à une forte réverbération se revivifia en un métal grisâtre qui étoit un peu malléable, & l'on put y reconnoître une double précipitation.

IX Voulant essayer si le cuivre avoit plus d'affinité avec l'eau régale, que la platine, je plongeai de petites lames de cuivre bien polies dans la dissolution réguline, & la platine se précipita & couvrit ces lames d'une poudre grise: la solution se teignit en vert; le fer en fut aussi plus facilement attaqué; des lames bien polies produisirent un précipité métallique, & le fer prit sa place dans la dissolution.

X Curieux de savoir quelle étoit la substance qui se séparoit en poussière grise ou noire, par l'immersion des lames de cuivre ou de fer dans la solution de la platine, je la recueillis exactement & la mis séparément dans des scorificatoires avec du plomb , & après l'avoir coupellée j'en retirai la platine parfaitement intacte, malgré le feu & une fumée de plomb: ce qui prouve suffisamment la fixité que cette substance métallique conserve à la coupellation, aussibien que l'or & l'argent; comme il reste toujours dans ces précipités quelque peu du précipitant, on ne doit pas être surpris que cela ait été décelé par le vernis vert qui prit le scorificatoire.

XI L'on a vu que la solution d'or mêlée avec celle de platine ne se trouble point, & qu'elle se mêle parfaitement avec elle, ce qui marque l'homogénéité de l'action du dissolvant: je poussai cette liqueur combinée jusqu'à siccité, je mis le résidu bien édulcoré à un bain de plomb dans une coupelle, & quand il fut parvenu à son point d'affinage, le bouton se découvrit: il s'affaissoit en refroidissant: sa couleur étoit grisâtre, d'une texture cassante & en lamelles rougeâtres; ce qui manifestoit la combinaison de la platine avec l'or: ayant poussé sur la fin le feu avec vivacité, il n'y eut que quelques légères fumées de plomb.

XIII Le précipité de couleur safranée du n.° VII fait par la dissolution d'argent, fut bien édulcoré, & ensuite exposé à une forte réverbération; ce qui produisit des scories vertes foncées; en y ajoutant du borax, le scorificatoire fut vernissé en vert-foncé: j'y ajoutai du plomb qui se saisit de toute la substance métallique, & qui après avoir passé à la coupelle, donna un bouton qui se ternit dans sa fulmination; il étoit assez malléable pour être réduit en une lamelle mince de couleur d'acier; cette lamelle fut soumise à l'eau régale qui exerça toute son action sur la platine sans toucher à l'argent, qui demeura comme une espèce de lune cornée.

Comme l'acide de sel marin & l'eau régale sont les vrais dissolvants de la platine, tandis que le vitriolique, le nitreux & le végétal n'agissent aucunement sur elle par la voie sèche, en l'exposant à la fusion avec les différens dissolvants, il falloit avant tout reconnoître comment elle se comporteroit à l'action du feu. J'exposai donc 2 den. de platine dans un creuset au feu de soufflet, & quoique je l'aye porté au plus haut degré, il n'y eut pas moyen de la fondre. Je mis par portion $\frac{1}{2}$ once de fleurs de soufre, en couvrant le creuset, & je fis pousser ensuite le feu; la platine fut attaquée, & une petite partie se convertit en une poudre rouge, le reste demeurant dans son état naturel, & les grains collés ensemble; ce ne peut donc être que les parties hétérogènes qui furent détruites, & qui fournirent la poudre rouge.

I Je mis dans un creuset à poupée bien couvert cette platine qui n'avoit perdu en tout que peu de son premier poids, & je la poussai au feu: lorsque le creuset fut rougi j'y ajoutai 4 grains de potasse & 2 de soufre pour en faire un foie

du soufre; ayant ensuite poussé la fonte à incandescence, la platine se trouva parfaitement dissoute par le foie de soufre qui se montra de couleur noire.

II Le foie de soufre chargé de platine fut dissous dans l'eau pure, & ayant éte filtré il se trouva sur le papier gris une substance qui n'étoit pas dissoute, & qui ayant été calcinée donna de la vraie platine, & une assez bonne quantité de chaux rouge. J'instillai du vinaigre distillé dans la liqueur filtrée, & il se fit les précipitations & combinaisons ordinaires du foie de soufre.

Comme il m'importoit de bien connoître quels étoient les phénomènes que la platine présenteroit dans le fourneau de coupelle, je pesai un essai ordinaire que je combinai avec une suffisante quantité de plomb granulé de Vilach, qui est entièrement privé d'argent; j'y procédai avec le feu le plus vif, il se couvrit d'une scorie compacte safranée; après le coulement l'œuvre étoit cassante, à lamelles & à écailles luisantes. Elle fut soumise à l'affinage, mais vers la fin elle s'affaissoit, ce qui arrêtoit l'opération. Je soumis donc à une scorification répétée cette plaque d'affinage avec du verre de plomb arsénical, & l'ayant ensuite aidée avec du fiel de verre j'eus une substance réguline rougeâtre, à stries cassantes, dont le poids avoit augmenté de $\frac{2}{5}$. J'exposai ce régule à l'affinage par réverbération, tout comme l'on procède aux essais pour le cuivre noir; les parties volatiles s'en exhalèrent, & le régule reprit presque son premier poids. Le grain d'affinage étoit cassant, & luisant dans sa cassure; je le poussai nouvellement avec du borax à un nouvel affinage par un feu violent; il se liquéfia, s'affina, se durcit, & se réduisit au poids

exact que j'en avois employé. Le grain étoit concave au-dessous, d'un blanc rougeâtre, cassant, & éprouvoit quelqu'action de la part de la lime. Une opération de cette nature prouve évidemment, ce me semble, que la platine non seulement est fixe à la coupelle, mais encore indestructible par les plus violentes réverbérations.

Il étoit naturel après avoir reconnu l'action des foies de soufre sur la platine, que j'examinasse par la voie sèche quels en seroient les phénomènes. Je fis donc fondre à un feu de fourneau à vent $\frac{1}{2}$ once de potasse bien pure dans un creuset, & lorsque le sel fut incandescent, j'y mis $\frac{1}{8}$ de platine; & après une fonte soutenue, le creuset étant bien couvert, je je le laissai refroidir. La scorie alcaline étoit de coûleur pourpre; il y eut sur le noyau une efflorescence couleur de rose, & sur le fond du régule salin il n'y eut que de petites écailles luisantes, rougeâtres & métalliques; toute la platine par conséquent avoit été absorbée. Le fond du cône fut séparé comme ne contenant plus de parcelles métalliques; il fut broyé fin, & mis dans un matras avec de l'eau distillée pour en lessiver le sel; il s'en sépara cependant un sédiment métallique du poids de 2 deniers, 11 grains, & la liqueur étoit noire & onctueuse; par l'*instillation* de quelques gouttes de vinaigre il se développa une odeur de foie de soufre.

Les scories supérieures furent aussi lessivées dans l'eau distillée, & l'on eut un sédiment de 3 den: 21 grains; en tout 5 den: 32 gr:, c'est-à-dire presque le double de la platine, & par conséquent dans sa réduction en chaux l'alkali avoit déposé une substance qui lui donnoit ce grand accroissement.

Je soumis dans un creuset un huitième de platine, qui fut bien rougi par la seule action d'1 once de salpêtre qui étoit fondu; je le fis fuser; j'augmentai le feu, & après un certain tems l'en ayant tiré & laissé refroidir, je le cassai, & trouvai une scorie noire, spongieuse, & toute la platine détruite, à quelques petites parcelles près, qui se trouvoient dispersées: je fis scorifier cette substance, & la traitai à la coupelle, où il se ramassa un petit grain de platine.

Une portion de cette scorie étoit en lamelles luisantes; après l'avoir broyée je la mêlai avec une double quantité de borax, & la remis en fonte; il en résulta une vitrification vert-obscure, qui se séparoit d'un noyau aussi vitrifié de couleur martiale: je broyai séparément ce noyau, & l'ayant mis avec une double quantité de flux noir, & demi-portion de sel ammoniac bien couvert avec du sel commun, je le fis refondre, & il en résulta une scorie bien obscure; le sel fut rembruni par le phlogistique; je découvris beaucoup de grenailles métalliques répandues dans les scories qui étoient sensibles à l'action de l'aimant. Toutes ces scories furent lessivées dans l'eau chaude, & j'en séparai un sédiment obscur qui relacha la platine au fourneau de coupelle. L'on voit donc par toute cette suite d'observations que cette substance est attaquée par l'alcali fixe du nitre, ce qui n'arrive ni à l'or, ni à l'argent, sur lesquels il n'a point d'action.

Pour mieux reconnoître les affinités de la platine avec les différentes substances métalliques & salines, je fis encore différentes combinaisons dont je vais rendre compte, en rappelant que les dissolutions de la platine sont toujours dans l'eau régale.

I Dans une solution de platine, j'en instillai une de vitriol de cuivre; mais bien loin d'en voir séparer, comme il arriva dans celle de l'or, une poudre qui surnage, il se fit au contraire un précipité brun-rougeâtre, & la liqueur se changea en bleu-clair.

II Dans une solution de platine & d'or, à parties égales, j'instillai une solution de mercure dans l'eau forte, il se fit un précipité noir; l'ayant desséché & édulcoré, je le fis réverbérer, & il prit l'apparence rouge du précipité *per se*; en soutenant le feu, le mercure se dissipa, & il demeura une chaux brune-obscure.

III Dans une solution de platine je versai par gouttes une solution d'étain faite dans l'acide de sel, il précipita une chaux de couleur gris-de-fer, sans altération dans celle de la liqueur; je la précipitai avec de l'huile de tartre jusqu'à saturation, il se fit un dépôt noirâtre qui édulcoré & séché produisit beaucoup de précipité.

IV Dans cette même solution j'instillai une solution de régule d'antimoine faite dans l'eau régale, il se fit un précipité jaunâtre considérable, qui édulcoré & réverbéré se changea en une chaux couleur d'orange.

V Je tentai une *instillation* dans une solution d'arsenic faite dans l'eau forte, il ne s'y fit aucun changement: si à sa place l'on instille une dissolution d'orpiment, avec le tems la liqueur se trouble & fait un précipité.

VI Dans la solution précédente j'instillai une solution de régule de cobalt dans l'eau forte, il se fit un précipité, & la liqueur soutint sa couleur vert-d'herbe: le sédiment blanc fut édulcoré, desséché & réverbéré, & ensuite réuni dans une

coupelle, il en résulta un petit bouton de couleur grise luisante, qui conservoit de la malléabilité.

VII Dans la même solution de la platine j'instillai une solution bien concentrée d'une saumure de sel commun, il ne s'y produisit pas le moindre changement; il en fut de même avec l'infusion d'une forte solution de salpêtre.

VIII Dans la solution de cette même platine j'instillai une dissolution d'alcali volatil fluor, il se produisit sur le champ un précipité d'un jaune sale.

IX Dans la même encore j'instillai une solution de mercure sublimé dans l'eau, il ne s'y fit aucun mouvement; j'essayai encore une infusion d'une solution d'alun, mais il ne se précipita rien. L'infusion de la teinture de noix de galle prit une couleur brune, sans donner aucun signe analogue au fer.

Après avoir fait tant d'expériences pour reconnoître la nature de ce métal, je voulus voir si les différens précipités de platine se réduisoient, & si l'on pouvoit espérer d'en tirer quelque utilité dans l'art des émaux. Je soumis pour cela à la vitrification avec les fondans nécessaires, c'est-à-dire, avec l'alcali fixe de potasse le verre clair, la chaux, l'argile blanche & le plâtre, le nitre fixe, le borax & le quartz combinés, suivant leur action réciproque, en différentes proportions avec les précipités de platine; il en résulta ce qui suit.

1.° Le magistère de platine du foie de soufre tiré par lixiviation, & vitrifié avec le fondant de verre & de potasse, donna une parfaite vitrification dense, assez dure, d'une couleur d'olive, & sans régule; ce qui prouve que le foie de soufre détruit la platine.

2.° La scorification de platine avec le plomb combinée avec 4 parties de chaux, & une de craie, donna après la fonte un régule de plomb aigre qui se gerçoit au marteau, & une vitrification complète d'un verre verdâtre; d'où l'on voit que la craie produisit la revivification du régule.

3.° D'une scorification de borax avec la platine mêlée avec un fondant de verre, il résulta un verre brun-verdâtre, bien solide & sans régule.

4.° La scorification de platine composée avec du verre pilé produisit un verre olivâtre & solide.

5.° Les scories de plomb & de platine mêlées avec l'argile & le plâtre, produisirent la vitrification complète d'un verre jaune-foncé qui procède du verre de plomb.

6.° Le précipité de platine vitrifié avec du nitre fixe & du verre pilé, perça le creuset, & la vitrification ne produisit qu'un mauvais verre.

7.° Le précipité *per se* de platine avec du borax & du verre pilé produisit une scorie noire sans régule, & une surface bronzée métallique; ce qui fait voir que la platine peut se détruire.

8.° Le même précipité combiné avec le nitre fixe & le verre perça le creuset, & se montra sous l'apparence métallique dans la vitrification, qui étoit de couleur fauve.

9.° La scorie de platine avec la fritte de verre produisit une scorie dure avec des parties métalliques dispersées.

10.° Le précipité de platine avec le verre pilé & avec le borax donna un verre olivâtre quelques grains de platine métallique dispersés.

11.° Le précipité de platine avec le fondant de borax, d'argile & de plâtre, perça le creuset; mais la platine se montra sous sa forme métallique répandue dans les scories.

Telle est la suite des expériences que j'ai cru devoir faire sur ce métal particulier pour en reconnoître toutes les propriétés & l'utilité qu'on en peut retirer, & pour prescrire les moyens de le découvrir lorsqu'il est mêlé avec l'or & l'argent.

Après avoir présenté ce mémoire à l'Académie ayant été averti qu'il nous étoit arrivé le volume des mémoires de l'Académie des Sciences de Paris pour l'année 1779 imprimé en 1782, dans lequel Mr. Du Tillet avoit donné quelques mémoires sur le même sujet, je me suis hâté de voir le travail de cet excellent Chimiste,qui n'a eu pour but que de reconnoître la dissolubilité de ce nouveau métal, lorsqu'il est allié à une certaine quantité d'or & d'argent, c'est ce qui n'entre point dans le plan de mon ouvrage; mais j'ai vu avec un sensible plaisir que ce savant finit son premier mémoire par observer que la platine résiste comme l'or & l'argent à l'action de la litarge dans la coupelle, & que pour reconnoître par conséquent si l'argent en retient on n'a qu'à recourir à l'esprit de nitre, qui est un des moyens que j'ai proposés.

CONTINUATION
D'EXPERIENCES ET D'OBSERVATIONS
SUR LE GAS DÉPHLOGISTIQUÉ

PAR M.r LE COMTE DE SALUCES

II.e PARTIE

Examen de l'altération de l'acide nitreux cohobé plusieurs fois sur du nouveau mercure, & de la nature du gas nitreux.

L'examen des phénomènes & des circonstances qui accompagnent la dissolution du vif argent dans l'acide nitreux pour faire du précipité rouge qu'on sait être si chargé d'air élémentaire, ou déphlogistiqué, & qu'on range parmi les caustiques, & la considération des phénomènes que présente le développement successif des parties qui constituent l'acide en question, savoir le gas nitreux & le gas ou air déphlogistiqué, m'ont paru devoir fournir des éclaircissemens très-interessans par rapport aux propriétés de ce principe si actif de la nature, & c'est ce qui fera l'objet de cette II.e partie.

Dans un matras de la hauteur d'un pied & demi de France ou environ couvert d'un chapiteau tubulé je mis une once de vif argent très-pur; j'y jetai 4 onces d'acide nitreux résultant de la combinaison de 2 onces d'eau distillée avec 2 onces d'esprit de nitre fumant très-concentré; le bec du chapiteau entroit dans un récipient qui étoit surmonté d'un robinet avec sa vessie, et le tout étoit soigneusement luté.

La dissolution se manifesta d'abord avec assez d'activité, & il ne paroissoit encore que des vapeurs foiblement jaunes, lorsque l'on commença à mettre un peu de feu pour accélérer la dissolution.

Le feu étant mis, la dissolution augmenta avec force, & les vapeurs se foncèrent toujours davantage jusqu' à ce qu'il ne parût plus qu'environ un tiers du vif argent; car dès-lors l'intensité des vapeurs commença à diminuer, en rétrogradant en raison de la substance mercurielle qui restoit à dissoudre; & lorsqu'il ne restoit plus qu'un petit bouton à peine visible, les vapeurs s'élevoient dans la liqueur, & retomboient en petits jets; le chapiteau étoit foiblement teint en vert-jaune, & le col du matras étoit absolument décoloré; les vapeurs se trouvoient entièrement poussées dans le récipient destiné à recevoir les produits de la distillation qui n'avoit pas encore commencé, du moins d'une manière un peu sensible, & ces vapeurs y étoient d'un beau jaune d'or, de même que la liqueur qui étoit contenue dans la boule du matras. *

Cette gradation successive des nuances dans la vapeur nitreuse me fit soupçonner quel a partie de l'acide qui étoit en contact avec le vif argent, se décomposoit en raison du phlogistique que lui présentoit la surface de la matière métallique, & qu'elle formoit avec lui la combinaison aériforme qui se manifestoit par ces vapeurs rutilantes, & dont la puissante

---

* M'étant apperçu que la vessie prenoit une teinte rougeâtre, & que les vapeurs nitreuses pouvoient se dissiper, je pris le parti de la plonger dans une foible dissolution alkaline, qui suffit pour arrêter au moment l'expulsion de ces vapeurs, & la vessie ayant repris sa couleur, je remarquai qu'il étoit arrivé une sensible diminution dans son volume.

dilatabilité exerçoit une pression qui pouvoit empêcher l'évaporation de la partie non altérée du reste de l'acide, & que cette partie réagissant alors avec d'autant plus d'énergie sur la terre métallique délaissée, & successivement sur les autres parties non calcinées du métal, pouvoit s'y combiner avec plus d'exactitude & prendre une forme concrète plus ou moins colorée en raison de la dissipation du flegme, dans lequel l'acide se trouvoit noyé lors de la volatilisation de sa partie acide phlogistiquée; de manière que si j'avois pu saisir le rapport exact des parties acides contenues dans la liqueur, & conséquemment nécessaires pour la saturation complète d'une quantité déterminée du phlogistique métallique, & qu'il m'eût été possible de faire présenter une très-grande surface au vif argent, je serois peut-être parvenu à enlever tout d'un coup à l'acide employé les principes capables de devenir rutilans : il reste à savoir si la chose étant en effet praticable, la liqueur entièrement dépouillée de cette partie capable de se transformer en vapeurs rutilantes par son action sur des matières surchargées de phlogistique, auroit encore été un acide, & quelle auroit été sa nature ; ce qui m'auroit dispensé d'un grand nombre de cohobations, auxquelles j'ai été forcé de venir pour décider ce point.

Les phénomènes qui se présentent successivement dans la dissolution en question, & ceux qui suivent la parfaite dissolution jusqu'à la dessiccation, terme où la matière mercurielle devient blanche & concrète, comparés avec ceux qui accompagnent les changemens successifs de cette matière jusqu'à la calcination la plus complète, porteroient à conclure que cette partie entièrement expulsée en vapeurs rouges contient

le principe d'acidité sous une nouvelle modification, mais je renvois plus loin cette discussion.

Pour continuer l'analyse de cet acide je crus à propos d'exciter un bouillonnement vif dans la liqueur: mais, quoique la dissolution se soutînt long-tems en gros bouillons, il ne se renouvella plus de fumées rouges, & les capacités furent parfaitement nétoyées de tout ce qui restoit d'anciennes vapeurs, de manière que le récipient même fut entièrement éclairci.

La liqueur distilloit avec beaucoup de difficulté; elle étoit colorée en jaune, & les effets de l'absorption étoient manifestes; en sorte qu'on ne pouvoit pas douter que les premières vapeurs eussent expulsé une grande partie de l'air qui étoit contenue dans les capacités

C'est à cette époque que de savans Chimistes ont dit que commençoit le développement d'une autre vapeur connue sous le nom d'air déphlogistiqué, & c'est celui qui fixe maintenant notre attention. Si ce fluide n'avoit pas des caractères & des propriétés tout-à-fait opposées à celles du premier air connu sous le nom de gas nitreux, on pourroit, en suivant les principes généralement reçus, attribuer sa diaphanéité au manque d'air atmosphérique, puisqu'on assigne les vapeurs rouges au contact qu'éprouve l'air nitreux de la part des parties de l'air commun, ce qui cependant me paroît fort sujet à caution; car je prouve dans mon ouvrage qu'il arrive dans ces opérations une plus ou moins grande expulsion de l'air atmosphérique, mais indépendamment encore de la diaphanéité, & de la plus grande pureté de l'air déphlogistiqué; nous avons un phénomène qui paroît suffisant pour détruire cette induction,

savoir que l'air commun soit en effet la cause de la production de ce phénomène ; ce phénomène est celui de la reproduction des vapeurs rutilantes même plus foncées que les premières, lorsque la matière a lâché toute son humidité surabondante pour passer à l'état de chaux, de manière que n'étant pas douteux qu'il arrive une plus ou moins grande diminution de l'air atmosphérique dans le temps de ces opérations, & qu'il est même indispensable de procurer le plus grand vide possible, on est en droit de croire que la rougeur de ces émanations ne dépend pas de la présence de l'air commun · mais je suis forcé de renvoyer plus loin cette discussion pour ne point anticiper sur les conclusions que je ne pourrai tirer qu'après avoir exposé la suite des phénomènes de la dernière période de l'opération, & c'est de celle-là dont je vais rendre compte.

Lorsqu'il ne restoit plus qu'autant d'humidité qu'il en falloit pour procurer la cristallisation de la dissolution en laissant refroidir la liqueur, j'observois qu'en continuant la distillation cette liqueur commençoit à jaunir, & qu'après avoir passé par différentes nuances jusqu'au jaune très-foncé, elle commençoit par tourner au rouge ; sa consistance paroissoit devenir huileuse, le boursouflement devenoit difficile, & les bulles sembloient se crever avec peine ; c'est alors que je revis des vapeurs colorées, qui augmentant toujours en intensité passoient du jaune d'or jusqu'au rouge noir qui se montra sur la fin du desséchement total, & empêchoient de voir ce qui se passoit dans le matras. *

---

* Je suis dans l'habitude de ne plus continuer le feu, lorsque l'intensité des vapeurs est presqu'entièrement dissipée, & que l'on voit commencer une espèce

Si nous rappelions maintenant les considérations que nous avons faites ci-devant sur les différens symptômes qui se manifestent dans les trois périodes de l'opération, pour sonder en quoi consiste la différence qui se trouve dans les airs dont nous avons fait mention, il nous seroit peut-être moins difficile de former des idées plus précises qu'on ne paroît avoir sur ces espèces d'air; il nous suffira cependant d'observer maintenant d'un coup d'œil général que l'altération successive du rapport qui se trouve entre le principe aqueux, celui d'acidité, & celui de la matière inflammable (dont le premier paroît être sensiblement l'intermède spécifique) est ce qui cause les différences entièrement opposées qui distinguent les airs en question: car il ne reste pas de doute que la partie la plus exposée du phlogistique métallique volatilise une partie du principe acide de la liqueur, & qu'il se dégage dans la première période de l'opération, ainsi que le dit formellement le célèbre Stahl, & qu'en continuant ainsi jusqu'à ce que l'air commun contenu dans la capacité soit complétement saturé, les parties phlogistiques qui sont alors mises à découvert & en contact avec les parties acides, ainsi que celles de l'acide non volatilisées & puissamment comprimées par cette nouvelle atmosphère, se combinent étroitement avec les parties calcaires métalliques, & avec les métalliques qui se trouvent intactes, de manière qu'on peut regarder le précipité en question comme un surcomposé qui résulte d'une combinaison sourde & forcée d'un reste de mercure avec un sel mercuriel

---

de rosée grisâtre qui tapisse les parois du col du matras assez près de la boule; car ce commencement de réduction ne laisse plus de doute sur l'entière expulsion de l'acide.

nitreux, auquel s'unit la partie pneumatique de l'acide décomposé, savoir l'air élémentaire.

C'est ce qui arrive, si je ne me trompe, avec l'acide marin dans la transformation du sublimé corrosif en mercure doux, & en panacée; symptômes d'ailleurs très-décidés qui sont rendus sensibles par la grande difficulté de la distillation dans ces circonstances, qui est alors presque nulle, & qui devient ensuite très-accélérée au même degré de chaleur, outre qu'ils sont encore démontrés par la succession de la coloration du précipité même; car elle commence toujours par la surface inférieure, où elle est sans contredit beaucoup plus intense, & ne devient manifeste à la surface supérieure qu'au moment, pour ainsi dire, où recommence la réduction, & où elle est toujours moins complète; d'où il paroît qu'on doit regarder le premier & le dernier gas contenant le principe acide étroitement combiné avec le phlogistique, & celui qui est expulsé dans la période intermédiaire, comme moins chargé de principe inflammable contenant quelques parties terreuses très-attenuées à la faveur des vapeurs aqueuses; ce qui le rapprocheroit assez de la nature des liqueurs spiritueuses, & ne constitueroit visiblement qu'une simple aggrégation très-facile à être rompue, & à laisser un libre essort au principe pneumatique dans les circonstances qui y seroient favorables.

J'ai enfin pesé avec le plus grand soin les produits & les résidus de cette opération où (qu'on me permette de le répéter pour plus de clarté) j'avois employé 4 onces d'acide nitreux, résultant du mélange de 2 onces d'esprit fumant avec 2 onces d'eau distillée, sur 1 once de vif argent bien pur;

& j'ai trouvé que le précipité étoit de 1 once, 4 gros, 6 grains, tandis que la liqueur qui avoit passé dans le récipient, ne pesoit plus que 3 onces, 3 gros, & environ 4 grains: le gas contenu dans la première vessie étoit du poids de 36 grains, & celui de la seconde de 18 grains environ : ce qui prouve qu'il étoit arrivé une perte d'environ 8 grains, qui paroît devoir être assignée à ce qui peut être resté adhérent aux récipiens & aux vessies mêmes ; ce qui doit être évalué aussi-bien qu'une partie du gas avec la liqueur, de manière que l'augmentation que reçoit le mercure est entièrement due aux parties que lui délaisse l'acide.

N'ayant pas reçu séparément le gas expulsé dans les différentes périodes, on sent assez que le gas que contenoient les vessies n'étoit que du gas nitreux qui se répandoit en vapeurs très-rouges avec l'air, & qui expulsoit des vapeurs blanches de l'esprit caustique du sel ammoniac : on trouvera dans la suite de cette analyse que ce gas n'est, comme le dit Stahl, que la partie la plus volatile de l'acide combinée avec le phlogistique, & l'on reconnoîtra que l'acide y est dans un état de très-prochaine décomposition; car on verra que c'est une des propriétés caractéristiques de cet acide, de ne pouvoir contracter d'union intime avec le phlogistique qu'au prix de sa destruction, & que c'est peut-être même le seul moyen d'en procurer la concentration : ce qui paroîtroit faire soupçonner contre l'opinion généralement reçue*, qu'il n'entre point

* La détonation extraordinaire que produit la poudre fulminante, & même le foie de soufre jeté dans du nitre fondu, me paroît offrir des preuves convaincantes de cette vérité : car pendant qu'il est visible que l'affinité de l'acide

de phlogistique dans la composition de cet acide d'où lui vient l'activité supérieure avec laquelle il l'emporte même sur l'acide vitriolique.

Je recommençai l'opération en mettant dans un semblable appareil sur 6 gros de nouveau mercure l'acide retiré de la distillation & dont la couleur étoit entre le bleu & le vert, & ayant laissé dessécher le lut pendant la nuit, on voyoit le matin un précipité blanc qui entouroit le mercure sous la forme d'une croûte saline: la liqueur étoit alors foiblement colorée entre le vert & le jaune; mais elle étoit très-limpide: je remis le feu dans le petit rechaud, & on le conduisit avec autant de ménagement que l'on avoit fait dans la première opération. La liqueur entra en travail à la première impression de la chaleur, & après la dissolution de la matière saline, l'action du menstrue devint toujours plus vive, & les parois du verre sembloient couvertes d'un enduit, qui annonçoit la présence d'une matière grasse; lorsque la liqueur eut pris une belle teinte jaune, comme si ç'avoit été de l'huile d'olive, il s'éleva des vapeurs jaunes d'or dans la boule du matras.

Par l'augmentation du feu ces vapeurs passèrent dans le chapiteau & delà dans le récipient, sans cependant devenir plus denses; l'air étoit considérablement raréfié, & la distillation dans ces circonstances étoit encore trés-difficile, comme il étoit arrivé dans la première opération, puisqu'il n'y avoit

---

vitriolique avec le phlogistique est considérablement diminuée par l'association de l'alkali fixe, qui entre dans la composition du foie de soufre, l'acide nitreux abandonne sa base, & se saisit du phlogistique du soufre avec d'autant plus de facilité, qu'il s'ensuit une rapide séparation de ses principes constituans, & le dégagement impétueux de l'air élémentaire réduit au *maximum* de son élasticité.

que quelques gouttes de liqueur dans le récipient, lorsque les vapeurs commencèrent à se dissiper & à disparoître ; ce qui n'eut lieu qu'après l'entière dissolution du mercure, d'où paroît s'ensuivre la conclusion, que j'ai déjà tirée, savoir, que ces vapeurs empêchent l'évaporation aqueuse, ou du phlegme; car on ne seroit pas fondé à attribuer la volatilisation exclusive des vapeurs phlogistiquées à la foiblesse de la chaleur, vu que la liqueur étoit bouillonnante, & que d'ailleurs la distillation aqueuse étoit décidée & assez pressée, lorsque ces vapeurs commencoient à diminuer : au reste elles ne se sont jamais colorées en rouge malgré la violence de l'ébullition, & leur plus forte teinte a été l'orangée; la vessie n'étoit enflée qu'environ d'un tiers de sa capacité au tems de l'entière dissolution du mercure.

Par la continuation de la distillation, la liqueur devenant toujours plus concentrée prit successivement des teintes plus foncées; & lorsque la matière commença à se dessécher, & même après l'entière dessiccation, ces vapeurs n'étoient que d'un rouge orangé, & le précipité étoit couleur de briques assez pâle ; la substance en étoit moins compacte que celle du premier précipité; il y avoit des points assez considérables qui n'étoient que d'un jaune citron, & la partie inférieure étoit criblée de trous de différentes grandeurs; cette substance étoit enfin entourée d'une petite zône d'une matière très-blanche, qui ne pouvoit être encore qu'un reste de nitre mercuriel privé de son eau de cristallisation, mais qui s'étant élevé n'étoit plus exposé à l'action du feu qui auroit été nécessaire pour le changer en précipité.

La liqueur distillée étoit claire comme de l'eau ; elle retenoit cependant toujours assez d'odeur d'eau forte ; son poids étoit de 3 onces & 6 grains environ, & dans la vessie il étoit resté à peu près 34 grains d'air qui avoit aussi les caractères du gas nitreux : le mercure étoit un peu moins augmenté de poids, car le précipité ne pesoit que 1 once, 26 grains environ, & le déchet ne fut que de 6 grains.

Je recommençai l'opération en remettant 6 gros de mercure dans l'appareil avec cette eau forte qui ne l'attaquoit presque plus à froid ; le premier signe de l'action de l'acide par l'administration du feu fut celui de manifester des vapeurs foiblement orangées dans la boule du matras, en formant des bulles à la surface du vif argent, qui produisoient en crevant des ondulations assez singulières dans la liqueur ; elles ne se soutinrent pas long-tems, & la distillation commença beaucoup plutôt que dans les opérations précédentes ; les gouttes se présentoient presque toujours à l'orifice du bec en forme de bulles, qui grossissoient jusqu'à un certain point avant de se crever : à mesure que l'opération avançoit il se formoit du précipité blanc au-dessus du niveau de la liqueur ; mais lorsqu'il y en eut une certaine quantité, le matras éclata du côté opposé à celui de la vessie ; le résidu qui demeura attaché au verre attira l'humidité de l'air avec une activité prodigieuse.

Quoique je n'aye pas réussi à amener cette liqueur à un épuisement total d'acidité, ce qu'il en restoit n'étoit néanmoins presque plus sensible ; car, outre qu'elle n'attaquoit que très-foiblement le mercure dans le plus fort du bouillonnement, c'est qu'elle ne causoit plus d'autre mouvement dans l'huile

de tartre, que celui d'y exciter quelques bulles, comme font les eaux gaseuses foibles; elle développoit dans ce mélange une odeur assez approchante de celle d'une huile aromatique; sa couleur étoit après le repos d'un très-beau jaune-clair, & il se formoit un dépôt de petits flocons gris-clairs; je n'ai au reste rapporté ces expériences que pour qu'on pût remarquer la différence frappante qui se trouve entre les résultats qu'on obtient en employant de l'acide foible, ou en se servant d'une acide plus concentré, ainsi que je m'en vais exposer.

Etant donc forcé de recommencer la suite de ces expériences, sans rien changer à l'appareil dont je viens de donner la description, je mis sur 2 onces & 1 gros de mercure, 2 onces d'acide nitreux légérement fumant, dont le rapport avec l'eau distillée étoit de 768. à 576., ce qui revient à peu près à celui qu'a employé le savant M.r Lavoisier: l'acide qui étoit d'une couleur verte attaqua vivement le mercure, & les vapeurs rouges orangées remplirent bientôt toutes les capacités.

Lorsque je vis disparoître les vapeurs de la boule du matras, j'eus le signal de la suspension de la dissolution, & je fis mettre du feu dessous l'appareil; les vapeurs se renouvellèrent avec force & en augmentant d'intensité en raison de l'activité de la dissolution; elles se dissipèrent jusqu'à l'entière disparition au moment de la dissolution totale du mercure; les gouttes se succédèrent alors d'assez près dans la distillation de la liqueur, & lorsqu'il y en eut environ la moitié de passée dans le récipient, il fallut changer la vessie, parce qu'elle étoit tout-à-fait pleine. Je continuai l'opération avec la plus grande circonspection, & la liqueur du matras commença

à passer du jaune à l'orange clair ; tandis que la matière ne paroissoit que d'un jaune pâle, les gouttes de la distillation se succédant à peu près de dix en dix secondes ; & c'est-là le degré de chaleur qui m'a paru le plus convenable pour n'être pas exposé à des accidens.

Lorsque la matière commença à paroître prête à se dessécher, les vapeurs rouges se reproduisirent en commençant par la boule; la matière se boursoufloit, comme feroit de la graisse, & une partie redescendoit en stries par les parois; la matière devenoit enfin écumeuse. En continuant ainsi l'opération d'une manière lente, les gouttes de la liqueur ne se succédoient plus que de 30 en 30 secondes, & elle réussit parfaitement, le précipité étoit étendu d'une manière uniforme, sans qu'il se fût formé de zône de différentes couleurs, & séparées du total de la matière, comme cela arrive en précipitant l'opération: cette tête morte étoit d'un rouge briqueté assez foncé par dessous, & ne paroissoit point aussi spongieuse que le précipité de la première opération, où le matras fut fêlé après la cohobation: son poids étoit de 2 onces, 4 gros, 1 denier.

La liqueur étoit d'un très-beau bleu, & cette teinte ne lui est venue qu'après la reproduction des vapeurs rouges, puisque son intensité avoit en effet augmenté en raison de celle de ces mêmes vapeurs, & qu'elle étoit auparavant aussi limpide & aussi claire que l'eau distillée; il restoit cependant encore quelque peu de vapeurs rouges dans le récipient, & la liqueur pesoit 1 once, 3 gros, 1 denier, outre ce qui restoit dans la vessie qui avoit déjà été séparée de l'appareil, & qui étoit considérablement diminuée de volume;

j'en retirai d'une autre vessie environ le quart que j'essayai séparément; son poids étoit de 36 grains justes; le gas n'en paroissoit point méphitique, & sembloit même allonger la flamme, & la faire devenir plus claire; le premier air qui fut retiré, pesoit 54 grains; il étoit d'un rouge noirâtre; j'en fis passer dans un récipient, il étoit des plus méphitiques; mais en ayant remis une seconde fois malgré que les fumées fussent encore assez denses, la flamme de la bougie parut s'allonger sensiblement. *

Nous reprendrons maintenant notre calcul en remarquant que nous n'avons eu que 6 grains de perdu dans cette expérience, qui doivent être assignés à la partie gaseuse demeurée adhérente au verre & aux vessies; ce qui cependant n'est pas de grande considération; mais ce que je ne puis me dispenser de remarquer, c'est que le mercure employé n'a été que de 2 onces & 1 gros, tandis que le précipité a été trouvé de 2 onces, 4 gros, 1 denier; donc son augmentation a été de 3 gros & 1 denier; or en renant compte des quantités de gas qui ont passé dans les vessies pour les additionner avec la liqueur retirée, sans évaluer même le phlogistique enlevé au mercure, nous avons 1 once, 4 gros, 24 grains de perdu sur la liqueur, ce qui fait aux 6 grains près dont nous avons parlé, l'augmentation trouvée dans le précipité; donc l'augmentation du précipité se fait au préjudice des parties de l'acide, & ce n'est pas en se chargeant de la partie nitro-gaseuse, puisque cette partie

* Ce phénomène est conforme à ce que rapporte Mr. Priestley T. 1. Sect. 3. p. 280. Trad franç.

est celle qui a passé dans les vessies, & qui est demeurée sous cette forme dans les récipiens.

Pour épuiser cet acide, d'après le plan que je m'étois proposé, je remis dans l'appareil l'esprit de nitre que j'avois retiré par la distillation de cette première opération, sur 1 once & 4 gros de vif argent, dans l'idée de conserver le rapport initiel entre ces substances: on me permettra cependant de rappeler ici que j'ai remarqué de très-grandes différences par rapport à l'augmentation de poids de ce précipité avec celles des précipités obtenus dans la première expérience où l'acide nitreux étoit moins concentré; le premier précipité avoit augmenté de la moitié du poids du mercure employé, tandis que dans cette seconde opération il n'avoit augmenté qu'un peu plus d'un cinquième.

Ce qui semble démontrer que l'augmentation des poids dans les chaux n'est nullement en raison du poids de la substance métallique employée, mais de la quantité de l'acide, & de la difficulté qu'il a à se volatiliser avec le phlogistique; ce qui paroît n'être que l'effet de l'abondance du principe aqueux, puisqu'il est vrai que la quantité absolue d'acide nitreux fumant que j'ai employée dans la première opération, étoit double de la quantité du mercure, pendant qu'elle étoit moindre d'un huitième dans cette seconde expérience; mais malgré cela je serois encore fort éloigné du rapport qui devroit se trouver, s'il étoit indifférent d'employer un acide plus ou moins dépouillé de principe aqueux: c'est ce que le savant M.^r Monnet a de même remarqué dans l'acide marin avec le mercure; car il a trouvé que plus l'acide est délayé

ou en petite quantité, plus on obtient de précipité blanc, & moins de sublimé corrosif. *

Je remis l'once, 3 gros & 1 denier de l'acide distillé sur 1 once, 4 gros, 3 grains de nouveau mercure ; mais l'acide ne mordoit point le vif argent à froid ; ce qui m'obligea de mettre du feu dessous : l'acide étoit devenu clair par son séjour dans la petite fiole, sans qu'il parût cependant du précipité, ni des vapeurs : il n'étoit plus fumant du tout : à mesure que la dissolution avançoit, elle prenoit une très-belle couleur jaune-orangée, & se précipitoit au fond de la liqueur: il falloit soutenir le feu avec vivacité pour entretenir le bouillonnement & la continuation de la dissolution : jamais il ne parut des vapeurs colorées, & la liqueur avoit de la peine à distiller ; lorsque la matière fut amenée au-delà du point qui peut fournir du nitre mercuriel, les vapeurs rouges se manifestèrent, mais foiblement, & le précipité rouge commença à se former d'un très-beau rouge à la surface inférieure, & d'un fort beau jaune par dessus; le fond du matras fut fêlé à la fin de l'opération par le froid subit qu'on lui laissa éprouver.

Je retirai le précipité le lendemain matin; son poids étoit de 1 once, 4 gros; mais il étoit resté un petit bouton de mercure, qui n'avoit point été attaqué, & dont le poids étoit

* Une once de mercure dissoute par 2 onces d'acide nitreux fumant, mais affoibli à égales parties d'eau distillée, m'a donné 1 once, 4 gros, 6 grains de précipité; donc l'augmentation pourroit être évaluée en raison de 2 gros, 3 grains par once d'acide, en faisant abstraction pour le moment de l'eau employée.

Dans cette seconde expérience 2 onces, 1 gros de mercure dissous par 2 onces du même acide non affoibli par l'eau, n'a donné que 2 onces, 4 gros, 24 grains de précipité ; donc l'augmentation ne sauroit revenir ici qu'à 1 gros, 48 grains par once d'acide ; donc il y a ici un déficit de 27 grains par once.

de ½ gros : celui de la liqueur distillée étoit de 1 once, 1 gros, 48 grains, & celui des vessies de 36 grains; ce qui formoit en tout le poids de 1 once, 2 gros, 12 grains : or en additionnant ces deux poids, nous avons 2 onces, 6 gros, 48 grains, qui étant retranchés du poids total de l'acide & du mercure employés, nous donneroient un déchet de 51 grains pour la partie qui peut être demeurée adhérente au récipient & aux vessies, & qui peut s'être dissipée après la fêlure du matras.

Il est important d'observer que plus cette tête morte fut dépouillée de principe aqueux, plus elle attiroit l'humidité de l'air; & il étoit par conséquent indispensable de la peser le plutôt possible, pour n'être point exposé à l'équivoque d'une augmentation accidentelle de poids, qui excédât celui de l'acide & du mercure employés.

Je mis l'once, le gros & les 48 grains de la liqueur que j'avois retirée de la distillation, sur 1 once, 2 gros, & 1 denier de vif argent dans l'appareil ordinaire : la surface du mercure fut ternie & enfumée ; la liqueur parut devenir laiteuse & verdâtre ; le lendemain il paroissoit un peu de précipité grisâtre dans le fond du matras, & autour du vif argent, je fis remettre le feu, & malgré l'ébullition forte & soutenue de la liqueur, il ne paroissoit cependant pas des vapeurs colorées; la distillation de la liqueur fut très-prompte ; ce qui confirme ce que j'ai avancé par rapport à l'empêchement qu'apportent les vapeurs acides phlogistiquées à l'évaporabilité de la partie aqueuse de l'acide : la tête du chapiteau s'échauffa considérablement, & la vessie fut de même beaucoup enflée: en continuant l'administration du feu, la matière

commença à s'épaissir, les vapeurs n'ayant pas néanmoins changé, il restoit beaucoup de mercure coulant après que l'humidité eut été entièrement dissipée du matras. Je défis l'appareil, je remis dans le matras la liqueur qui étoit distillée, & par l'agitation la matière desséchée forma avec le mercure une espèce d'amalgame grisâtre où le vif argent étoit divisé en très-petits globules.

Je commençai la distillation, & les phénomènes furent les mêmes quant aux vapeurs; la liqueur seulement paroissoit laiteuse & jaunâtre, & lorsqu'elle fut presqu' entièrement dissipée (ce qui se fit en très-peu de tems) & que le feu fut affoibli, la matière forma une espèce de croûte que j'examinai après en avoir retiré entièrement le feu; c'étoit une espèce de précipité jaune-pâle qui avoit l'air terreux, & dans lequel se trouvoit encore beaucoup de mercure: je remis le feu dessous en l'augmentant par degrés après une demi-heure environ, je vis se former un précipité divisé en deux larges bandes, dont celle d'en bas étoit rouge, & celle d'en haut paroissoit jaune-pâle; elles occupoient la moitié de la boule du matras, & étoient toutes deux semées de petits globules de mercure; il y en avoit aussi dans le milieu en assez grande quantité, qui étoit divisé de même en très-petits globules; les vapeurs qui s'élevèrent dans cette partie de l'opération, étoient très-blanches au commencement; elles passèrent ensuite à l'orangé dans la boule du matras, & de-là celles qui étoient blanches étant montéesdans le chapiteau se renouvellèrent dans le matras; mais elles paroissoient beaucoup plus denses.

Lorsque toute l'opération fut finie, la liqueur distillée

pesoit 1 once & 1 gros; elle étoit tout-à-fait claire; son odeur nitreuse étoit presqu'entièrement dissipee, & ne conservoit plus qu'un reste de montant acide, approchant de celui du vinaigre distillé : la tête morte contenoit encore du vif argent sous forme métallique ; elle pesoit en tout 1 once, 2 gros & ½, dont il y avoit 3 gros & ½ de mercure vif; il ne s'est par conséquent perdu qu'environ ½ gros dans les deux opérations.

Je remis encore la liqueur distillée qui pesoit 1 once, 1 gros, sur 1 once, 1 gros de vif argent, & je recommençai l'opération qui ne présenta aucune différence dans les phénomènes jusqu'à l'entier desséchement de la matière qui fut très-prompt : les vapeurs blanches reparurent & furent suivies des orangées, & successivement d'autres blanches, qui étoient plus denses à la fin de l'opération ; lorsque la réduction fut prête à commencer il resta moins de mercure coulant dans le fond du matras, parce qu'il s'en sublima une partie au-dessus d'un bande jaune un peu verdâtre, & la chaux écailleuse qui tapissoit légérement le fond, & qui s'en détachoit par des simples secousses, ressembloit à la rouille du fer : le précipité & les autres parties concrètes ne purent être pesées.

Je réitérai encore l'opération en mettant 4 gros de vif argent sur cette once & ces 2 deniers de liqueur qui parut louche ; par l'agitation le vif argent se réduisit en forme de grenaille très-fine d'une couleur brune par dessous, & argentine à la surface ; ce qui probablement n'étoit dû qu'à la plus grande division des grains mercuriels; la distillation fut finie en très-peu de tems, & la matière étant desséchée il s'éleva les vapeurs blanches dont nous avons parlé ci-devant,

& il se fit une chaux orangée par écailles, qui tapissoit le fond du récipient & couvroit la surface du vif argent qui étoit resté : ce qui prouve que cette liqueur avoit encore agi sur le mercure. La liqueur pesoit 1 once, 24 grains après l'opération, & la chaux étoit du poids d'1 gros, 36 grains, étant resté 2 gros, 60 grains de mercure coulant.

Je cohobai encore l'once & les 24 grains de liqueur sur 2 gros de nouveau mercure : l'opération fut bientôt finie avec les phénomènes à peu près que j'avois observés dans l'opération précédente, avec la seule différence qu' il n'y parut plus de vapeurs blanches, & qu'il se volatilisa à la fin de l'opération 24 grains de matière très-jaune; le reste de la chaux qui étoit adhérente aux parois du matras étoit d'un jaune tirant un peu sur le vert, & l'autre partie qui étoit dans le fond de la boule ressembloit parfaitement au colcotar martial : son poids étoit en tout de 2 gros, & la liqueur retirée pesoit 1 once, 18 grains.

Je remis l'once & les 18 grains de cette liqueur sur 2 gros de nouveau mercure : lorsque la chaleur commença à se faire sentir, la surface du vif argent devint tout-à-fait noire par la suite de l'opération; je remarquai que la liqueur en bouillonnant formoit de très-grosses bulles, & que le mercure étoit divisé en globules assez uniformes sans la moindre apparence d'action de la part de la liqueur : les gouttes de la distillation étoient repompées plusieurs fois, avant qu'il se fût accumulé assez des vapeurs pour les faire tomber: le bouillonnement de la liqueur ressembloit exactement à celui d'un liquide gras; l'opération étant finie, le poids de la liqueur étoit d'1 once, 1 gros, 6 grains; il y avoit dans le

fond du matras 60 grains de mercure coulant en un gros globule qui étoit entouré d'une petite quantité de matière jaune sale un peu briquetée par dessous, laquelle pesoit 18 grains: ce qui en tout faisoit 1 once, 2 gros & 12 grains, la perte étant toujours à peu près de 6 grains.

La différence qui se trouve ici est 1° la disparition totale non seulement des vapeurs rouges, mais encore des blanches qui avoient succédé; 2° que la liqueur a elle même augmenté de poids pendant que le mercure a diminué d'autant; car la liqueur employée n'etoit que d'1 once & 18 grains, & elle s'est trouvée d'1 once, 1 gros & 6 grains après l'opération; donc elle a augmenté de 60 grains; or le mercure employé étoit de 2 gros, & je n'en ai plus retiré que 60 grains sous forme métallique, & 18 grains en chaux, ce qui feroit un déchet de 66 grains, dont 60 sont ceux qui ont été trouvés dans l'augmentation de poids qu'avoit acquis la liqueur, les 6 qui manqueroient encore ayant été probablement dispersés d'une manière insensible dans les parties de l'appareil.

Cette liqueur phlogistiquée par la matière inflammable métallique paroît assez analogue à celle qui est rapportée par Mr. Pott, & qui est retirée de la dissolution & de la cohobation de l'acide nitreux sur la chaux vive; *l'esprit de nitre*, dit ce savant Chimiste, *cohobé trois fois* (sur de la chaux vive) *acquiert une onctuosité sensible*; la différence ne consiste que dans la plus grande énergie de la chaux à enlever les parties acides à la liqueur nitreuse, si elle n'étoit cependant pas moins foible que celle que j'ai employée.

Comme les phénomènes de ces cohobations paroissoient démontrer d'une manière décisive l'épuisement successif du prin-

cipe * d'acidité capable d'attaquer cette substance métallique, je crus devoir m'en assurer davantage en remettant de nouveau mercure dans cette liqueur que j'exposai pendant plusieurs jours à l'air dans une capsule couverte d'une gaze; mais n'ayant remarqué après un certain tems que quelques taches blanches ternes à sa surface, je vis clairement que l'action de cette liqueur sur le mercure étoit tout-à-fait différente & même opposée à celle qu'elle avoit dans l'état d'acide nitreux; ce qui m'engagea à en mettre sur de la limaille de fer pour comparer son action avec celle que manifesteroient sur ce même métal l'eau de puits, l'eau distillée, l'esprit de vinaigre, l'esprit de vin, le sel volatil dissous dans un peu d'eau distillée, l'esprit volatil caustique, & l'huile de tartre: j'ai donc observé qu'il n'y avoit point de différence dans la rouille ou safran qui se forma par la liqueur épuisée, de celle que me procurèrent l'eau distillée & l'eau de puits, & qu'il avoit assez de conformité aussi avec le safran qu'avoit formé l'esprit de sel ammoniac caustique; toutes les autres liqueurs salines ayant donné des résultats tout-à-fait différens.

Cette liqueur prit une teinte brune où nageoient de petits flocons avec l'huile de tartre; il n'y eut pas le plus petit mouvement, & il se forma un précipité grisâtre tout-à-fait léger, la liqueur ayant pris une très-belle couleur jaune: elle blanchit par l'infusion de quelques gouttes d'acide marin; ce

* Mr. Lemort est du même sentiment que Mr. Ludovici, savoir qu'on peut enlever par un grand nombre de cohobations sur la chaux vive & sur la craie toute l'acidité de l'acide nitreux.

qui paroissoit justifier le soupçon qu'avoient aussi conçu Mrs. Cigna & Bonvoisin sur l'enlèvement de quelques parties métalliques du vif argent par cette liqueur: d'ailleurs le précipité qui résulta étoit floconneux & très-léger, & lorsqu'il fut parfaitement desséché son apparence parut cotonneuse; ce qui feroit conjecturer que ce précipité eût pu être de la matière inflammable combinée à quelque principe terreux très-attenué résultant de la destruction d'une partie du vif argent; mais ce n'est pas le tems de suivre l'examen de cet objet.

Je me bornerai donc à faire remarquer que l'acide nitreux diminue de poids en raison directe de l'augmentation qu'acquiert le mercure en passant à l'état de précipité rouge, & qu'en réitérant les cohobations l'acidité nitreuse diminue successivement jusqu'à être complétement détruite, pendant que la substance métallique se sature de principe caustique; donc je crois être fondé à conclure que le principe qui constituoit l'acidité dans la combinaison caustique liquide, s'est transporté dans le nouveau composé concret, en n'y retenant que la propriété caustique.

Mais il est démontré que le précipité rouge contient une grande quantité d'air éminemment pur ou élémentaire, & je ferai voir qu'on n'a d'autre indice que celui de phlogistique par l'analyse humide & purement chimique de cette chaux; donc cet air dont j'ai aussi demontré l'existence dans la chaux terreuse caustique, est celui qui fait tantôt l'acidité, & tantôt la simple causticité; de manière que celle-ci ne paroît différer de l'acidité que par la modification qu'éprouve l'air élémentaire dans son association avec des principes plus, ou

moins avides d'humidité, puisqu'on sait que les acides sont toujours dans l'état de liqueur.

Au reste la matière inflammable & le principe terreux moins fixe dont l'adhérence est très-difficile à détruire, & qui forment peut-être ce que nous appelons le phlogistique, semblent être ceux qui sont capables de se substituer à l'air élémentaire dans la décomposition de l'acide, pour que cet air puisse se combiner au principe terreux métallique & composer les chaux, que nous appelons précipités : c'est du moins ce que paroissent prouver les expériences de Mr. Pott, & celles que j'ai faites moi-même ; mais nous avons remarqué que Mr. Pott avoit vu que les vapeurs de l'acide nitreux cohobé sur la chaux étoient phosphoriques, & qu'elles s'enflammoient ; donc les principes de la chaux qui formoient l'acidité dans la liqueur, produisent avec ce qui reste d'air élémentaire un gas capable d'inflammabilité.

Cette remarque du célèbre Mr. Pott sur l'inflammabilité de ces vapeurs, rapprochée de celle du savant Mr. Pelletier sur le phosphorisme de la chaux dans son extinction, ainsi que de celle que j'ai faite moi-même sur les fulgurations très-vives du précipité rouge dans le tems de sa réduction, me paroît fournir une preuve générale aussi rigoureusement démontrée qu'on peut l'exiger en Physique, de la propriété inflammable que développe cet air dans sa combinaison avec différentes substances fluides ou concrètes.

Après avoir reconnu que l'accumulation de l'air élémentaire qui fait partie de l'acide nitreux, est la cause de la réduction des substances métalliques en chaux, & qu'il les met dans l'état caustique, je crois que pour rendre complet un examen

si intéressant je ne puis me dispenser d'examiner l'autre partie constituante de cet acide qui se sépare la prémière à l'attouchement du phlogistique, & que nous connoissons sous le nom de gas nitreux.

Le sentiment de quelques physiciens très-respectables est que le gas nitreux n'est point acide, & qu'il n'en a même aucune des propriétés ; que cet acide enfin résulte de deux substances qui ne sont acides ni l'une ni l'autre, savoir, ce gas & l'air déphlogistiqué ; les expériences qu'on a faites pour prouver cette assertion sont des plus ingénieuses.

D'autres savans également éclairés pensent au contraire que le gas nitreux n'est que ce même acide masqué, ou neutralisé par le phlogistique, d'où s'ensuit la suspension de ses propriétés acides, & leurs raisonnemens sont fondés sur des observations, & des apperçus très-lumineux.

J'ai cru que l'usage de filtrer les fluides aériformes par les mêmes liqueurs qui avoient servi à les produire, seroit peut-être le moyen spécifique pour détruire le nouveau produit, en séparant les principes qui pouvoient s'être associés dans la volatilisation, parce qu'une multitude d'expériences sur les gas m'a convaincu que ce qui rend d'un très-petit secours leur filtration à travers des liqueurs de nature directement opposée pour en détacher les principes qu'on seroit dans l'intention de neutraliser, est la rapidité prodigieuse avec laquelle ils se développent, & que les milieux qu'on emploie en qualité de coërcitifs ne le sont qu'assez imparfaitement, sans en excepter le vif argent, ainsi qu'on le verra dans mon ouvrage : c'est donc ici l'appareil que j'ai employé dans l'examen de ce gas.

Un matras de très-grande capacité & de la hauteur environ de 9 pieds de Roy, contenant deux livres de Piémont d'eau forte, de laquelle il falloit environ quarante six grains pour saturer un gros d'huile de tartre qui pesoit une once soixante six grains & demi dans une fiole, qui contenoit une once d'eau distillée, étoit exactement bouché avec un gros bouchon de liége mastiqué avec du lut de feu Mr. Roux, & portant un robinet pour y placer des vessies mouillées & montées sur d'autres robinets ; des tuyaux de communication bien mastiqués, étoient établis dans des troux pratiqués au bouchon, & plongeoient dans des récipiens de cristal, en traversant les bouchons de liége pareillement mastiqués, & allant tout-près du fond de chaque récipient où j'avois mis jusqu'à moitié différentes liqueurs ; c'étoit de l'esprit de vitriol assez foible dans l'un, de la même eau forte dans un autre, & de l'huile de tartre ci dessus nommée dans un gros matras, de maniére que le gas étoit obligé de traverser une couche d'environ six pouces de chacun des acides, & d'environ quatre pieds d'huile de tartre; chacun des récipiens contenant les acides étoit garni d'un robinet pour y placer des vessies pareillement montées sur des robinets, & le matras de l'huile de tartre en avoit un à trois branches : un trou dans le milieu du bouchon étoit enfin destiné à recevoir le col du petit matras qui contenoit la limaille de fer, & qui en s'y enfonçant fermoit exactement toute communication extérieure.

Lorsque l'appareil fut fini, & que les robinets furent garnis de leurs vessies, je pris le matras à col serré dans lequel j'avois mis deux livres de limaille de fer, & l'ayant appliqué & poussé aussi avant qu'il fût possible, dans le trou qui lui

étoit destiné, il se fit une violente effervescence, & tout le matras fut obscurci de vapeurs; le gas passa avec rapidité dans chacun des récipiens en traversant les couches des liqueurs, & les vessies furent bientôt remplies de gas au point d'être obligé de les changer.

A mesure que le gas se filtroit à travers l'eau forte, dont la couleur étoit légérement citrine, elle prenoit une couleur verte de plus en plus foncée au point qu'elle devint d'un vert-brun, & passa ensuite au bleu: l'esprit de vitriol paroissoit devenir un peu louche, & l'huile de tartre de couleur un peu plus foncée avec des flocons blancs qui se précipitèrent. *

Je ne parlerai point de ce qui regarde cet acide vitriolique ni de l'huile de tartre, le changement de l'eau forte devant fixer ici toute mon attention.

Je ne savois pas si j'étois bien fondé à attribuer ce changement de couleur entièrement au phlogistique; je soupçonnois que quelque partie de la limaille pouvoit avoir été enlevée dans le tumulte des vapeurs, quoique le matras où se faisoit le mélange fût d'une hauteur très-considérable, ainsi que je l'ai

* Si l'on réduit en vapeurs de l'acide nitreux fumant, en le faisant filtrer à travers de l'eau forte tout-à-fait claire & sans couleur, on verra par la suite de l'opération que la liqueur prendra les teintes de vert & de jaune citrin; & si l'on examine cette eau forte, on la trouvera concentrée en raison de la quantité des vapeurs dont elle aura été chargée; la partie vide du récipient & de ceux qui contiennent de l'acide nitreux fumant, sera occupée par des vapeurs rouges.

On obtiendra encore les mêmes résultats en décomposant le nitre à la manière de Glauber, & en faisant tremper le siphon de communication du récipient qui reçoit la liqueur dans un autre récipient contenant de l'eau forte.

remarqué; il me restoit aussi quelque doute sur l'action du gas contre les robinets de laiton que j'avois employés.

Tous ces soupçons étoient appuyés sur des expériences assez exactes que j'avois déjà faites, & sur des observations que les circonstances m'avoient présentées; mais il n'arrive que trop souvent que l'on est autant embarrassé par l'excès, qu'arrêté par la disette des connoissances : j'avois donc observé qu'en combinant huit parties d'esprit de nitre avec une partie d'esprit de vin, la liqueur avoit pris & conservé une belle couleur verte de pré, d'où il suit que j'étois fondé à soupçonner que ce pouvoit être le phlogistique du fer qui eût teint l'eau forte en vert & bleu; de l'esprit de nitre fumant, qu'un de mes artistes avoit fait en mon absence en employant une trop forte dose de vitriol calciné, & qui avoit obtenu un esprit de nitre très-fumant, mais d'un vert foncé, me mettoit en droit de soupçonner le fer lui-même : des expériences enfin sur ce gas, ainsi que sur le gas méphitique & le gas inflammable, dont l'action avoit été manifestée sur des robinets & sur la platine même de ma pompe pneumatique, sembloient encore m'autoriser à douter que les robinets pûssent y avoir eu quelque part; ce qui doit excuser l'état de perplexité où je me suis trouvé, & dont j'ai cherché à me tirer en distillant cette eau forte chargée de ce gas.

La distillation de l'eau forte étant finie, la couleur verte disparut entièrement, & j'eus un acide nitreux jaunâtre, & plus fort du double que n'étoit cette eau forte avant son imprégnation, car il n'en falloit plus que 21 à 22 grains pour saturer un gros d'huile de tartre, & d'ailleurs une fiole qui contenoit

une once d'eau distillée, & qui étoit capable de contenir une once & soixante trois grains d'eau forte avant l'opération, en contenoit une once deux gros & quarante cinq grains après la gasification.

Il demeura dans la cornue une petite quantité d'une matière très-sèche & blanche entourée d'une ocre assez foncée, que je reconnus n'être qu'une véritable chaux de fer, quoique je me fusse douté qu'une partie de la chaux blanche pût être due à des résidus cuivreux qui se rencontrent dans les limailles communes de fer, & même dans les acides : mais ceci s'accorde très-bien avec ce que j'ai fait remarquer dans le mémoire qui traite *de l'action des acides sur les substances salino-métalliques & terreuses*, imprimé dans la 1e partie des Mémoires de l'Académie, savoir que le vitriol martial exposé à la violence d'un acide puissant, devient aussi très-blanc; ce qui paroît trancher le nœud de la difficulté.

Les gas dont mes vessies étoient pleines manifestèrent le caractère nitreux en traversant *l'acide vitriolique*, *l'acide végétal*, *l'huile de tartre & l'esprit de vin* au lieu qu'on ne voyoit plus que des vapeurs aussi blanches que du lait & très-épaisses après qu'ils avoient traversé *l'alkali volatil fluor*, & que ces vapeurs paroissoient beaucoup moins denses après qu'ils avoient été filtrées par les résidus de *l'éther vitriolique* & de *l'éther nitreux*.

De tout ce qui précède il me paroît démontré,

1° Que le gas nitreux n'est qu'une partie de l'acide volatilisé par le phlogistique:

2° Qu'il contient encore quelques parties des principes qui constituoient les substances dont le phlogistique a été enlevé, ainsi que l'avoit dit l'immortel Stahl: *

3° Que l'air n'est point la cause de la rougeur des émanations aériformes de cet acide, puisqu'outre ce que j'ai déjà remarqué sur ce point, je me suis encore assuré que ces vapeurs ne sont pas moins rutilantes dans le vide fait avec la machine pneumatique, & que d'ailleurs ce gas délaisse toute la partie colorante & passe invisiblement dans l'air après avoir traversé une couche suffisante d'eau:

4° Que l'air n'agit qu'en raison des parties aqueuses qu'il tient en dissolution, & de celles qui constituent ce gas, de manière à donner lieu à une double recomposition, celle de l'acide nitreux, & celle de l'air phlogistiqué non respirable, ainsi qu'il résulte des expériences de Mrs. Priestley, Fontana, & Lavoisier &c., & que par conséquent l'air n'a d'affinité avec le phlogistique qu'en vertu de l'humidité qui l'accompagne; en effet il suffit pour s'en convaincre de considérer les différences qui sont entre le gas nitreux tiré des dissolutions des métaux, & celui qu'on obtient par l'esprit de vin: elles sont si tran-

* *De eodem hoc spiritu nitri notandum quod ille, corporibus facile solubilibus metallicis affusus, cum iisdem intense incalescat, & hoc ipso dum crassior sui pars metallum corrodit, quoad subtiliorem partem, fumi specie evaporet, qui fumus instrumento commodo captus in liquoris formam concrescit; qui spiritus nitri summe volatilis, & penetrantissimus est, & ipsorum metallorum, a quibus dicto modo se se proripuit, particulam aliquam valdopere attenuatam secum rapuisse deprehenditur, cujus rei exemplum nostro arbitrio notabilissimum proponit Becherus.* Phys. subterr. lib. 1. sect. v. c. 2. §. 118. seq. *Quod vero hoc loco de cupro habet Auctor, id cum ferro quoque, & maxime bismutho, aut zinco quoque succedit, quibus affusus spiritus nitri fumos copiosissimos emittit &c.* Stahl. Fundam. Chimiæ dogm. p. 1. cap. 3. §. 31.

chantes qu'il n'est pas possible de se refuser à l'évidence de l'énergie que manifeste l'action du principe aqueux dans la formation de ces composés aériformes.

5° Que cette partie de l'acide ne doit donc pas seulement être regardée comme un de ses éléments constitutifs, mais qu'elle est du même acide masqué & volatilisé, contenant le moins d'eau possible, sans cesser d'être acide, & qu'il est par conséquent réduisible en air élémentaire par une véritable résolution, qui ne peut avoir lieu qu'en le dégageant des substances dépourvues de principe inflammable, n'etant pas possible de le recueillir, si celui-ci concourt à la décomposition du mixte, qui contient cet acide; car il devient incoërcible dès que la décomposition est parfaite, pendant qu'il se convertit en une espèce de soufre nitreux, c'est-à-dire, en acide nitreux saturé de phlogistique avec le moins possible de principe aqueux, si l'acide se volatilise sans avoir contracté une union parfaite, & c'est ce qu'on connoît sous le nom de gas nitreux.

6° Qu'on peut très-facilement & sans danger concentrer l'eau forte, & en faire de l'esprit de nitre très-puissant en profitant de toutes les opérations capables de réduire cet acide en gas; les appareils pour cela étant d'autant meilleurs, que les vapeurs pourront s'élever à une hauteur plus considérable du foyer de l' opération.

Or en rapprochant les résultats de la première partie de cet examen, il me paroît qu'il ne peut plus rester de doute que l'air élémentaire ne soit un principe commun entre les acides & les caustiques, & qu'il ne soit capable de la plus étroite combinaison avec le principe aqueux & terreux, lorsqu'il se présente un rapport tel qu'il le faut pour cela; ce qui justi-

fie les principes lumineux du célèbre Sthal; rapport que je ne saurois déterminer, mais qui semble constituer probablement ce que nous nommons phlogistique.

Delà s'ensuit la facilité de changer en caustiques les matières qui ne l'étoient pas, en ne faisant que dénaturer cette combinaison primordiale qui entroit dans leur constitution; d'où vient que l'air élémentaire a la facilité de sortir de ces matières pour pénétrer dans d'autres.

Delà encore la facilité au contraire d'adoucir les caustiques par un changement capable d'arrêter soudainement cette dissipation facile & rapide du principe pneumatique, ce qui peut avoir lieu en leur présentant un autre caustique, ou en leur offrant des substances capables d'envelopper & d'en émousser l'activité délétaire en produisant un resserrement subit & violent dans la texture de la substance, ainsi qu'on en verra l'application dans la troisième partie.

SUITE
D'EXPÉRIENCES ET D'OBSERVATIONS
SUR LE GAS DÉPHLOGISTIQUÉ
PAR LE MÊME
III.e PARTIE

Parallèle des différentes opinions sur la nature du principe caustique.

Nous allons continuer l'examen de l'air déphlogistiqué par rapport à la causticité, en comparant les différentes circonstances qui accompagnent l'action caustique de la chaux sur le sel ammoniac, & sur les substances animales d'après les différéntes opinions qu'on a eues jusqu'ici, puisque j'ai démontré qu'elle ne dépend pas de la privation du gas acide méphitique connu sous le nom d'air fixe, & qu'elle contient au contraire, comme les chaux métalliques, l'air élémentaire, ou gas déphlogistiqué, dont nous avons déjà reconnu les différentes propriétés, suivant les circonstances où il se trouve, de manière à pouvoir être regardé avec la plus rigoureuse exactitude, comme un véritable Protée (c'est ainsi que s'exprime le célèbre Mr. Halles) qui mérite un rang parmi les principes chimiques & qui est doué de la plus grande activité.

La chaux vive n'attaque point le sel ammoniac, & ne fait aucune impression sur les matières animales qui ne sont point humides; cette chaux est extrèmement avide de l'humidité, & elle l'est en raison de son appauvrissement de ce principe; ce

qui lui fait saisir avec activité l'humidité de l'atmosphère qui l'environne.

Aussitôt qu'elle s'humecte elle attaque le sel ammoniac, & n'épargne plus les matières animales, ce sont des vérités que personne n'ignore.

Les phénomènes qui accompagnent l'action de la chaux sur le sel ammoniac, ne diffèrent de ceux qu'elle opère sur les substances animales, que par la distribution des principes différemment contenus dans ces mêmes substances; car tenant en dissolution l'alkali volatil avec l'air élémentaire, & peut-être quelque partie de l'acide marin très-concentré, & masqué par la matiére inflammable qui accompagne toujours le sel ammoniac dont ces principes sont expulsés, ce ne sera pas une hypothèse hasardée que d'oser soupçonner qu'elle fait l'extraction des substances de même nature des humeurs animales auxquelles on l'applique; puisqu'il est à propos de remarquer que ces humeurs contiennent ces mêmes principes quoique tempérés par une saturation plus compliquée, qui leur fait prendre un caractère doux & savonneux; au reste *la chaleur*, *la raréfaction*, *la disgrégation des parties & la destruction réciproque* de ces mêmes parties avec celles de la chaux, sont des symptômes communs & uniformes dans la décomposition des matières animales, & salines ammoniacales.

D'où il me paroît s'ensuivre que le principe aqueux doit être regardé comme le mobile de la causticité de la chaux, c'est-à-dire, de la faculté que cette substance acquiert de passer d'un état inactif à celui d'une très-grande activité, puisqu'on ne sauroit contester que la chaux vive se trouve réduite à l'état de la plus grande simplicité par l'action violente de la

chaleur à laquelle on l'a assujettie, & qu'elle à été dépouillée de toutes sortes de principe étranger à son essence *calcaire caustique*.

Or il paroît que ces effets de la causticité de la chaux ne sont dus qu'à la véhémence, avec laquelle elle s'efforce d'appaiser son aridité, soit en s'abreuvant de l'eau qu'on lui présente, & dont il se fait une dissipation rapide & une évaporation proportionelle à l'intensité de la chaleur qui s'excite dans la fureur des conflits, soit en enlevant ce principe aux parties de la matière passive avec laquelle se fait un contact d'autant plus exact, que l'atténuation des parties de la chaux va en augmentant & qu'il en résulte l'exclusion totale de l'air entre ces substances; opérations qui expriment assez leur disposition à la distribution & à la destruction respective, de même qu'à la dissipation totale des principes volatils, incapables, ou du moins très-difficiles à entrer en dissolution, & à se combiner avec le principe aqueux.

L'exposé que nous venons de faire de l'exécution des loix générales de la nature, présente cette question importante: *Est-ce la chaux qui contient le principe destructeur, ou l'extrait-elle du corps passif?* Cette question en renferme une seconde, savoir, *quelle est la nature de ce principe destructeur? est-ce un reste d'acide dans lequel résident encore des vestiges d'acidité ou que l'altération fait passer à un état différent? ou n'est-ce enfin que l'état négatif de tout principe étranger à l'état terreux celui qui produit les effets de la causticité?*

Je commencerai par exposer les conséquences de ces opérations en regardant la chaux comme une substance dépouillée de principe quelconque, & conséquemment prête à l'extraire

des corps avec lesquels on la met dans le cas d'opérer: c'est le sentiment de plusieurs Physiciens célèbres *.

La volatilisation des principes fugaces qui sont contenus dans le sel ammoniac, l'engorgement qui suit l'oblitération des extrémités des vaisseaux aboutissans à l'épiderme, d'où s'ensuit la perversion des humeurs & une âcreté aussi prompte que l'est l'espèce de mortification dans laquelle tombent les parties affectées de cette extinction vitale, & l'extraction des humeurs perverties à travers les pores, ne paroissent à la vérité que des effets de l'action de la pesanteur atmosphérique & de la nature des substances en question, lesquels sont nécessaires à l'état d'indigence où se trouve la chaux.

Cette esquisse suffit pour faire connoître l'uniformité qui se montre dans l'action de la chaux, que nous avons supposée dans un état parfaitement négatif sur le sel ammoniac & sur les substances animales, malgré la différence de leur nature; ce qui justifie l'opinion de ceux qui n'ayant pu reconnoître l'existence de l'air élémentaire dans la chaux, ont eu recours à cette théorie d'ailleurs très-ingénieuse, & d'autant plus séduisante qu'elle s'accomodoit à la nature des alkalis & de quelques autres substances analogues.

La manière d'opérer des caustiques dans lesquels existe un reste d'acidité ou dans lesquels l'acidité est manifeste, est naturellement opposée à celle que nous venons de considérer dans la supposition d'une parfaite homogénéité entre les parties qui composent le corps caustique; puisqu'il n'est pas

---

* On trouve le développement de cette ingénieuse théorie dans les thèses soutenues par le savant Mr. Bonvoisin pour son aggrégation au Collège R. de Médecine.

douteux qu'il doit résider dans ces mêmes parties une aptitude de se charger & d'enlever même des principes aux substances composées, directement proportionelle à leur état d'indigence, & relativement à la force avec laquelle ces principes adhèrent aux autres composans de la substance passive.

La première partie de cette idée à été, ainsi que je l'ai dit, trés-ingénieusement développée par Mr. le Docteur Bonvoisin *, & la 2.e a été présentée aux Physiciens sous un point de vue général par l'illustre Mr. Macquer dans la tendance de la matière à se combiner; mais il est aisé de sentir la nécessité de ne pas les séparer, & que tandis que l'état d'homogénéité est une appropriation du sujet & une disposition à la combinaison, la force expansive des parties de la substance composée pouvant agir avec toute la liberté, se distribue d'une manière uniforme entre celles qui sont inactives, suivant les loix de leur gravité spécifique; de sorte que les élémens de ces substances entrent dans un mouvement plus ou moins vif, & se saturent plus ou moins complétement en raison de la multiplicité & de l'exactitude de leur point de contact & du rapport qui se trouve entre leur figure, leur pesanteur & l'équilibre, ou entre la prépondérance des principes qui constituent ces molécules; c'est donc dans le tems où s'accomplissent les loix de la gravité & de l'équilibre que s'ensuivent les décompositions & les nouvelles combinaisons qu'on peut regarder comme l'effet de la causticité considerée d'une manière tout-à-fait générale, & dont les symptômes qui la caractérisent sont la chaleur plus ou moins vive, l'altération

* Dans les thèses ci-devant mentionnées.

des premières formes, & la dissipation des principes fugaces & volatils.

Plusieurs Physiciens ont pensé que la causticité n'étoit qu'un effet produit par la présence d'un reste d'acidité; mais malgré leurs plus grands efforts, ils n'ont pu réussir à démontrer l'existence de ce principe salin dans la chaux, ni dans les substances alkalines, & l'on peut dire avec vérité qu'on ne l'a soupçonné que par induction & parce qu'ils avoient obtenu dans leurs opérations quelques espèces différentes de sel: il me paroît cependant qu'il eût été plus exact d'énoncer cette proposition d'une manière plus générale, en disant que la propriété caustique étoit une suite de la présence d'un principe salin dans les substances capables d'exercer cette propriété.

Cette manière d'envisager la causticité me paroît moins imparfaite, & je crois d'ailleurs devoir rappeler une observation que j'ai faite depuis plus de vingt ans par rapport à l'effet que produisent les acides & les alkalis sur le tissu organique des substances végétales, savoir, qu'il résulte des premiers une contraction ou un racornissement, pendant que les seconds y excitent une expansion sensible & une raréfaction.

Ces effets sont les mêmes dans l'application aux substances animales des matières que nous appelons caustiques, & qui sont décidemment acides ou alkalines; car il paroît que celles, où se trouvent des acides, en produisant une crispation aux parties externes de la substance qui en détruit l'élasticité, causent une infiltration facile du principe délétaire dont l'action se répand ensuite sourdement dans la masse des humeurs, pendant que les caustiques calcaires ou alkalins opèrent un relâ-

chement dans l'extrémité des vaisseaux qui est suivi d'un engorgement des humeurs, de la résolution des parties organiques, & de l'expulsion des fluides devenus acres & rongeans.

Quoique l'effet des caustiques en général soit toujours celui de destruction, il est cependant très-plausible de penser que, si le principe de la causticité est de nature acide, son effet ne peut être produit que par un degré d'activité qui excède le rapport nécessaire entre les principes qui le font acide; puisque nous voyons que les acides continuent à être tels, malgré qu'ils aient exercé leur causticité, à moins que ce soit aussi sur des substances caustiques; car il arrive alors une neutralisation à la différence des caustiques calcaires & alkalins qui ne peuvent exercer cette propriété sur quelque substance que ce soit, qu'au prix de leur entière décomposition; ce qui prouveroit que les principes constituans des acides se trouvent dans un état de combinaison beaucoup plus intime que ceux des caustiques calcaires & alkalins, & que c'est en vertu de cette adhérence plus parfaite que les premiers peuvent être susceptibles d'une plus grande accumulation de principes caustiques, & par conséquent d'un excès de causticité; mais cette propriété de détruire les formes des substances, seroit-elle bornée aux seuls principes acides & alkalins? ou ne seroit-elle pas l'effet des loix générales de la nature par lesquelles les êtres se reproduisent après leur décomposition? C'est ce que nous avons déjà indiqué ci-devant, & qui paroît journellement démontré par les altérations & les destructions successives des corps, de manière à ne pouvoir présumer qu'il s'en trouve d'inaltérables; car ce seroit un abus d'inférer cette impossibilité du manque des moyens.

Il me reste encore une considération à faire avant d'entrer en matière, savoir, si l'effet en question, quoique résultant de la présence d'un principe salin, ne pourroit pas dépendre même en général de ce que ce principe peut également résider dans la substance qu'on applique à la partie animale ou dans celle-ci, la différence ne consistant qu'en ce qu'il faut supposer que le principe actif se glisse, au premier cas de la matière appliquée, dans le tissu de la substance animale, pendant que dans le second il faut croire que ce principe est extrait de la substance animale même; ce qui confirme l'idée ingénieuse de la nécessité de l'homogénéité, & de l'indigence de la matière pour que les effets de la causticité puissent avoir lieu.

Cette induction me paroît d'autant plus rigoureuse que l'expérience nous démontre que les effets de la causticité n'ont lieu qu'autant qu'une des deux substances en contact n'est point caustique,& que l'on détruit l'action caustique lorsqu'au caustique appliqué à une substance parfaitement douce on en ajoute une autre douée de causticité : ces vérités sont si triviales qu'il n'est pas nécessaire d'en apporter des exemples: mais les substances douces qu'on pourroit nommer indifférentes, sont celles où les principes constituans se trouvent dans un état de parfaite saturation; ce qui constitue l'équilibre qui est nécessaire pour qu'un corps existe & se soutienne dans un état & sous des formes déterminées; d'où il suit que l'équilibre en question & l'uniformité de distribution de la matière ne sont que des modes relatifs & variables; il n'en est pas de même des substances qui résultent de la plus grande simplicité & de l'homogénéité des principes constituans; ce qui est le cas de la chaux & des autres substances de cette nature qui ont eprouvé

l'action du feu; car il se passe entr'elles une grande différence, puisque, pendant que les substances indifférentes qui résultent d'une exacte saturation des principes, n'altèrent pas une autre substance également neutre, & qu'elles ne peuvent éprouver des décompositions que par l'application d'un caustique: celles-ci au contraire développent, en vertu de leur indigence, une force destructive par l'addition d'un principe tout à fait innocent, celui de l'eau; d'où il me paroît s'ensuivre que l'état de parfaite homogénéité ne sauroit jamais être constamment celui de la nature animée, mais qu'il est peut-être un des puissans ressorts pour ranimer la puissance des combinaisons, aprés avoir produit les phénomènes les plus extraordinaires.

Il me paroît encore s'ensuivre une division très-simple & tout-à fait générale des corps existans dans la nature, savoir 1.° ceux dont les parties constituantes sont dans un état d'homogénéité & conséquemment tout-à-fait avides des principes dont ils sont dépourvus: 2.° ceux qui résultent d'une exacte saturation des différens principes qui les constituent, & qui malgré leur tendance à se conserver, essuyent des dégradations plus ou moins sensibles & promptes par les premiers ou par ceux qui suivent: 3.° ceux enfin où se trouve un excès de quelques principes dont la prépondérance tend toujours à leur destruction & à celle des autres avec lesquels ils se mettent en contact; c'est cette gradation qu'on observe dans la nature qui constitue le foyer insatiable de la destruction & de la reproduction des corps.

Quoiqu'il en soit de ces considérations générales, celles des effets particuliers qui doivent être regardés, comme une appropriation, & la violence des phénomènes, qui suivent l'ap-

plication des parties dans le moment, par exemple, où le principe aqueux met la chaux vive, dans le cas de lâcher le principe caustique pour achever l'œuvre de la causticité, n'auront pas moins lieu, quelque puisse être la nature de ce principe.

MM.rs Geoffroy, Hellot, Malouin, Pott par exemple, ont été d'opinion que c'est un acide, & l'examen des procédés, dont on fait usage pour la formation des différentes substances qu'on nomme caustiques, telles que le sublimé corrosif, les précipités blanc & rouge, les beurres d'antimoine, d'arsenic, d'étain & de zinc, la pierre infernale & la composition des phosphores de Kunchel, de Baudouin, d'Homberg avec celles des pyrophores, semble en effet autoriser cette opinion, de même que la réduction de la terre calcaire en chaux, au moyen de quelques opérations avec les acides & indépendemment de l'action du feu, semble encore fournir un argument de très-grande force.

Tous les Physiciens savent enfin l'usage que l'on fait en Médecine des vésicatoires, dont quelques-uns ne sont qu'un composé de matières qui, prises separément, ne sont nullement caustiques, & qui développent cette propriété aprés leur combinaison.

Ce que je viens de rapporter dans l'hypothèse d'un résidu d'acidité dans les substances caustiques, semble à la vérité donner un très-grand poids au sentiment des Chimistes qui ont embrassé cette théorie; mais quelque satisfaisante qu'elle paroisse, on ne peut pas se dissimuler cependant qu'elle n'est pas douée du caractère de généralité que paroît renfermer l'idée qu'on doit se faire de cette propriété de la matière; ce qui m'engage à examiner le sentiment du célèbre Stahl, &

reconnoître, si l'acide au quel il attribue la causticité de la chaux, & qui concourt à la formation de la croûte séléniti-que qu'on connoît sous le nom de crême de chaux, n'est, ainsi que le prétend ce Père de la Chimie, qu'un produit *ex-temporain* de la combinaison intime du principe aqueux qu'on fournit dans ces circonstances au principe terreux de cette substance.

Pour m'assurer, autant qu'il étoit possible, de la solidité de l'opinion de ce célèbre Chimiste qui paroît avoir été adop-tée par le savant Mr. Baron, j'ai cru devoir tenter d'enlever ce que les acides pouvoient avoir délaissé aux substances sur lesquelles ils avoient exercé leur qualité caustique; & j'ai choisi le précipité rouge comme une matière qui paroissoit devoir me fournir les éclaircissemens que je désirois.

J'ai donc fait séjourner, pendant quelques jours, 3 onces de précipité rouge dans l'eau distillée, & ayant remarqué qu'il se formoit une espèce de pellicule à la surface de l'eau assez ressemblante à la crême de chaux, j'ai mis ce mélange en digestion, & lorsque je me suis apperçu qu'il se formoit des concrétions salines, j'ai décanté la liqueur de dessus le préci-pité, & l'ai mise dans un évaporatoire de verre que j'ai cou-vert d'un papier en l'abandonant à une évaporation lente & spontanée; après dix à douze jours la matière fut entièrement desséchée, & elle avoit formé un sel grimpant & cristallisé à peu-prés comme les sels ammoniacaux, qui étoit très-blanc & très-sec: dans le milieu il y avoit un rond assez considérable formé par un enduit qui avoit l'apparence de la crême de chaux; cet enduit étoit très-gras & si adhérent au verre qu'il n'étoit pas possible de le détacher avec de l'eau distillée, quoique très-chaude.

Cette eau chargée des parties enlevées au précipité donna une couleur bleuâtre avec la dissolution du vitriol vert, animé par un peu de cet acide, parce que les cristaux vitrioliques n'étoient pas dans une parfaite saturation; le sel produisit le même effet, & le sublimé jaune, dont je parlerai, lui fit prendre une couleur fauve qui repassa au jaune par quelques gouttes d'huile de tartre en formant une espèce de magma : le sel en question loin de se résoudre en fumée ou de s'enflammer, comme font les sels ammoniacaux & nitreux, il se boursoufla à peu près comme l'alun ; il étoit dur & cassant; je le broyai entre deux papiers pour n'en rien perdre, & l'impression vive que j'éprouvai au coin de l'ongle d'un de mes doigts, me fit sentir qu'il étoit de la plus grande causticité.

Je me déterminai à soumettre ce sel à la distillation dans une petite cucurbite de verre garnie de son chapiteau dont le bec étoit luté à un récipient, au quel j'avois laissé un petit trou pour donner de l'évent, en cas de besoin; lorsque le lut fut parfaitement sec, je mis la cucurbite au bain-marie, & je n'obtins que quelques gouttes de liqueur très-claire; les vapeurs qui s'élevoient ne se condensoient qu'avec beaucoup de peine; le sel étoit fondu en grande partie, & ayant soutenu l'opération pendant un jour & une nuit entière, sans avoir des succés plus décisifs, je résolus de tenter l'opération au bain de sable.

La cucurbite étant assise dans ce nouveau bain, je vis paroître des vapeurs foiblemennt colorées en jaune, & le sel étant entré entièrement en fusion, les parois de la cucurbite & le chapiteau commencèrent à être tapissés d'une espèce de poussière jaune très-fine; la liqueur étoit d'un rouge-foncé

& ressembloit à la lessive caustique rapprochée, & on voyoit qu'elle étoit très-pesante; le chapiteau commença enfin à blanchir, & la liqueur demeura alors claire; le bord inférieur de la sublimation qui adhéroit aux parois de la cucurbite, paroissoit d'un rouge de brique, sans qu'il fût possible de ne rien voir dans le récipient; il y avoit à ce tems très-peu de liqueur distillée: enfin après dix heures environ d'un feu très-vif & très-soutenu, voyant qu'il ne montoit plus rien, je cessai l'opération.

Je trouvai le lendemain un sel blanc mat figé dans le fond de la cucurbite, il représentoit des barbes de plume assez longues, réunies en un centre commun, & il avoit une apparence cornée à la surface; il avoit passé très-peu de liqueur claire dans le récipient; elle avoit un montant inflammable; je la divisai eu deux parties, dont une fut saturée d'huile de tartre, & cette combinaison présenta dans le moment & avec un peu d'effervescence un caractère savonneux, & développa une odeur empireumatique : dans l'autre partie je mis un petit globule de mercure, & voyant qu'il n'étoit point attaqué j'y mis de la limaille de fer qui le fut aussitôt, & la liqueur prit une couleur safranée; j'en mis une partie avec quelques gouttes d'esprit volatil de sel ammoniac, & la liqueur prit d'abord une couleur verte, & forma une petite croûte bleue à la surface, ainsi qu'il étoit arrivé à la dissolution du vitriol martial; je rinçai ensuite avec quelques gouttes d'eau distillée le récipient & le petit bassin où j'avois fait la combinaison de cette liqueur avec de l'alkali jusqu'à saturation, & j'y ajoutai un peu d'esprit de vinaigre, qui, quoiqu'assez foible, fit une vive effervescence & il arriva une séparation instantanée,

comme cela arrive dans le foie de soufre dissous, au-quel on ajoute un acide.

La matière sublimée étoit très-grasse, & très-adhérente au verre; sa couleur étoit celle du turbit minéral, & la partie qui étoit dans le chapiteau, étoit un peu plus claire. Mr. Pott a fini de même par obtenir une terre jaune, saline & sulfureuse en traitant la chaux vive avec l'acide nitreux: *loc. cit. p.* 139.

Toutes ces expériences semblent donc prouver la destruction réciproque du mercure & de l'acide, dans le tems de leur combinaison en forme de chaux, & du changement de nature & d'état des parties phlogistiques qui n'ayant pu être enlevées, sont entrées dans le nouveau composé, de manière à former un produit résultant de trois principes, le *terreux*, le *métallique* & l' *aériforme*, produit d'ailleurs très-facile à décomposer, puisqu'il ne faut qu'un degré de chaleur assez modéré pour revivifier le précipité en question; ce qui prouve sensiblement l'existence des rudimens phlogistiques sous une forme altérée par l'action du feu, qui en a expulsé le principe aqueux.

Cette vérité est très-facile à reconnoître; car, en employant du précipité exactement dépouillé d'acide, l'eau distillée, & les autres liqueurs dans lesquelles on le fait séjourner, ne donnent toutes que des symptômes de phlogistication: ce qui étant rapproché des effets que produit cette chaux, paroitroit prouver que le principe caustique s'expulse dans la décomposition qui arrive au phlogistique, de même qu'il arrive dans celles des acides, & que par conséquent ce n'est ni un reste d'acide, ni un acide *extemporain* qui fait la causticité, mais une des parties constituantes des acides qui se développent dans leur décomposition. Or nous avons démontré l'identité

du principe caustique avec l'air très-pur, & l'on sait que c'est cet air qu'on expulse de ces chaux; donc le principe, qui se combine avec les autres parties des substances devenues capables de causticité, n'est que l'air élémentaire dégagé des acides du phlogistique ou de toute autre matière qui le contient, & non un acide, ainsi que je l'ai remarqué. *

La considération des principes contenus dans les matières capables des effets de la causticité, & de ceux qui composent les humeurs animales, semble d'ailleurs ajouter de nouveaux motifs de confiance, pour croire que la matière inflammable & les principes volatils qui s'y rencontrent, sont d'une nature très-active aussitôt qu'on les met en action; ceux-ci par le

* J'établis une très-grande différence entre le principe de l'inflammabilité, la matière inflammable, & le phlogistique; le principe de l'inflammabilité n'est selon moi, que l'air élémentaire absolument pur; la matière inflammable un composé de ce principe avec d'autres plus ou moins volatils & avides d'humidité; & le phlogistique une combinaison de ce même principe ignifére ou *oxygine*, comme l'a nommé l'illustre Mr. Lavoisier, ou enfin air du feu, suivant le celèbre Scheele avec des parties fixes & dépourvues du principe aqueux.

Le savant Mr. Bertholet, dont les lumières font honneur à nôtre nation, a donné un excellent mémoire en 1780. dans le recueil de l'Academie R. des sciences de Paris sur la causticité des sels métalliques: comme je ne connoissois pas cette ingénieuse production dans le tems que je m'occupois de ces expériences, n'ayant été imprimée qu'en 1784., & ce volume de l'Academie R. des sciences des Paris ne m'étant parvenu qu'au commencement de la courante année 1785. je n'ai pu en faire mention alors, mais je m'empresse maintenant de rendre la justice qui est due au mérite d'un Physicien aussi éclairé: son opinion est tout-à-fait différente de celle des autres, & d'après une suite d'expériences aussi délicates que décisives il attribue la causticité des sels en question à l'entière privation du phlogistique qui donne aux chaux la plus grande aptitude pour l'enlever aux substances avec les quelles on les met en contact: rien n'est si certain que cette privation, & elle est, ainsi qu'on l'a vu, tout-à-fait nécessaire, pour que le principe caustique puisse se développer librement & opérer la destruction des autres substances non caustiques.

simple développement, & la première par l'état d'exaltation où elle est portée à la suite de l'entière privation de principe aqueux, d'où s'ensuit la diminution d'adhérence des autres parties constituantes, au point de ne pouvoir plus retenir le principe pneumatique, qui des lors assouvit librement sa propriété dévorante, & caustique, jusqu' à ce qu'étant rassasié des principes dont on l'a dépouillé, il repasse à un autre état en reprenant de nouveaux caractères, & de nouvelles propriétés: en effet les signes de phlogistication dont je viens de rendre compte, démontrent sensiblement une revivification du phlogistique, ou de la matière inflammable.

D'ailleurs tous les Chimistes connoissent la causticité de la lessive prussienne; & le travail du savant Mr. Deyeux sur le bleu de Prusse me paroît confirmer l'exactitude de l'opinion où je suis que de l'accumulation du principe inflammable aiguisée par la violence du feu, il se développe en dernière résolution l'air élémentaire que je regarde comme la cause de la causticité, de l'alkalinité, de l'acidité, & de l'inflammabilité &c.: en effet ce Chymiste après une certaine quantité de liqueur a retiré de la distillation de cette fécule colorante 1.° de l'esprit volatil, 2.° de l'alkali volatil concret, 3.° un sel accompagné de cet alkali-volatil, 4.° du soufre, 5.° un pyrophore très-actif de la tête-morte *: Mr. Gellert dit au reste que l'alkali fixe Prussien a la propriété de dissoudre l'or, l'argent, le mercure, le zinc, & le bismuth par la voie humide; & quoique la reproduction qui se fait d'une partie du vinaigre en esprit ardent,

* La fécule Prussienne appliquée en forme de cataplasme à des fluxionaires en a dissipé les symptômes, rien qu'en excitant une chaleur cuisante.

après avoir dissous du plomb, semble confirmer mes idées ainsi que l'inflammation de la teinture qui résulte de la combinaison de la chaux vive avec du vinaigre distillé qu'on redissout dans l'eau & qu'on évapore, selon le procédé de Mr. Pott * j'ai cru néanmoins à propos de reconnoître les changemens qu'éprouveroient différentes liqueurs en séjournant sur de précipité rouge.

Je dois prévenir que ce ne sont ici que des tentatives, n'ayant pas eu le tems de rassasier ces substances au point d'y apporter des changemens entièrement décisifs; mais les altérations que j'y ai reconnues sont assez intéressantes pour ne pas les négliger: l'esprit de vinaigre avec du même précipité dont je me suis servi ci-devant avec l'eau, l'a changé en une chaux très-blanche & très-fine; lorsque tout le précipité a été réduit sous cette forme, j'en ai décanté l'acide que j'ai fait passer sur du nouveau précipité rouge, pendant que j'ai mis du nouvel acide sur le précipité blanchi: le premier acide a encore attaqué le précipité rouge, mais avec beaucoup moins d'activité & le nouvel acide a réduit le précipité déjà blanchi en une matière qui paroissoit de la nature des mucilages; de ces acides & surtout de celui que j'avois cohobé sur du nouveau précipité rouge, émanoit une odeur vineuse assez décidée après 7 à 8 jours, avec un montant spiritueux; après un long séjour, sa couleur étoit louche & devenoit par degrés toujours plus jaunâtre.

J'ai encore mis du même précipité rouge avec de l'esprit de vin dont il a été attaqué avec force, & réduit en un précipité

* Dissert. chymiques t. 3. p. 212.

gris-brun; j'en ai décanté la liqueur qui exhaloit la même odeur que les pommes amassées en grande quantité, je l'ai mise sur du nouveau précipité rouge, en ajoutant de l'esprit de vin au précipité bruni ; ce qui a paru l'atténuer davantage en le réduisant à une poussière très-fine ; l'esprit de vin cohobé sur le précipité avoit pris une teinte louche, & plus jaune que celle de l'esprit de vinaigre; mais elle manifestoit son montant naturel avec une foible odeur douceâtre ; je dois cependant faire observer que j'ai employé de l'esprit de vin tartarisé.

J'ai enfin mis de ce précipité avec du sel de tartre dissous à saturation dans l'eau distillée ; la liqueur s'est considérablement éclaircie, & le précipité a fortement bruni.

Quoique ces résultats ne soient pas décisifs l'on ne peut cependant que reconnoître encore ici la régénération du phlogistique; mais sans trop se fonder sur ces expériences, je crois à propos de rendre compte des tentatives que j'ai faites pour reconnoître les modifications qu'éprouvent les substances caustiques par l'accumulation du principe inflammable, puisqu'il me paroît qu'en embrassant ainsi le sujet, on peut parvenir à des points de réunion, ou à de très-grands rapprochemens capables de l'éclairer.

Dans ce dessein j'ai choisi les acides minéraux comme des substances où je présume que le principe de causticité se trouve très-fort accumulé ; j'ai donc commencé par surcharger de gas inflammable martial de l'eau forte qui n'etoit point du tout colorée ; la liqueur est devenue jaune d'or ; son odeur étoit puissante, & capable de causer des étourdissemens, elle étoit de la plus grande limpidité, & sans le moindre dépôt même après plus d'un an qu'elle avoit ainsi été chargée de

gas : j'en ai combiné avec de l'huile de tartre très claire, & le mouvement qu'il y avoit dans la liqueur ressembloit en tout point à la fermentation spiritueuse des vins mousseux, ou à celui des eaux gaseuses, telles que celles dont j'ai parlé.

Par la continuation de cette combinaison, & lorsque j'avançois vers le point de saturation, ce mouvement devenoit plus vif, & la liqueur prenoit une nuance entre le vert & le jaune & il commençoit à se former de petits flocons blancs très-légers ; ce qui m'annonçoit la saturation dont je me suis encore assuré en plongeant du papier bleu dans la liqueur qui n'a aucunement changé. *

Le gas expulsé dans cette opération ne m'a paru apporter aucun changement sensible à la flamme, à la différence de celui qui se développoit de l'esprit de sel chargé du même gas, & traité de la même manière ; car celui-ci l'embellissoit & l'allongeoit sensiblement ; la liqueur ci-devant a pris par le repos une très-belle couleur d'huile d'olive claire ; ce qui étant comparé avec les résultats de l'acide nitreux imparfaitement épuisé, prouveroit que la différence de la couleur des précipités tient à ce que le principe phlogistique n'est pas autant exalté que celui de la liqueur exactement dépouillée d'acide avec lequel il a la plus forte affinité ; au reste cet acide ainsi phlogistiqué m'a paru avoir dissous de l'or quoiqu'assez foiblement ; ce qui s'accorderoit avec ce que nous apprend Mr.

* Je dois remarquer qu'il est préférable de mettre l'acide sur l'alkali fixe à cause de la difficulté que ces liqueurs ont à se mêler, & à se combiner en faisant le contraire ; son odeur est alors très-suave, & répond à celle de l'esprit de cochléaria, tel que celui qu'on obtient par les éthers. V. Mr. Baumé dans sa dissert. sur l'éther.

Brandt *coll. acad. t.* II. *p.* 246, savoir qu'il a obtenu la dissolution de l'or par un esprit de nitre retiré à l'aide d'un peu d'acide vitriolique.

En rapprochant encore la différence de l'augmentation de poids qu'a reçu le précipité rouge formé par l'acide concentré sur celui qui résultoit d'un esprit de nitre plus foible, il me paroît visible que le principe aqueux en diminuant l'énergie & l'activité de l'acide pour enlever le principe phlogistique au métal, favorise son accumulation dans la substance métallique par une nouvelle modification qui le ramène à l'état de matière inflammable; ce qui tend toujours à démontrer l'existence du principe originairement caustique dans les substances capables d'en produire les effets, lorsqu'elles ont éprouvé les modifications nécessaires pour se réduire à la plus grande simplicité, si elles ne passent pas à une entière décomposition.

L'existence de l'air élémentaire une fois démontrée dans la chaux vive aussi-bien que dans les chaux métalliques, il paroît que la dissolution de l'or dans l'acide marin gasifié par la décomposition du sel ammoniac au moyen de la chaux vive, ne doit être attribuée, ainsi que je l'ai dit, qu'à l'accumulation de l'air élémentaire qui s'est associé aux principes volatilisés de ce sel en s'expulsant de la chaux; mais des auteurs respectables ayant supposé que l'alkali volatil pût produire cet effet, je crois qu'il est à propos d'analyser ce phénomène, & d'examiner si quelqu'un des principes volatilisés dans cette opération peut produire ou du moins y contribuer la dissolution de l'or.

On sait que l'adhérence que peut contracter l'acide marin avec la terre calcaire, est à la vérité tres-foible; mais la compacité qu'acquiert la tête morte de cette combinaison, son

phosphorisme & sa déliquescence semblent annoncer une grande différence de liaison entre l'acide & cette terre caustique ; quoiqu'il en soit cependant de ces inductions, il me paroît naturel de consulter l'expérience pour ne laisser rien à désirer sur ce point. Je commencerai donc par remarquer que pour ce qui concerne l'acide marin, ce n'est que dans l'état de gas qu'il peut se trouver en aggrégation avec l'air élémentaire & avec l'alkali-volatil dans l'esprit caustique, & qu'il ne peut contracter de combinaison bien intime, parce qu'il est déjà uni à la matière inflammable du sel ammoniac, & qu'ayant d'ailleurs de même que l'alkali-volatil une grande tendance à se combiner avec l'eau, il doit en résulter un tout savonneux dont les élémens n'auront qu'une foible adhérence entr'eux.

Le premier point cependant que je me suis proposé a été celui de m'assurer si la dissolution de l'or dépendoit seulement de l'air élémentaire, qui a passé de la chaux dans l'esprit volatil, & de-là dans les acides, comme cela paroît indiqué par la dissolution de l'or dans l'acide vitriolique mêlé à ce gas expulsé dans cette occasion, ou si l'alkali-volatil entre pour quelque chose dans cette dissolution, ce qu'a avancé entr'autres Mr. Gellert à la p. 161. de sa chymie métallurgique vol. 1.

Pour m'éclairer sur ce point, j'ai mis 4 onces de sel ammoniac purifié dans 3 matras garnis de leurs chapiteaux tubulés, dont le bec trempoit dans l'acide marin foible jusques près du fond du récipient qui le contenoit avec de l'or en feuille, & qui étoit surmonté d'un robinet pour y placer des vessies dans 3 flacons capables de s'ajuster exactement à la tu-

bulure d'un petit entonnoir qui dépassoit l'orifice des matras en laissant une entière liberté aux vapeurs.

Je mis dans un des matras 12 onces d'huile de tartre par déliquium, dans laquelle j'avois détrempé 3 onces de sel de tartre bien sec; dans le 2.e il y avoit 12 onces de lessive des savonniers, & dans le 3.e je mis 12 onces de liqueur de cailloux: ces liqueurs passèrent tranquillement chacune dans leurs matras, à la réserve de la lessive des savonniers qui devint aussitôt écumeuse & qui donna du gas; le col du flacon étant parfaitement assujetti & mastiqué à l'entonnoir de la tubulure, je fis mettre avec le plus grand ménagement le feu au-dessous de la lessive caustique.

Le gas commença à se développer assez tumultueusement dans cette liqueur, & plus rapidement dans la liqueur de cailloux que dans l'huile de tartre, sans que j'aye pu m'appercevoir que l'or eût souffert considérablement dans les acides marins par où se filtroient ces vapeurs gaseuses.

J'ai remarqué que dans l'acide marin attenant au matras de la liqueur de cailloux, il se faisoit dès le commencement de l'opération une effervescence considérable à mesure que le gas s'y filtroit & que des vapeurs denses assez blanches occupoient toujours la partie vide du récipient de l'alkali-volatil libre, & qu'un précipité abondant très-blanc & très léger occupoit le fond de la liqueur, tandis que rien de tout cela, à quelques vapeurs blanches près, ne paroissoit dans les autres récipiens, si ce n'est un précipité foiblement pourpre dans l'acide marin qui recevoit le gas ammoniacal de la lessive caustique.

J'ai encore répété ces mêmes procédés en variant quelques circonstances; en premier lieu l'acide marin contenant l'or,

par lequel le gas devoit se filtrer, n'étoit affoibli que de 4 parties d'eau sur 5 d'acide marin très-fumant ; ce qui se fit avec une chaleur considérable : quoique j'aye remis 4 onces de sel ammoniac, j'ai cependant cru à propos de diminuer la quantité d'eau dans laquelle j'avois dissous les autres substances, parce que l'opération devenoit trop longue, & que d'ailleurs les produits concrets étoient entièrement dissous par l'excés des vapeurs aqueuses qui s'élevoient.

Je n'ai donc mis que 6 onces d'huile de tartre & 3 onces de sel de tartre très-sec dans l'un ; 8 onces de lessive des savonniers, à la manière de Mr. Bucquet, d'après Mr. Fourcroy avec une once 4 gros de pierre à cautère détrempée, dans un second; 2 onces enfin & 3 gros de verre de cailloux avec 4 onces 6 gros de très-bonne liqueur de cailloux dans le troisième matras.

Il n'arriva rien dans l'huile de tartre par l'application du feu: dans la lessive des savonniers il se fit à l'instant un développement gaseux, & il n'y eut rien dans la liqueur de cailloux.

Le feu étant appliqué, il arriva comme dans la première expérience que le gas commença à se développer dans la liqueur de cailloux, quelque tems avant que dans l'huile de tartre, tandis qu'il continuoit dans la lessive caustique où le feu étoit cependant beaucoup plus ménagé.

Par la suite de l'opération les fumées blanches parurent aussi dans l'huile de tartre ; elles étoient constantes & très-denses dans le récipient de la liqueur des cailloux & elles se soutenoient aussi, quoique moins denses, dans celui de la lessive caustique qui s'échauffa beaucoup, ce qui n'arriva point aux autres ; le robinet du récipient de l'huile de tartre ne fut nullement attaqué ; celui de la liqueur des cailloux étoit à son

orifice d'un très-beau bleu pourpre; celui enfin de la lessive des savonniers avoit quelques points bleu-verts.

L'acide marin du récipient de l'huile de tartre n'avoit point changé de couleur & continuoit à être jaune; l'or paroissoit un peu moins clair; il n'y avoit cependant pas de précipité, ni de cristallisation, ni enfin le plus petit changement sensible.

Dans celui de la liqueur de cailloux la couleur de l'acide marin contenant l'or, étoit aussi claire que de l'eau distillée; il étoit rempli d'une très-belle végétation cristalline ressemblante distinctement à des buissons de fougère; mais l'or ne paroissoit pas encore avoir souffert & étoit précipité au-dessous de la cristallisation; il est enfin arrivé ici comme dans l'expérience précedente, que, presque dès le commencement de l'opération, il y avoit une effervescence continuelle dans la liqueur.

La liqueur de l'acide marin du matras où étoit la lessive des savonniers, étoit d'un vert clair & il y avoit un précipité terreux très-léger & assez considérable; il n'étoit pas possible de juger si l'or avoit souffert de dissolution; mais il étoit extrêmement bruni.

Tous ces matras contenoient du sel concret, soit dans le chapiteau, soit dans la tige conique; il étoit très-blanc, mais peu cristallin dans celui de l'huile de tartre où il étoit en plus grande quantité que dans les autres, il n'avoit aucune forme régulière & n'étoit point cristallisé comme dans les autres matras en forme de feuilles; ce qui demeuroit dans les boules des matras à cette époque où j'ai arrété l'opération, parce que la dissolution des sels devenoit sensible, étoit un précipité brun dans celle de l'huile de tartre dont les bords bien cristal-

lisés étoient très-blancs & il y surnageoit une liqueur jaunâtre.

Dans celle de la liqueur de cailloux il restoit beaucoup moins d'humidité; toute la surface paroissoit couverte d'une graisse figée & le reste de la matière sembloit être d'un gris-brun tirant sur le vert, étant d'ailleurs surmontée d'une zone qui ressembloit à l'amidon prêt à être desséché:

Dans celle enfin de la liqueur des savonniers le précipité étoit brun, & il surnageoit une liqueur graisseuse ayant des points figés au milieu & sur les parois de la boule, comme si c'avoit été du suif figé.

La production gaseuse a été très-considérable par la lessive des savonniers, & j'en ai retiré trois vessies; je n'en ai obtenu que 2 de la liqueur de cailloux & une seule, pas même pleine, de l'appareil contenant de l'huile de tartre: j'ai fait remarquer la différence importante qui est arrivée dans les absorptions: d'où il est naturel de déduire la part que la *dilatabilité* des vapeurs gaseuses peut avoir à l'expulsion de l'air contenu dans les capacités & le mélange qui doit avoir lieu dans ces différentes récoltes: ce qui confirme encore l'idée que j'ai donnée de leur puissante élasticité.

Or en réfléchissant sur la nature des liqueurs en question il me paroît se presenter une observation très-intéressante, savoir que cette expulsion gaseuse semble augmenter en raison de leur causticité: ce qui fournit un rapport important avec ce que j'ai remarqué d'après Mr. Lemery, que les précipités rouges qu'on obtient par les alkalis caustiques, sont aussi colorés en raison de leur causticité, & je serai dans le cas de démontrer par la suite, que plus les liqueurs sont caustiques,

plus elles contiennent des élémens de phlogistique; donc l'élasticité des fluides aériformes & de l'air dont nous venons de remarquer les effets, éprouve des augmentations considérables de l'association qui s'y fait de ces parties; ce qui fournit la solution de la dilatation beaucoup plus grande de l'atmosphère qui se forme & qui est contenue dans les capacités où l'on fait une dissolution métallique avec l'acide nitreux; dilatation capable, ainsi que je l'ai fait remarquer, d'empêcher l'évaporation de la liqueur & de suspendre la distillation. J'ai ensuite retiré chacune de ces liqueurs, c'est-à-dire, ces acides marins affoiblis, de dessus l'or & le dépôt qu'elles pouvoient contenir, & j'ai observé que celle de l'huile de tartre avoit le montant d'un gas inflammable sulfureux: celle de la liqueur de caillou ne manifestoit qu'un montant très volatil, sans aucune odeur décidée au point de ne pouvoir plus être distinguée ; celle enfin de la lessive des savonniers paroissoit spiritueuse.

J'ai mis dans une partie de ces liqueurs de la limaille d'étain & j'ai vu que celle de l'huile de tartre étoit devenue un peu louche & que l'étain y étoit presqu' entièrement dissous;il en émanoit une très-forte odeur de foie de soufre. J'y ai ajouté de l'acide marin sans qu'il se soit produit de changement ni dans la couleur ni dans l'odeur & sans qu'il y ait eu de l'effervescence: dans celle de la liqueur de caillou l'étain n'a rien fait; son odeur seulement étoit un peu spiritueuse, mais en y ajoutant de l'esprit de sel il se fit une effervescence très-forte, ce qui démontroit la surabondance de l'alkali-volatil. Le récipient fut rempli de fumées blanches très-denses & il se fit à l'instant un précipité en *coagulum* très-blanc: l'odeur qui s'en élevoit étoit celle que produit le gas inflammable. Dans la liqueur

des savonniers, le dépôt étant agité prit une apparence un peu gélatineuse; l'esprit de sel donna beaucoup de fumées blanches très-denses qui se soutenoient au-dessus de la liqueur.

J'ai remis le chapiteau & j'ai en même tems changé le matras de la décomposition du sel ammoniac par la liqueur de cailloux qui s'étoit fêlé par le desséchement de la matière, & j'ai recommencé l'administration du feu qui étoit beaucoup moins embarrassante dans celui où se trouvoit l'alkali fixe où il y avoit encore beaucoup de liqueur : on voyoit se redissoudre le sel marin avec bruit, comme il arrive dans la décrépitation, & il s'élevoit dans la liqueur une matière brune qui, en s'y répandant, lui faisoit prendre une teinte grise toujours plus foncée & dans le tems de cette dissolution on voyoit balancer la liqueur dans la tige du bec du chapiteau.

La liqueur contenant l'or, & avec laquelle communiquoit le matras de la lessive caustique, prenoit une teinte purpurine à mesure que l'opération avançoit; la quantité de l'or ne paroissoit cependant pas diminuée, ni même réduite en aussi petits fragmens que dans les deux autres récipiens; la matière étant toute grumélée dans le matras de la liqueur de caillou, il me fallut de nécessité employer un feu plus fort pour dissiper entièrement l'humidité qui s'y trouvoit; mais le matras fut encore fêlé & je dus regarder cette opération comme finie : la liqueur contenant l'or étoit très-louche; il y nageoit de petites particules un peu brunes & ne donnoit aucune odeur.

Dans le matras de l'huile de tartre la liqueur étant entrée en gros bouillons, tout le chapiteau fut rempli de fumées blanches qu'on voyoit circuler dans la tige du matras, mais qui n'avoient pas la force d'expulser la liqueur du bec du chapiteau,

si ce n'est de loin à loin & par sursauts; la liqueur néanmoins prit une couleur homogène & d'un vert louche qui dégénera en un blanc-sale laiteux; en continuant l'opération il se fit des absorptions très-fréquentes qu'on ne pouvoit empêcher ; j'ai été enfin obligé de changer le récipient pour recevoir la liqueur qui résultoit des vapeurs condensées dans le chapiteau.

De toutes ces expériences je crois pouvoir déduire 1.° que la liqueur de cailloux paroît un intermède spécifique pour avoir l'alkali caustique (ce qui est le plus intéressant pour le but que je me suis proposé jusqu'ici) & qu'elle développe un gas capable d'approprier l'acide marin à la dissolution de l'or, à en juger par la couleur purpurine que prend la liqueur & par l'effervescence qui se manifeste dans l'acide servant de filtre, lorsque l'opération est considérablement avancée ; que par l'huile de tartre il se dégage aussi de l'acide dès le premier tems de l'expulsion de l'alkali-volatil & que ce n'est tout-à-fait que sur la fin de l'opération que l'alkali volatil passa entièrement pur, puisque ce n'est qu'alors qu'on voit de l'effervescence dans le récipient qui contient l'or avec l'acide marin; cette différence seroit-elle un effet de l'existence du gas méphitique que contient cette substance saline, & dont le deux autres sont dépouillées? c'est ce qui paroît naturel, ainsi qu'il l'est de présumer que l'existence de ce gas concourt à masquer le principe d'acidité qu'on soupçonne résider dans les alkalis * mais ce n'est toujours qu'avec l'intermède caustique

* Ne pourroit-on pas en effet soupçonner avec assez de fondement que les acides différent des alkalis, principalement en ce que les premiers contiennent le principe d'acidité, savoir l'air élémentaire, dans un état de plus grande pureté, simplicité & accumulation que les seconds, où il est altéré par quelque combinaison méphitique?

& contenant l'air élémentaire que l'acide devient capable de dissoudre l'or.

2.° Que si l'on enlève une partie de l'eau nécessaire au sel marin pour la cristallisation le sel qui résulte, cristallise sous une forme qui le rend méconnoissable étant la plus grande partie en cristaux très-déliés, frisés & aiguillés à peu près comme les sels ammoniacaux ou comme les sels cathartiques.

3.° Que l'acide marin prend par ces intermèdes une odeur spiritueuse ou sulfureuse & que celui qui a été altéré par le gas provenant de l'alkali fixe, développe avec l'étain une odeur décidée de foie de soufre accompagnée d'un montant volatil qui ressemble à du gas sulfureux inflammable; ce qui paroît démontrer toujours plus que la dissolution de l'or tient à la manière d'être du phlogistique pour que l'air élémentaire puisse exercer sa causticité & que la prétendue déphlogistication de l'acide n'est tout au plus qu'une condition nécessaire au développement & à l'accumulation de l'air pur.

4.° Que l'alkali volatil pur ne paroît contribuer en rien à la dissolution de l'or.

Pour décider enfin de l'efficacité de l'action caustique & dissolvante de l'air élémentaire, indépendemment de tout autre principe, il ne restoit plus qu'à examiner si l'acide marin gaseux, c'est-à-dire dans l'état de sa plus grande concentration pouvoit en quelque sorte contribuer à la dissolution de l'or; je cherchai donc à m'assurer si cet acide dégagé du sel marin, en se combinant par la filtration à l'acide marin contenu dans un récipient avec de l'or, auroit cette propriété; j'en ai donc procuré la décomposition en faisant tomber 2 onces de ce

sel sur 5 onces & ½ d'huile de vitriol concentrée dans un appareil tel que celui dont je viens de donner la description, avec la précaution seulement que j'ai placé le flacon contenant le sel bien sec & pilé finement, d'une manière un peu oblique pour que la chûte du sel ne fût pas trop rapide & qu'il fallût la procurer par de petites secousses ; l'orifice d'ailleurs étoit un peu resserré & le col du matras traversoit un bouchon de liège qui servoit à boucher exactement l'entonnoir de la tubulure, & y étoit assujetti par un nœud coulant de forte ficelle ; le récipient contenant l'acide marin & l'or étoit surmonté de deux robinets parce que je prévoyois la nécessité de changer les vessies avec précipitation à cause de la quantité & de la violence des vapeurs; malgré tous mes soins je voyois toujours dans le tems de l'opération des filets de vapeurs que je ne pouvois retenir qu'en étendant sans cesse de la cire surchargée de térébenthine ; lorsque le tumulte des vapeurs fut passé, j'achevai l'opération par le secours du feu sous le matras & je ne l'interrompis qu'après avoir vu les fumées blanches dans la partie vide du récipient où étoit l'or dans l'acide marin, les absorptions étant presque continuelles.

Ces absorptions ne pouvoient être arrêtées qu'en donnant de l'évent & en retirant le feu pour laisser rentrer de l'air dans le matras, lorsque les vapeurs commençoient à devenir moins élastiques, ou en ménageant une communication par le bouchon de la tubulure du chapiteau avec une cloche qui trempoit dans l'eau & avec la précaution de la garnir d'un robinet pour n'établir la communication qu'à propos; c'est-à-dire après l'impétuosité des vapeurs qui produisoient un vide très-rapide ;l'acide foible servant de filtre qui étoit très-clair a pris une belle

couleur d'or & il m'a paru y avoir en effet de l'or dissous par cette décomposition du sel marin: d'où s'ensuivroit une preuve que l'acide marin rendu gaseux peut dissoudre l'or, ce que ne fait pas l'alkali volatil: mais ayant pu appercevoir que cet acide essuye une altération plus intime par la chaux vive que par l'huile de vitriol & soupçonnant d'ailleurs que l'état de combinaison où étoit l'acide dans le sel marin pouvoit laisser quelque incertitude sur cette conséquence, je passai à l'expérience suivante.

J'ai donc jété de l'huile de vitriol concentrée & très-claire sur l'acide marin très-fumant dans l'appareil ci-devant; le matras, le chapiteau & le récipient furent remplis de fumées très-blanches & la liqueur étoit aussi blanche que du lait; lorsque le gas eut cessé de passer, je mis du feu dessous le matras & je continuai l'opération plus de six heures sans m'appercevoir que l'or qui étoit dans l'acide marin du récipient eût souffert, quoique j'aie ensuite gardé l'appareil plus de dix jours.

Le résultat de cette expérience annonce une restriction à l'opinion, où l'on pourroit être de l'efficacité de la *gasification* de cet acide, pour obtenir la dissolution de l'or de manière a présumer que dans des circonstances l'acide marin gaseux augmente, par quelqu'une de ses parties constituantes, l'énergie du principe caustique, ou en l'aiguisant, ou en augmentant la quantité réelle de ce principe, pendant qu'étant produit sous des conditions différentes il en émousse peut-être l'activité.

La considération cependant des phénomènes qui accompagnent son état gaseux & l'impossibilité de le condenser sans le secours de l'eau paroîtroient à la vérité démontrer une puissante accumulation d'air élémentaire dans cet acide; & dès-lors sa causticité & son inflammabilité n'auroient plus rien

d'extraordinaire ; l'observation même fournit beaucoup d'argumens favorables à cette accumulation de manière qu'il n'y a peut-être pas eu de dissolution de l'or dans la dernière tentative parce qu'il aura pu se faire une aggrégation de l'air élémentaire avec quelqu'une des émanations de l'acide vitriolique laquelle auroit pu être saisie & arrêtée par quelqu'autre principe, si les deux acides n'avoient pas été entièrement libres ; en effet l'acide vitriolique qui demeura étoit devenu très-noir & poisseux: son odeur n'étoit cependant pas sulfureuse & paroissoit approcher de celle du cochléaria; je dis, peut être, parce que le fait est certain & le reste n'est qu'une conjecture plausible.

Au reste cette circonstance même suffit pour prouver que la manière de procurer la gasification des acides entre pour beaucoup dans cette dissolubilité & le résultat de l'acide vitriolique chargé de gas caustique, en devenant capable à la longue de quelque action sur l'or, offre un argument de très-grand poids, puisqu'il est visible qu'il n'acquiert cette appropriation qu'à la suite de quelque altération intime qu'on pourroit regarder comme une décomposition commencée & imparfaite.

Mais cette altération semble ne pouvoir arriver que par l'enlèvement de l'alkali-volatil & par l'exaltation de la matière inflammable dont le principe *oxygine*, ou ignifère étant devenu libre peut agir sur l'or avec toute la causticité dont cette aggrégation est susceptible.

Cette règle cependant seroit-elle applicable à tous les acides? c'est ce que je n'oserois affirmer: les expériences des savans Chimistes Mr. Brandt & Sage ainsi que celles des com-

missaires de l'Académie de Paris semblent l'étendre à l'acide nitreux ; mais si cette appropriation, qu'on me permette le langage du célèbre Henkel, répond à ce but, ce qui ne paroît pas dénué de probabilité, ces expériences démontrent qu'on ne pourroit y parvenir que par l'exaltation du principe inflammable pour laisser en liberté le principe caustique ; car j'ai déjà remarqué que l'acide nitreux ne peut se réduire en gas qu'en le mettant en contact avec des substances qui contiennent la matière inflammable, afin de rompre son intime combinaison avec le principe aqueux, dont on à une preuve convaincante dans l'impossibilité où l'on est de le concentrer par la seule distillation, tandis qu'il suffit d'altérer la combinaison de l'acidité marine avec l'air élémentaire pour obtenir la dissolution de ce métal précieux ; de manière que c'est ce double effet qui a probablement lieu en combinant ces deux acides dans l'eau régale, savoir la phlogistication de l'acide nitreux dont s'ensuit la gasification & la liberté du principe caustique qui entre dans sa composition de s'accumuler dans le marin réduit alors de même en gas ; & c'est à quoi, si je ne me trompe, l'on peut réduire sa prétendue déphlogistication.

Cette idée de la gasification des acides pour dissoudre l'or & peut-être tous les métaux sous des appropriations respectives, sans réveiller les idées alchimiques, paroît d'autant plus solide qu'il a déja été remarqué depuis long-tems par des Chimistes respectables que l'air fixe, ou la vapeur produite de la combinaison de l'acide vitriolique avec l'alkali fixe, étoit un dissolvant de ce précieux métal ; peut être en seroit-il de même des gas inflammables, si dans la dissolution métallique

dont ils résultent, il ne s'étoit peut-être pas déja détruit ou dissipé le principe caustique, étant sensible par les phénomènes qui caractérisent ces gas qu'ils sont le produit d'une accumulation impétueuse du même principe qui fait la causticité ou le phosphorisme & l'inflammabilité, savoir de l'air élémentaire lequel s'expulse non seulement des acides, mais très-probablement encore des substances métalliques ou inflammables, de manière que ce ne seroit pas une présomption hazardée que celle de croire que le fer, l'étain, le zinc, les esprits ardens, les huiles mêmes sont toutes les substances dans lesquelles doit résider abondamment ce protée de la nature.

Si ce soupçon pouvoit donc se changer en une verité expérimentale, toute la doctrine des menstrues se réduiroit à enlever ou à ajouter ce qui seroit nécessaire pour procurer la combinaison du principe d'acidité avec le phlogistique dans l'état convenable à lâcher l'air vital ou le principe caustique: l'on a sur ce point un phénomène entr'autres-frappant, celui de la fusion du fer par le soufre lorsqu'il est rouge, & cette expérience d'ailleurs trés-commune suffiroit pour démontrer complétement la solidité de ces principes; si l'on réussissoit à s'assurer que le fer contînt autant de ce principe ignifère que paroît le démontrer la vive, & très-grande expulsion qui se fait de matière étincellante dans le tems de son incandescence: rien n'est plus analogue aux symptômes que présente l'air élémentaire en ignition, que la déflagration du fer incandescent par son activité, par le brillant de ces fulgurations & par la crépitation qui l'accompagne; de manière qu'après un grand nombre d'observations, j'avois osé former le soupçon que l'air déphlogistiqué ne fût qu'un air pur & sec associé à

des molécules métalliques ou que le fer, le zinc & les autres métaux inflammables fussent surchargés d'air élémentaire ou déphlogistiqué ; car il n'étoit pas encore tems de soupçonner que ces différentes substances métalliques ne fussent que des modifications différentes du principe martial: quoique le grand nombre des travaux métalliques de nos Chimistes parussent démontrer son existence dans un grand nombre de minéraux d'une nature tout-à-fait différente, mais on n'auroit pas encore sur cela des résultats assès significatifs, peut-être parce qu'on n'y a pas encore porté une analyse directe.

De ces conjectures cependant celle de la présence de l'air très-pur dans les métaux me parut d'autant plus plausible que l'on pouroit rendre raison des effets du caustique actuel, en supposant l'émanation impétueuse de ce principe dans le tems où la substance métallique qui le contient a absorbé la chaleur qui est capable d'en procurer l'expulsion; & qu'on pourroit déduire de ce même principe les effets de la trempe du fer & sa conversion en acier ; mais je ne m'abandonnerai pas aux attraits d'une Chimie spéculative & je reviendrai à mon sujet.

L'ensemble donc de toutes ces expériences & de ces observations me paroît répandre maintenant assèz de jour sur la véritable cause de la causticité pour oser conclure avec plus de confiance sur un point aussi important & en résumant ce qui a été dit je remarquerai.

1.° Qu'elle n'est point la suite de la privation de l'air fixe, cette privation n'étant qu'un effet de l'action du feu qui enlevant les parties méphitiques, l'a rendu à son état naturel d'air éminemment pur.

2.° Qu'elle n'en est pas une non plus de l'indigente homogénéité de la matière, cet état ne pouvant être regardé que pour une cisconstance favorable aux effets du principe dont l'existence ne semble pas équivoque.

3.° Qu'elle n'est pas non plus l'effet d'un reste d'acidité quoique les acides soient peut-être les substances ou le principe caustique est plus fortement accumulé.

Aprés tant de négations j'oserai dire que rien ne me paroît mieux démontré que la tendance générale de la matière a se combiner, d'où s'ensuit la destruction des corps qui sont déjà tels qu'ils doivent être & la reproduction de nouveaux composés; & que cet effet n'a lieu qu'en vertu du développement de la transposition & de l'accumulation de l'air élémentaire disséminé & existant dans les corps.

Que ces opérations sont particulièrement facilitées par l'état d'exaltation où l'on porte la matière inflammable dont cet air très-pur est l'élément principal, de manière à être mis en action (dans l'acte de son entière destruction) par le principe aqueux, ou par ce même fluide pneumatique vivement excité & entré en ignition; ce qui se rapproche assèz bien du sentiment de Stahl commenté avec assèz d'exactitude par le savant Mr. Pott*:

Que ce même air élémentaire peut donc à juste titre être regardé comme le principe de l'*acidité*, de l'*alcalinité*, de la *causticité*, & comme celui qui produit les phénomènes du feu, savoir la *dilatabilité*, la *lumière*, la *chaleur* & l'*inflammabilité*,

* Pott tom. 3. pag. 216. & suiv. trad. franc.

& comme celui peut-être qui nous présente ceux de l'électricité. *

Mais malgré toutes les preuves, que j'ai rassemblées, je crains que ce soit encore le cas de dire avec Sthal. *Cum vero haec res nondum ita, uti decet, exculta sit, & huc usque jocularibus*

* Les savans Chimistes MMrs Bertholet & Pelletier venant de traiter d'une manière très-élégante le point de la dissolution de l'or par l'acide marin déphlogistiqué & de prouver par des voies différentes, que cette dissolubilité dépend de la présence de l'air pur ou vital, je suis si flatté de cette importante rencontre de mon opinion avec celles de ces illustres Physiciens, que je croirois diminuer le prix de mon travail, si je ne rendois à ces MMrs. la justice qui leur est due d'avoir complétement démontre de leur côté cette intéressante verité, & comme on ne pourra pas se dissimuler que les résultats de Mr. Bertholet sur ce sujet, étant rapprochés de ceux qu'il a tirés de son travail sur la causticité des sels métalliques, démontrent la nécessité de donner une plus grande étendue aux conclusions qu'il avoit tirées de son premier travail; de manière qu'il résulte visiblement qu'avec la privation du phlogistique à laquelle il attribue cette causticité, il faut admettre de nécessité la présence & l'accumulation de l'air élémentaire, afin d'envisager cette propriété sous le point de vue le plus général & le plus conforme à l'expérience & à l'observation. Je ne peux être encore qu'infiniment flatté de voir que l'extrait de mes travaux sur la causticité en général, que j'ai présenté à l'Académie long-tems avant, se trouve dès-lors parfaitement d'accord avec les idées de ce Physicien sur le point en question: au reste il n'est pas douteux que Mr. Pelletier ayant constaté aux yeux des savans le phosphorisme de la chaux qu'on éteint dans l'obscurité, dut être conduit naturellement à former des soupçons sur l'existence d'un principe identique dans les différens caustiques & lui frayer le chemin pour démontrer l'existence & l'accumulation de l'air élémentaire dans l'acide marin au tems de sa combinaison avec l'acide nitreux, d'où résultent l'enlèvement de l'air élémentaire à ce dernier acide & l'accumulation dans le marin, aussi-bien que dans le cas où l'on traite ce même acide avec la manganèse, ainsi qu'il l'a fait dans deux excellents mémoires qu'il a publiés sur ce sujet. Je ne dois pas oublier non plus de faire mention de l'ouvrage important que Mr. de la Metherie vient de publier sur ces différens fluides aériformes auxquels plusieurs Physiciens continuent à donner le nom

demonstratiunculis pro ignorantiae filia admiratione generanda adhibita, potius quam ut in ratione circumstantiarum illius solertius inquireretur, reservanda est adhuc sagacioribus hominum temporumque proventibus. Sthal specim. Becher. pag. 87. part. 1.a sect. 1.a

---

d'air : il suffir de le lire pour être convaincu des inexactitudes que la prévention & la hâte ont répandues sur un sujet si difficile & si delicat Le Père Barletti a de même relevé plusieurs inconséquences dans la manière de traiter cette branche physico-chimique & c'est ce qu'avoient aussi cherche de faire Mmrs. de Machy , de la Folie , Spielmann & quelques autres ; mais ce ne sera qu'après que l'enthousiasme général aura cessé qu'il sera permis de ramener les faits à une rigide exactitude , de les mettre en ordre & de voir clair la verité.

SUR UNE NOUVELLE MÉTHODE DE CALCUL INTÉGRAL POUR LES DIFFÉRENTIELLES AFFECTÉES D'UN RADICAL CARRÉ SOUS LEQUEL LA VARIABLE NE PASSE PAS LE QUATRIÈME DEGRÉ.

PAR M.[r] DE LA GRANGE

On sait que toute formule différentielle qui contient un radical carré, où la variable n'a pas plus de deux dimensions, est intégrable par les logarithmes, ou par les arcs circulaires. car il est toujours possible de la réduire à une forme rationnelle, en faisant disparoître le radical par une substitution convenable. Mais cette réduction ne réussit plus en général, lorsque le radical contient des puissances de la variable plus hautes que la seconde; & l'intégration échappe alors aux méthodes connues. Si la plus haute de ces puissances ne monte pas au-delà du quatrième degré, on peut dans plusieurs cas construire l'intégrale par les arcs des sections coniques. La recherche de ces cas a beaucoup occupé les Géomètres; leur travail est avantageux aux progrès du calcul intégral, parce qu'il sert à ramener à des classes déterminées un grand nombre de différentielles de formes différentes; mais il n'est d'aucune utilité pour l'intégration effective de ces différentielles. Car la rectification des sections coniques n'est encore connue que très-imparfaitement, attendu le peu de convergence des séries qu'on a trouvé jusqu'ici pour cet objet. Les séries sont à la vérité le seul moyen de résoudre ce problè-

me, & en général de rappeler à l'intégration toutes les formules différentielles d'une forme essentiellement irrationnelle; mais ce moyen n'est vraiment utile qu'autant qu'on peut rendre les séries toujours convergentes, & diminuer même à volonté l'erreur qui doit résulter des termes qu'on y néglige.

La méthode que je donne dans ce Mémoire joint à cet avantage celui d'être générale pour toutes les formules différentielles qui contiennent un radical carré, dans lequel la variable ne forme pas plus de quatre dimensions. Je commence par exposer la méthode dans toute son étendue, j'en fais ensuite l'application à la rectification de l'ellipse & de l'hyperbole.

EXPOSITION DE LA MÉTHODE

1. Soit proposée la formule différentielle Pdx, dans laquelle P soit une fonction quelconque rationnelle de x, & d'un radical de la forme $\sqrt{}(a+bx+cx^2+ex^3+fx^4)$, que nous dénoterons, pour abréger, par R. Puisque R^2 est une fonction rationnelle de x, il est clair que P ne peut être que de la forme $\frac{A+BR}{C+DR}$, où A, B, C, D sont des fonctions rationnelles de x. Multipliant le haut & le bas par $C-DR$, & faisant $M=\frac{AC-BDR^2}{C^2-DR^2}$, $N=\frac{(BC-AD)R^2}{C^2-DR^2}$, on aura donc $P=M+\frac{N}{R}$, où M & N sont des fonctions rationnelles de x. De sorte que la différentielle proposée Pdx se trouvera partagée en deux parties, l'une toute rationnelle Mdx, & qui s'intégrera par les logarithmes ou les arcs de cercle; l'autre irrationnelle $\frac{Ndx}{R}$, dans laquelle il n'y aura

d'autre irrationalité que celle du radical R; & c'est à l'intégration de celle-ci que se réduit la difficulté d'intégrer la proposée.

2. Notre méthode demande que la formule différentielle $\frac{Ndx}{R}$ ne contienne aucune puissance impaire de x; ainsi il faut commencer par les faire disparoître, s'il y en a.

Supposons d'abord que les termes bx & ex^3 ne se trouvent point dans le radical R; il ne s'agira que de faire disparoître les puissances impaires de x de la fonction rationnelle N. Or il est clair qu'elle peut se mettre sous la forme $\frac{F + Gx}{H + Lx}$, où F, G, H, L sont des fonctions rationnelles & entières de x^2, c'est-à-dire des polynomes en x, sans puissances impaires. Multipliant donc le haut & le bas par $H - Lx$, & faisant, pour abréger $\frac{HF - LGx^2}{H^2 - L^2 x^2} = T$, $\frac{HG - FL}{H^2 - L^2 x^2} = V$, on aura $N = T + Vx$, où T, & V seront des fonctions rationnelles de x^2. De sorte que la différentielle $\frac{Ndx}{R}$ se trouvera de nouveau partagée en deux, l'une $\frac{Tdx}{R}$ qui a la condition demandée, l'autre $\frac{Vxdx}{R}$ qui est intégrable par les logarithmes ou les arcs de cercle, puisqu'en faisant $x^2 = y$ elle devient $\frac{Vdy}{2\sqrt{(a + cy + fy^2)}}$, V étant une fonction rationnelle de y.

3. Supposons à présent que le radical R contienne tous ses termes. Je remarque que le quinome $a + bx + cx^2 + ex^3 + fx^4$ peut toujours se mettre sous la forme $f(m + nx + x^2)(m' + n'x + x^2)$, les deux trinomes $m + nx + x^2$ & $m' + n'x + x^2$ étant réels; c'est ce qui est connu par la théorie des équations; & l'on a pour la détermination des coëfficiens, en supposant $f = 1$,

$n = \frac{e + \sqrt{t}}{2}$, $\qquad n' = \frac{e - \sqrt{t}}{2}$

$m = \frac{b - cn + en^2 - n^3}{e - 2n}$, $\qquad m' = \frac{b - cn' + en'^2 - n'^3}{e - 2n'}$

$$t^3 - (3e^2 - 8c)t^2 + (3e^4 - 16ce^2 + 16c^2 + 16be - 64a)t - (8b - 4ce + e^3)^2 = 0.$$

L'équation en t étant du troisième degré avec le dernier terme négatif, a nécessairement une racine réelle positive qu'on prendra pour t dans le radical $\sqrt{t}$; il n'y a de difficulté que dans le cas de $8b - 4ce + e^3 = 0$, où cette racine devient nulle; alors on a ou $t = 0$ ou

$$t^2 - (3e^2 - 8c)t + (4c - e^2)^2 - 64a = 0$$

Si $64a > (4c - e^2)^2$, l'équation ayant son dernier terme négatif, a nécessairement une racine réelle positive qu'on pourra prendre pour t; mais si $(4c - e^2)^2 - 64a = h^2$, alors on prendra la racine $t = 0$, & l'on aura

$n = \frac{e}{2}$, $\qquad n = \frac{e}{2}$

$m = \frac{e^2}{8} + \frac{c}{2} + \frac{h}{8}$, $\qquad m = \frac{e^2}{8} + \frac{c}{2} - \frac{h}{8}$. *

Si f n'étoit pas $= 1$, on diviseroit par f les coëfficiens a, b, c, e.

Cela posé, je fais $\frac{f(m' + n'x + x^2)}{m + nx + x^2} = y^2$, ce qui rend $R = (m + nx + x^2)y$, & la différentielle à intégrer sera $\frac{Ndx}{(m + nx + x^2)y}$, N étant une fonction rationnelle de x. Or

* Voyez les Mémoires de Berlin pour 1772. pag. 247.

l'équation entre x & y étant multipliée en croix & ensuite différenciée donne

$$2(m+nx+x^2)ydy=(f(2x+n')-y^2(2x+n))\,dx$$

d'où l'on tire

$$\frac{dx}{(m+nx+x^2)y}=\frac{2dy}{2x(f-y^2)+n'f-ny^2}$$

Mais la même équation ordonnée par rapport à x, donne par la résolution

$$2x(f-y^2)+n'f-ny^2=\sqrt{}\,(n'f-ny^2)^2-$$
$$4(m'f-my^2)(f-y^2)=\sqrt{}\,(\alpha+\beta y^2+\gamma y^4),$$

en faisant

$$\alpha=f^2(n'^2-4m')$$
$$\beta=-2f(nn'-2m-2m'),$$
$$\gamma=n^2-4m.$$

Ainsi la proposée $\frac{N\,dx}{R}$ se trouvera d'abord transformée en $\frac{2\,Ndy}{\sqrt{}\,(\alpha+\beta y^2+\gamma y^4)}$; ensuite substituant dans N, pour x, sa valeur $\frac{ny^2-n'f+\sqrt{}\,(\alpha+\beta y^2+\gamma y)}{2(f-y^2)}$, & employant la réduction de l'art. 1. pour faire disparoître le radical dans le dénominateur de N, il est visible que la différentielle dont il s'agit se décomposera naturellement en deux parties; l'une toute rationnelle, & dont l'intégration n'a aucune difficulté; l'autre irrationnelle & de la forme $\frac{Qdy}{\sqrt{}\,(\alpha+\beta y^2+\gamma y^4)}$, dans laquelle Q sera une fonction rationnelle de y^2, & qui sera par conséquent dans l'état demandé.

Il est bon de remarquer que puisque la substitution employée donne $y = \frac{R}{m + nx + x^2}$, on est assuré que la nouvelle variable y sera nécessairement réelle tant que x & R seront réels. Cette condition de la réalité des variables introduites par des substitutions n'est pas nécessaire lorsqu'il s'agit d'intégrales exactes & absolues, parce qu'on a des moyens de faire disparoître ensuite les imaginaires; mais elle devient indispensable dans les intégrations approchées, car on ne peut bien juger de la convergence d'une série, à moins que tous ses termes ne soient réels & évalués en nombres. Sous cette considération j'aurai pu résoudre le problème précédent d'une manière plus simple, en substituant immédiatement $\frac{p + qy}{1 + y}$ à la place de x, & égalant ensuite à zero les coëfficiens de y & de y^1 dans le quinome sous le signe radical; on trouve de cette maniére que p & q sont les racines d'une équation du second degré dont les deux coëfficiens dépendent eux-mêmes d'une équation du troisième, mais quoique celle-ci ait toujours une racine réelle, on n'est pas assuré que celle-là ait les siennes réelles aussi; ce qui est néanmoins nécessaire pour que la nouvelle variable y ne soit point imaginaire.

4. La différentielle à intégrer ne sera donc que de la forme $\frac{Ndx}{\sqrt{(a + bx^2 + cx^4)}}$, N étant une fonction rationnelle de x^2. Or notre méthode demande de plus que le trinome $a + bx^2 + cx^4$ soit résoluble en deux binomes réels de la forme $\alpha + \beta x^2$, $\gamma + \delta x^2$, ce qui exige que l'équation $a + by + cy^2$ ait ses deux racines réelles, & que par conséquent $b^2 =$, ou $> 4ac$.

Il faut donc résoudre encore le cas où $b^2 < 4ac$. Pour cet effet j'emploie la substitution $y = \frac{x}{\sqrt{(a + bx^2 + cx^4)}}$, laquelle donne $(a + bx^2 + cx^4) y^2 = x^2$, & différenciant $(a + bx^2 + cx^4) ydy = (1 - b - 2cx^2y^2) xdx$, d'où l'on tire

$$\frac{dy}{1 - by^2 - 2cx^2 y^2} = \frac{xdx}{y(a + bx^2 + cx^4)} = \frac{dx}{\sqrt{(a+bx^2 + cx^4)}};$$

mais la même équation étant ordonnée par rapport à x, & résolue à la manière des équations du second degré donne

$$2cx^2y^2 + by^2 - 1 = \sqrt{((by^2 - 1)^2 - 4acy^4)}$$
$$= \sqrt{(1 - 2by^2 + (b^2 - 4ac)y^4)};$$

de sorte que la différentielle proposée se changera d'abord en $-\frac{Ndy}{\sqrt{(1 - 2by^2 + (b^2 - 4ac)y^4)}}$; ensuite substituant dans N à la place de x^2 sa valeur $\frac{\sqrt{(1 - 2by^2 + (b^2 - 4ac)y^4} + 1 - by^2)}{2cy^2}$ & faisant disparoître le radical du dénominateur de N, il est clair que la transformée en y contiendra deux parties une toute rationnelle & dont l'intégration n'aura aucune difficulté, & l'autre de la forme $\frac{Ldy}{\sqrt{(1 - 2by^2 + (b^2 - 4ac)y^4)}}$ où L sera une fonction rationnelle de y^2.

Or puisque $b^2 < 4ac$, il est clair que le trinome $1 - 2by^2 + (b^2 - 4ac)y^4$ est toujours résoluble en deux binomes réels, qui seront $1 - (b + 2\sqrt{ac})y^2$, & $1 - (b - 2\sqrt{ac})y^2$, le radical $\sqrt{ac}$ étant nécessairement réel à cause de $ac > o$. Ainsi la différentielle $\frac{Ldy}{\sqrt{(1 - 2by^2 + (b^2 - 4ac)y^4)}}$, à laquelle nous avons réduit la proposée, aura la condition demandée qui manquoit à celle-ci.

Il est clair aussi que la substitution employée ne rendra jamais la variable y imaginaire tant que x, & le radical $\sqrt{(a+bx^2+cx^4)}$ seront réels.

Au reste la condition à laquelle nous venons de satisfaire se trouvera remplie d'elle-même par la transformation de l'art. 3e, toutes les fois que le quinome sous le radical sera résoluble en deux facteurs simples réels & en deux imaginaires; car si les deux équations $x^2+nx+m=0, x^2+n'x+m'=0$ ont l'une des racines réelles & l'autre des racines imaginaires, les deux quantités n^2-4m, n'^2-4m' seront de signes différens, & par conséquent les coëfficiens α & γ du trinome $\alpha+\beta y^2+\gamma y^4$ seront aussi de différens signes, en sorte que ce trinome sera nécessairement résoluble en deux binomes réels.

5 De ce que nous venons de démontrer jusqu'ici, il s'ensuit que l'intégration de la différentielle proposée Pdx, se réduit toujours à celle d'une différentielle de la forme $\frac{Ndx}{\sqrt{(a+bx^2)(m+nx^2)}}$, où N est une fonction rationnelle de x^2, & a, b, m, n sont des coëfficiens quelconques réels. Ainsi toute la difficulté ne consiste qu'à trouver l'intégrale de cette dernière différentielle. Quant à l'intégrale exacte elle paroît impossible en général, du moins l'analyse connue ne fournit aucun moyen pour l'obtenir; mais il y a deux cas où elle se présente d'elle-même; le premier est celui où l'un des coëfficiens b, n est nul, l'autre est celui où $\frac{b}{a}=\frac{n}{m}$; dans ce dernier l'irrationalité disparoît, & dans le premier il ne reste que l'irrationalité relative à la quadrature du cercle ou de l'hyperbole, & qu'on peut toujours faire disparoître par les méthodes connues. Si donc la propo-

sée n'est pas exactement dans l'un de ces deux cas, mais seulement dans un cas très-voisin de l'un d'eux, c'est-à-dire si l'une des quantités $\frac{b}{a}$, $\frac{n}{m}$; est très-petite, ou si elles sont à très-peu près égales, on pourra alors, au défaut d'une intégrale exacte, en avoir une très-approchée & par le moyen des séries, & d'autant plus approchée que la quantité supposée très-petite le sera davantage, en disposant la série relativement aux puissances ascendantes de cette quantité. La méthode que je vais exposer a pour objet de ramener a cet état toute différentielle de la forme proposée, quelques soient les coëfficiens a, b, m, n.

6 Soit en général $\frac{b^2}{a^2} =$ ou $> \frac{n^2}{m^2}$, ce qu'on peut toujours supposer, puisque si $\frac{n^2}{m^2} > \frac{b^2}{a^2}$, il n'y auroit qu'à échanger a en m, & b en n.

Je fais $\frac{x}{a}\sqrt{\left\{\frac{a+bx^2}{m+nx^2}\right\}} = y$, ce qui donne $\sqrt{(a+bx^2)(m+nx^2)} = \frac{ay(m+nx^2)}{x}$, par où l'on voit d'abord que la nouvelle variable y sera réelle tant que ce radical & la variable x le seront.

La différentielle $\frac{dx}{\sqrt{(a+bx^2)(m+nx^2)}}$ se changera donc en $\frac{xdx}{ay(m+nx^2)}$; mais l'équation $x^2(a+bx^2) = a^2y^2(m+nx^2)$ étant différenciée donne $(a+2bx^2-na^2y^2)\,xdx = a^2(m+nx^2)\,ydy$, par conséquent $\frac{xdx}{ay(m+nx^2)} = \frac{ady}{a+2bx^2-na^2y^2}$;
de plus la même équation ordonnée par rapport à x & ré-

solue à la manière des équations du second degré donne
$2bx^2 + a - na^2y^2 = \sqrt{(a^2(1 - any^2)^2 + 4a^2\, bmy^2)} = a\sqrt{(1 + 2(2bm - an)y^2 + a^2n^2y^4)}$; donc

$$\frac{ndy}{a + 2bx^2 - na^2y^2} = \frac{dy}{\sqrt{(1 + 2(2bm - an)y^2 + a^2n^2y^4)}}$$

Si donc on substitue cette quantité à la place de $\frac{dx}{\sqrt{(a+bx^2)(m+nx^2)}}$, & qu'on mette aussi dans l'expression de N, au lieu de x^2 sa valeur

$$\frac{na^2y^2 - a + a\sqrt{(1 + 2(2bm - an)y^2 + a^2n^2y^4)}}{2b}$$

en faisant disparoître le radical du dénominateur, s'il est nécessaire, on réduira la différentielle proposée $\frac{Ndx}{\sqrt{(a+bx^2)(m+nx^2)}}$ à la forme $Ldy + \frac{Mdy}{\sqrt{1+2(2bm - an)y^2 + a^2n^2y^4}}$, où L & M seront des fonctions toutes rationnelles de y^2.

Or le trinome sous le signe $1 + 2(2bm - an)y^2 + a^2n^2y^4$ se résout dans les deux binomes

$1 + (2bm - an + 2\sqrt{b^2m^2 - abmn})y^2$,
$1 + (2bm - an - 2\sqrt{b^2m^2 - abmn})y^2$,

qui sont toujours réels à cause de $\frac{b^2}{a^2} =$ ou $> \frac{n^2}{m^2}$; car puisque $b^2m^2 - a^2n^2 =$, ou > 0, les facteurs $bm + an$, & $bm - an$ seront nécessairement de même signe; donc aussi leur somme $2bm$ sera du même signe; ainsi bm & $bm - an$ étant de même signe, leur produit $b^2m^2 - abmn$ sera toujours une quantité positive. On voit aussi que les deux quantités

$$2bm - an + 2\sqrt{(b^2m^2 - abmn)},$$
$$\& \quad 2bm - an - 2\sqrt{(b^2m^2 - abmn)}$$

sont de même signe, puisque leur produit a^2n^2 est nécessairement positif; & comme la demi-somme des mêmes quantités est $2bm - an = bm + bm - an$ & que nous venons de voir que bm & $bm - an$ sont de même signe; il s'ensuit que les deux quantités dont il s'agit seront toujours de même signe que bm.

Si donc on fait

$$2bm - an + 2\sqrt{(b^2m^2 - abmn)} = \pm p^2,$$
$$2bm - an - 2\sqrt{(b^2m^2 - abmn)} = \pm q^2,$$

les signes supérieurs étant pour le cas de bm positif, & les inférieurs pour celui de bm négatif; les quantités p & q seront toujours réelles, & l'on aura, en tirant la racine carrée,

$$p = \sqrt{\pm bm} + \sqrt{\pm(bm - an)},$$
$$q = \sqrt{\pm bm} - \sqrt{\pm(bm - an)},$$
$$\text{ou} = \sqrt{\pm(bm - an)} - \sqrt{\pm bm};$$

de sorte qu'on pourra toujours prendre p & q positives, & alors p sera toujours plus grande que q.

Ainsi la transformée de la proposée $\frac{Ndx}{\sqrt{(a+bx^2)(m+nx^2)}}$ sera $Ldy + \frac{Mdy}{\sqrt{(1 \pm p^2y^2)(1 \pm q^2y^2)}}$, où L & M seront des fonctions rationnelles de y^2, p & q des quantités réelles & positives dont l'une $p > q$, & le radical $\sqrt{(1 \pm p^2y^2)(1 \pm q^2y^2)}$ nécessairement réel, puisque y est réelle tant que x & la proposée sont réelles, comme on l'a vu ci-dessus.

De sorte que la difficulté ne consistera plus que dans l'intégration de la nouvelle différentielle $\frac{Mdy}{\sqrt{(1 \pm p^2 y^2)(1 \pm q^2 y^2)}}$.

7. Dès qu'on est une fois parvenu à une différentielle de cette dernière forme, il n'y a plus qu'à continuer & répéter les substitutions & les transformations que nous venons d'enseigner; & pour cela on pourra se servir des formules précédentes en y faisant $a = 1$, $m = 1$, $b = \pm p^2$, $n = \pm q^2$, & ainsi de suite. Voici le tableau de ces opérations.

Soit

$$p' = p + \sqrt{(p^2 - q^2)}, \quad q' = p - \sqrt{(p^2 - q^2)}$$
$$p'' = p' + \sqrt{(p'^2 - q'^2)}, \quad q'' = p' - \sqrt{(p'^2 - q'^2)}$$
$$p''' = p'' + \sqrt{(p''^2 - q''^2)}, \quad q''' = p'' - \sqrt{(p''^2 - q''^2)}$$

&c.

on fera successivement

$$y' = \frac{yR}{1 \pm q^2 y^2}, \; y'' = \frac{y'R'}{1 \pm q'^2 y'^2}, \; y''' = \frac{y''R''}{1 \pm q''^2 y''^2} \; \&c.$$

en supposant pour abréger

$$R = \sqrt{(1 \pm p^2 y^2)(1 \pm q^2 y^2)}, \; R' = \sqrt{(1 \pm p'^2 y'^2)(1 \pm p''^2 y''^2)}$$
$$R'' = \sqrt{(1 \pm p''^2 y''^2)(1 \pm q''^2 y'')} \; \&c.;$$

on aura par là

$$y^2 = \frac{\pm q^2 y'^2 - 1 + R'}{\pm 2p^2}, \; y'^2 = \frac{\pm q'^2 y''^2 - 1 + R''}{2p'^2}$$

$$y''^2 = \frac{\pm q''^2 y'''^2 - 1 + R'''}{2p''^2} \; \&c., \; \& \; \frac{dy}{R} = \frac{dy'}{R'} = \frac{dy''}{R''} = \&c.$$

Donc la différentielle $\frac{M\,dy}{R}$ se changera d'abord en $L'\,dy' + \frac{M'\,dy'}{R'}$, où L' & M' seront des fonctions rationnelles de y'^2 ; ensuite la différentielle $\frac{M'\,dy'}{R'}$ se changera pareillement en $L''dy'' + \frac{M''\,dy''}{R''}$, L'' & M'' étant aussi des fonctions rationnelles de y''^2, & ainsi de suite. Et il est clair d'après ce que nous avons démontré dans l'article précédent, que y', y'' &c. & R', R'' &c. seront toujours réelles.

Il est bon de remarquer au reste que si la fonction M est sans dénominateur, les fonctions dérivées L' & M' seront aussi entières & du même ordre, ou d'un ordre inférieur. Car on aura par les substitutions prescrites

$$\frac{dy}{R} = \frac{dy'}{R'}, \quad \frac{y^2\,dy}{R} = \frac{dy'}{\pm 2p^2} + \frac{(\pm q^2 y'^2 - 1)\,dy'}{R'},$$

$$\frac{y^4\,dy}{R} = \frac{2(\pm q^2 y'^2 - 1)\,dy}{4p^4} + \frac{(\pm q^2 y'^2 - 1)^2 + (1 \pm p'^2 y')(1 \pm q'^2 y'^2)}{4p^4 R'}\,dy',$$

& ainsi de suite. Il en sera de même des fonctions L'', M''; & ainsi des autres dérivées de celles-ci à l'infini.

Il est clair aussi que la même chose aura lieu pour les fonctions L & M relativement à la fonction N d'où elles sont dérivées (art. 6). De sorte que si celle-ci est elle-même sans dénominateur, toutes les fonctions L, L', L'' &c., M, M', M'' &c. seront aussi sans dénominateur, & d'un ordre égal ou inférieur, mais jamais supérieur à celui de la fonction primitive N.

8. De cette manière donc la différentielle à intégrer $\frac{N dx}{\sqrt{(a+bx^2)(m+nx^2)}}$ se trouvera transformée en celle-ci

$$L dy + L' dy' + L'' dy'' + \&c. + \frac{Z dz}{\sqrt{(1 \pm r^2 z^2)(1 \pm s^2 z^2)}},$$

en désignant par Z, z, r, s, les derniers termes des séries M, M', M'' &c. y, y', y'' &c. p, p', p'' &c. q, q', q'' &c. qu'on pourra continuer aussi loin qu'on voudra. Et comme les membres $L dy$, $L' dy'$, $L'' dy''$ &c. sont chacun intégrables en particulier, puisque L est une fonction rationnelle de y^2, L' de y'^2 &c., il s'ensuit que l'intégration de la proposée sera réduite à celle de la différentielle $\frac{Z dz}{\sqrt{(1 \pm r^2 z^2)(1 \pm s^2 z^2)}}$, dans laquelle Z est une fonction rationnelle de z^2, & de plus entière si la fonction primitive N est sans dénominateur.

Voici maintenant l'avantage de cette réduction. On a vu (art. 6) que p & q sont des quantités positives telles que $p > q$; donc puisque $p' = p + \sqrt{(p^2 - q^2)}$, $q' = p - \sqrt{(p^2 - q^2)} = \frac{q^2}{p'}$, il est clair que p' & q' seront aussi positives & $p' > p$, $q' < q$ & a plus forte raison $< p'$. De même ayant $p'' = p' + \sqrt{(p'^2 - q'^2)}$, $q'' = p' - \sqrt{(p'^2 - q'^2)} = \frac{q'^2}{p''}$, il s'ensuit que $p'' > p'$, $q'' > 0 < q' < p''$; & ainsi de suite. D'où l'on conclura en général que les quantités p, p', p'' &c: forment une série croissante à l'infini, & que les quantités q, q', q'' &c. forment une série correspondante, mais décroissante jusqu'à zero.

Et il est bon d'observer que si l'on prend les sommes &

les différences des termes correspondans dans ces deux séries en faisant

$$p+q=m,\ p-q=n,\ p'+q'=m',\ p'-q'=n'\ \&c.$$

ce qui donne

$$p=\frac{m+n}{2},\ q=\frac{m-n}{2},\ p'=\frac{m'+n'}{2},\ q'=\frac{m'-n'}{2}\ \&c.$$

on aura

$$m'=m+n, \qquad n'=2\sqrt{m\,n}$$

$$m''=m'+n', \qquad n''=2\sqrt{m'\,n'}$$

&c.

de sorte que dans les séries m, m', m'' &c. n, n', n'' &c. les termes correspondans seront toujours moyens proportionnels arithmétiques, & géométriques entre les doubles des termes qui les précèdent.

On peut donc continuer ces séries jusqu' à ce qu'on arrive à des termes, $p'''^{\&c.}$, $q'''^{\&c.}$ dont le second soit aussi petit qu'on voudra; alors prenant ces termes pour r & s, on pourra dans la différentielle correspondante $\frac{Zdz}{\sqrt{(1\pm r^2 z^2)(1\pm s^2 z^2)}}$, supposer s nul, ce qui la réduira à $\frac{Zdz}{\sqrt{1\pm r^2 z^2}}$, intégrable par les logarithmes ou par les arcs de cercle, selon que le signe supérieur ou l' inférieur aura lieu.

9. Mais comme la petitesse du terme $s^2 z^2$ ne dépend pas seulement du coëfficient s^2, mais aussi de la valeur qu'on donne à la variable z; pour avoir dans tous les cas une approximation sûre; on fera $z=\frac{t}{\sqrt{rs}}$ & $\frac{s}{r}=\alpha$; ce qui changera

la différentielle $\frac{Zdz}{\sqrt{(1\pm r^2 z^2)(1\pm s^2 z^2)}}$ en $\frac{Tdt}{\sqrt{(\alpha^2 \pm t^2)(1\pm \alpha t^2)}}$, en nommant T ce que devient $\frac{Z}{r}$ par la substitution de $\frac{t}{\sqrt{rs}}$ à la place de z

Or depuis $t = 0$ jusqu'à $t = 1$, & $= -1$, il est clair que la terme αt^2 sera moindre que α, par conséquent en négligeant ce terme on sera assuré de ne négliger que des quantités de l'ordre de α.

D'ailleurs il est visible que la valeur du radical $\sqrt{(1 \pm \alpha t^2)}$ sera nécessairement renfermée entre ces deux-ci 1 & $\sqrt{(1 \pm \alpha)}$; par conséquent l'intégrale de la différentielle $\frac{Tdt}{\sqrt{(\alpha \pm t^2)(1 \pm \alpha t^2)}}$ aura pour limites celle de la différentielle $\frac{Tdt}{\sqrt{\alpha \pm t^2}}$, & cette même intégrale divisée par $\sqrt{(1 \pm \alpha)}$. Ainsi comme on est le maître de rendre la valeur de α aussi petite que l'on veut on pourra aussi resserrer à volonté les limites dont il s'agit.

Si cependant on vouloit s'arrêter à une valeur de α qui ne fût pas assez petite pour fournir des limites données, il n'y auroit qu'à résoudre en série le radical $\frac{1}{\sqrt{(1 \pm \alpha t^2)}}$, & prendre autant de termes qu'on le jugeroit à propos.

Cette série est comme l'on sait

$1 \mp \frac{1}{2}\alpha t^2 + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}\alpha^2 t^4 \mp \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6}\alpha^3 t^6 + \&c:$

Soit π le nombre des termes qu'on en veut prendre & Π le dernier de ces termes; pour embrasser tous les termes suivans il faudroit multiplier Π par la série

$$1 \mp \frac{2\pi-1}{2\pi}\alpha t^2 + \frac{(2\pi-1)(2\pi+1)}{2\pi\,(2\pi+2)}\alpha^2 t^4 \mp \frac{(2\pi-1)(2\pi+1)(2\pi+3)}{2\pi\,(2\pi+2)\,(2\pi+4)}\alpha^3 t^6 \text{ \&c:}$$

or cette série est évidemment toujours renfermée entre ces limites 1 & $1 \mp \alpha + \alpha^2 \mp \alpha^3$ &c., c'est-à-dire entre 1 & $\frac{1}{1 \pm \alpha}$

Donc en général la somme exacte de tous les termes de la série continuée à l'infini, sera toujours renfermée entre la valeur de la somme d'un certain nombre de termes pris depuis le commencement, & la valeur de la somme des mêmes termes, mais en divisant le dernier par $1 \pm \alpha$.

Par conséquent l'erreur résultante des termes qu'on aura négligés sera toujours moindre que la valeur du dernier terme multiplié par $\frac{\alpha}{1 \pm \alpha}$; ainsi on peut l'apprécier facilement, & la diminuer à volonté.

Il seroit facile au reste de trouver des limites plus exactes, & plus resserrées, mais cela n'est pas necessaire ici, où l'on suppose que α est une quantité fort petite, & même aussi petite que l'on veut.

Mais depuis $t = \pm 1$ jusqu'à $t = \pm \infty$, le terme $\alpha\, t^2$ étant toujours $> \alpha$, l'approximation précédente ne sauroit plus

avoir lieu. On fera donc alors $t = \frac{1}{u}$ & la différentielle $\frac{Tdt}{\sqrt{(\alpha \pm t^2)(1 \pm \alpha t^2)}}$ se changera en $\frac{Vdu}{\sqrt{(\alpha \pm u^2)(1 \pm \alpha u^2)}}$, V étant ce que devient —T par la substitution de $\frac{1}{u}$ à la place de t. Cette transformée est comme l'on voit semblable à la différentielle en t, du moins pour la partie irrationnelle, & la variable u est ici renfermée entre les limites o & ± 1, comme la variable t l'étoit ci-dessus; ainsi on pourra traiter cette différentielle en u, de la même manière que l'autre en t.

Donc en général si l'intégration doit s'étendre depuis $t = f$ jusqu'à $t = g$, on distinguera trois cas. 1.° Lorsque f & g sont renfermées entre 1 & — 1; on aura alors le cas de $t^2 < 1$. 2.° Lorsque f & g sont renfermées entre 1 & ∞ ou —1 & — ∞; ce sera le cas de $t^2 > 1$, & on emploiera la substitution $t = \frac{1}{u}$, laquelle rendra $u^2 < 1$. 3.° Lorsque f sera entre les premières limites & g entre les secondes, ou réciproquement. Dans ce cas il faudra partager l'intégrale en deux parties; la première qui s'étende depuis $t = f$ jusqu'à $t = \pm 1$, & la seconde depuis $t = \pm 1$ jusqu'a $t = g$; & chacune de ces parties rentrera comme l'on voit dans l'un de ces précédens.

10. Au reste il est à propos d'observer que quand on a à

intégrer une différentielle en série de la forme

$$(A + A'\xi + A''\xi^2 + A'''\xi^3 + \&c.)\, X dx$$

X & ξ étant des fonctions de x, & A, A', A'' &c. des coëfficiens constans ; au lieu d'intégrer chaque terme à part, ce qui demande souvent des réductions pénibles, il suffit d'intégrer tout d'un coup la différentielle $\frac{X dx}{1 - a\xi}$, (a étant une constante indéterminée) dont l'intégration n'est guères plus difficile que celle de $X\xi dx$, surtout si ξ est une fonction rationnelle. Alors nommant V l'intégrale complétée d'après les conditions du problème, il n'y aura qu'a dégager la quantité a en développant par les méthodes connues la fonction V dans une série de la forme

$$u + a u' + a^2 u'' + a^3 u^3 + \&c.$$

& l'on aura pour l'intégrale de la proposée la série

$$A u + A' u' + A'' u'' + A''' u''' + \&c.$$

On sait que l'on a, en faisant $a = 0$ après les différenciations, $u = V$, $u' = \frac{dV}{da}$, $u'' = \frac{d^2 V}{2 da^2}$, $u''' = \frac{d^3 V}{2.3\, da^3}$ &c. Donc l'intégrale cherchée sera aussi représentée par

$$AV + A' \frac{dV}{da} + A'' \frac{d^2 V}{2\, da^2} + A''' \frac{d^3 V}{2.3\, da^3} + \&c.$$

en faisant varier a seul dans V & supposant ensuite $a = 0$.

11. Reprenons les transformations de l'art. 7, & remarquons que puisque les deux séries p, p', p'' &c. q, q', q'' &c. sont divergentes l'une par rapport à l'autre (art. 8); si on les continue en arrière ainsi &c: ${}^{''}p, {}^{'}p, p$, &c. ${}^{''}q, {}^{'}q, q$, elles deviendront convergentes, en sorte qu'on parviendra à des termes r & s égaux, ou presqu'égaux entr'eux ; ce qui fera rentrer la différentielle correspondante $\frac{Zdz}{\sqrt{(1 \pm r^2 z^2)(1 \pm s^2 z^2)}}$ dans le second cas d'intégration dont on a parlé dans l'article 5. Voici pour cela le procédé du calcul.

On fera

$$p = {}^{'}p + \sqrt{({}^{'}p^2 - {}^{'}q^2)},\ q = {}^{'}p - \sqrt{({}^{'}p^2 - {}^{'}q^2)}$$

$${}^{'}p = {}^{''}p + \sqrt{({}^{''}p^2 - {}^{''}q^2)},\ {}^{'}q = {}^{''}p - \sqrt{({}^{''}p^2 - {}^{''}q^2)}$$

&c.

ce qui donne

$${}^{'}p = \frac{p+q}{2},\ {}^{'}q = \sqrt{pq},$$

$${}^{''}p = \frac{{}^{'}p + {}^{'}q}{2},\ {}^{''}q = \sqrt{{}^{'}p\ {}^{'}q}.$$

&c.

De sorte qu'il est très-facile de continuer les séries $p, {}^{'}p, {}^{''}p$ &c. $q, {}^{'}q, {}^{''}q$ &c. aussi loin que l'on veut, puisque les ter-

mes correspondans sont toujours moyens arithmétiques & géométriques entre les deux précédens. Et l'on voit en même tems que quelle que soit la différence des deux premiers termes p, q, elle doit aller toujours en diminuant dans les termes suivans, jusqu'à devenir nulle; car p étant $> q$, on a évidemment $'p < p$, $'q > q$, & en en même tems $'q < 'p$, puisque $'p - 'q = \frac{p+q}{2} - \sqrt{pq} = \frac{1}{2}(\sqrt{p} - \sqrt{q})^2$; donc aussi $''p < 'p$, $''q > 'q$ & $< ''p$; & ainsi de suite; en sorte que la série p, $'p$, $''p$ &c. est décroissante & la série q, $'q$, $''q$ &c. est au contraire croissante, mais toujours séparée de l'autre par un intervalle qui diminue à l'infini.

12. Cela posé on fera successivement

$$y = \frac{'y\,'R}{1 \pm 'q^2\,'y^2},\quad 'y = \frac{''y\,''R}{1 \pm ''q^2\,''y^2},\quad ''y = \frac{'''y\,'''R}{1 \pm '''q^2\,'''y^2} \quad \&c.$$

en supposant

$$'R = \sqrt{(1 \pm 'p^2\,'y^2)(1 \pm 'q^2\,'y^2)},$$

$$''R = \sqrt{(1 \pm ''p^2\,''y^2)(1 \pm ''q^2\,''y^2)},$$

$$'''R = \sqrt{(1 \pm '''p^2\,'''y^2)(1 \pm '''q^2\,'''y^2)} \;\&c.$$

ce qui donnera (art. 7)

$$'y^2 = \frac{\pm 'q^2 y^2 - 1 + R}{\pm 2'p^2},\quad ''y^2 = \frac{\pm ''q^2\,'y^2 - 1 + 'R}{\pm 2''p^2},$$

$$'''y^2 = \frac{\pm\ '''q\ ''y^2 - 1 + ''R}{\pm\ 2'''p^2} \text{ \&c., \&}$$

$$\frac{dy}{R} = \frac{d'y}{'R} = \frac{d''y}{''R} = \frac{d'''y}{'''R} \text{ \&c.}$$

Et l'on observera que les nouvelles variables $'y$, $''y$ &c. seront nécessairement réelles, ainsi que les radicaux $'R$, $''R$ &c.

Car d'abord il est clair que y & R étant réels, $'y^2$ sera réelle; & on voit en même tems que lorsque les signes supérieurs ont lieu, la valeur de $'y^2$ sera positive, puisque dans ce cas R est évidemment > 1; lorsque les signes inférieurs ont lieu, on aura $R < 'q^2 y^2 + 1$, car en mettant $'q^2$ sa valeur pq & prenant les carrés on aura d'un côté

$$(1 - p^2 y^2)(1 - q^2 y^2)$$

savoir

$$1 - (p^2 + q^2)\, y^2 + p^2 q^2 y^4,$$

& de l'autre

$$1 + 2pqy^2 + p^2 q^2 y^4,$$

en sorte que l'excès de $('q^2 y^2 + 1)^2$ sur R^2 sera $(p + q)^2 y^2$, quantité toujours positive; donc comme dans ce cas $'y^2 = \frac{'q^2 y^2 + 1 - R}{2'p^2}$, il s'ensuit que la valeur de $'y^2$ sera aussi positive. Donc $'y$ sera réelle dans l'un & l'autre cas. Donc aussi $'R$ sera réel en vertu de l'équation $\frac{dy}{R} = \frac{d'y}{'R}$.

Et de là on démontrera pareillement la réalité de ${}''y$ & de ${}''R$; & ainsi des autres.

Par les substitutions précédentes la différentielle $\frac{M\,dy}{R}$ se changera donc d'abord en ${}'L\,d\,{}'y + \frac{{}'M\,d\,{}'y}{{}'R}$, ${}'L$ & ${}'M$ étant des fonctions rationnelles de ${}'y^2$; ensuite la différentielle $\frac{{}'M\,d\,{}'y}{{}'R}$ se changera de même en ${}''L\;d\,{}''y + \frac{{}''M\,d\,{}''y}{{}''R}$ ${}''L$, ${}''M$ étant aussi des fonctions rationnelles de ${}''y^2$; & ainsi de suite.

Donc la différentielle $\frac{N\,dx}{\sqrt{(a+bx^2)(m+nx^2)}}$ de l'article 5, se trouvera transformée en celle-ci.

$$L\,dy + {}'L\,d\,{}'y + {}''L\,d\,{}''y + \&c. + \frac{Z\,dz}{\sqrt{(1 \pm r^2 z^2)(1 \pm s^2 z^2)}},$$

en nommant Z, z, r, s les derniers termes des séries M, ${}'M$, ${}''M$ &c., y, ${}'y$, ${}''y$ &c., p, ${}'p$, ${}''p$ &c., q, ${}'q$, ${}''q$ &c.;
& comme les membres $L\,dy$, ${}'L\,d\,{}'y$, &c.
sont chacun intégrables en particulier, l'intégration de la proposée sera ainsi réduite à celle de la nouvelle différentielle $\frac{Z\,dz}{\sqrt{(1 \pm r^2 z^2)(1 \pm s^2 z^2)}}$, où Z est une fonction rationnelle de z^2,

& où r & s sont des constantes aussi peu différentes entr'elles qu'on voudra.

13. Il faut remarquer encore que lorsque M est une fonction sans dénominateur, on peut toujours réduire 'M à n'être qu'une pareille fonction & du même ordre. Car on a d'abord

$$\frac{dy}{R} = \frac{d\,'y}{'R}.\ \text{Ensuite ayant}$$

$$y^2 = \frac{-R + 1 \pm 2\,'p^2\,'y^2}{\pm\,'q^2},\ \text{on aura}$$

$$\frac{y^2\,dy}{R} = -\frac{dy}{\pm\,'q^2} + \frac{(1 \pm 2\,'p^2\,'y^2)\,d\,'y}{\pm\,'q^2\,'R}.$$

Maintenant l'équation

$$\pm\,'q^2\,y^2 + R = 1 \pm 2\,'p^2\,'y^2$$

étant carrée, si l'on y substitue à la place de R^2 sa valeur en y, & qu'ensuite on substitue aussi pour y^2 dans les termes qui ne contiennent point R la valeur ci-dessus, on en tirera $y^4 = YR + 'Y$, en supposant

$$Y = \frac{p^2 + q^2 \mp 2\,'q^4\,y^2}{(p^2 q^2 + 'q^4)\,'q^2},$$

$$'Y = \frac{-q^2 + (p^2 + q^2)(1 \pm 2\,'p^2\,'y^2) + 'q^2(1 \pm 2\,'p^2\,'y^2)^2}{(p^2 q^2 + 'q^4)\,'q^2}$$

Ainsi on aura $\frac{y^4\,dy}{R} = Y\,dy + \frac{'Y\,d\,'y}{'R}$.

On réduira de la même manière par des substitutions successives, y^6, y^8 &c. à la forme $YR + {}'Y$, où Y sera une fonction rationnelle & entière de y^2 de l'ordre 4^{me}, 6^{me} &c. & $'Y$ sera une pareille fonction de $'y^2$ de l'ordre $6,^{me}$ $8,^{me}$ &c.; & l'on aura par conséquent aussi

$$\frac{y^6\,dy}{R} = Ydy + \frac{'Y\,d'y}{R}$$

& ainsi de suite.

D'où l'on voit qu'en général la différentielle

$$\frac{(a + by^2 + cy^4 + \&c.)\,dy}{R}$$

se réduira toujours à la différentielle

$$Ydy + \frac{(A + B'y^2 + C'y^4 + \&c.)\,d'y}{'R},$$

où Y sera une fonction rationnelle, & entière de y^2.

On fera les mêmes opérations sur les autres transformées en $''y$, $'''y$ &c.; & on en conclura en général que si dans la différentielle primitive $\frac{Ndx}{\sqrt{(a + bx^2)(m + nx^2)}}$, N est une fonction sans dénominateur, auquel cas nous avons déjà démontré plus haut que M sera aussi une fonction de même forme & de même ordre, cette différentielle sera réductible à celle-ci

$$dV + \frac{Z\,dz}{\sqrt{(1 \pm r^2 z^2)\,(1 \pm s^2 z^2)}}$$

dans laquelle V sera une fonction rationnelle & entière de y, $'y$, $''y$ &c., & Z une fonction rationnelle & entière de z^2 du même ordre que la fonction N.

14. Il ne s'agira donc plus que d'intégrer la différentielle

$$\frac{Zdz}{\sqrt{(1 \pm r^2 z^2)(1 \pm s^2 z^2)}},$$

dans laquelle r & s seront des quantités aussi peu différentes entr'elles qu'on voudra; & il est d'abord clair qu'en les supposant égales l'irrationalité disparoîtra, & l'intégration n'aura plus de difficulté. En même tems il est visible que puisque $r > s$, le radical $\sqrt{(1 \pm r^2 z^2)(1 \pm s^2 z^2)}$ sera nécessairement renfermé entre les deux quantités $1 \pm r^2 z^2$ & $1 \pm s^2 z^2$; par conséquent l'intégrale de la proposée aura pour limites les intégrales de $\frac{Zdz}{1 \pm r^2 z^2}$, & de $\frac{Zdz}{1 \pm s^2 z^2}$, limites qu'on pourra resserrer autant qu'on voudra puisqu'on est le maître de diminuer à volonté la différence de r & s.

Mais si on vouloit tenir compte de l'effet de cette différence, il n'y auroit qu'à y employer la méthode ordinaire des séries; & pour en rendre l'emploi plus exact relativement à la différentielle proposée, on la mettra d'abord sous la forme

$\frac{Zdz}{rs\sqrt{\left(\frac{1}{r^2} \pm z^2\right)\left(\frac{1}{s^2} \pm z^2\right)}}$, ensuite on supposera

$$\frac{1}{s^2} = b^2 + \beta, \; \frac{1}{r^2} = b^2 - \beta,$$

c'est-à-dire $b^2 = \frac{r^2 + s^2}{2 r^2 s^2}$, $\beta = \frac{r^2 - s^2}{2 r^2 s^2}$,

en sorte que β sera une quantité fort petite de l'ordre de $r - s$; & la différentielle en question se changera en celle-ci

$$\frac{Z\,dz}{rs\sqrt{(b^2 \pm z^2) - \beta^2}},$$

laquelle par le développement du radical, deviendra

$$\frac{Z\,dz}{rs}\left(\frac{1}{b^2 \pm z^2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{\beta^2}{(b^2 \pm z^2)^3} + \frac{1.3}{2.4}\cdot\frac{\beta^4}{(b^2 \pm z^2)^5} + \text{\&c.}\right)$$

série dont chaque terme est rationnel & par conséquent intégrable par les arcs de cercle ou par les logarithmes selon que le signe supérieur ou l'inférieur aura lieu.

Mais pour n'avoir pas à intégrer à part chaque terme de cette série, on intégrera la différentielle $\frac{Z\,dz}{rs\,(b^2 + a \pm z^2)}$, a étant une constante indeterminée, & nommant V l'intégrale complétée suivant les conditions des problèmes, on dégagera ensuite a, en développant V dans une série de la forme

$$u + au' + a^2 u'' + a^3 u''' \; a^4 u'''' + \text{\&c:}$$

on aura alors pour l'intégrale de la série dont il s'agit, celle-ci

$$u + \frac{\beta^2}{2} u'' + \frac{1.3\,\beta^4}{2.4} u'''' + \text{\&c.}$$

Cette série sera, comme l'on voit, fort convergente lorsque β sera une très-petite quantité; en sorte qu'il suffira le plus souvent de n'en prendre qu'un ou deux termes. Il y a cependant un cas, où l'approximation seroit toujours inexacte quelque petite que fût la quantité β; c'est celui où, en prenant dans la formule le signe inférieur, on auroit dans l'un des termes de l'intégrale $z = \pm b + \alpha$, α étant une quantité du même ordre que β; alors $(b^2 - z^2)^2$ seroit une quantité du même ordre que β^2, & par conséquent la série cesseroit d'être convergente.

15. Pour résoudre ce cas d'une manière générale, je considère la formule $\frac{Z\,dz}{\sqrt{(m^2 - z^2)(n^2 - z^2)}}$, dans laquelle la différence entre m & n est supposée très-petite, & qui doit être intégrée depuis $z = f$, jusqu'a $z = g$, les quantités f, g, étant l'une ou l'autre ou toutes deux peu différentes de $\pm m$.

Supposons d'abord l'une de ces quantités peu différente de m, & par conséquent aussi de n, tandis que l'autre est assez différente de $-m$; comme la quantité sous le signe est

$(m - z)(n - z)(m + z)(n + z)$, & que

$(m + z)(n + z) = (z + \frac{m+n}{2})^2 - (\frac{m-n}{2})^2$,

ou pourra donner à la différentielle cette forme

$$\frac{Z\,dz}{\sqrt{(m - z)(n - z)} \times \sqrt{(z + \frac{m+n}{2})^2 - (\frac{m-n}{2})^2}},$$

& il est clair que $(\frac{m-n}{2})^2$ sera toujours très-petite vis-à-vis de $(z+\frac{m+n}{2})^2$, en sorte que la résolution du radical $\sqrt{}\left((z+\frac{m+n}{2})^2-(\frac{m-n}{2})^2\right)$ ne sera sujette à aucun inconvénient. On aura donc à intégrer la formule

$$\frac{Zdz}{\sqrt{(m-z)(n-z)}}\left(\frac{1}{z+\frac{m+n}{2}}+\frac{1}{2}\cdot\frac{(\frac{m-n}{2})^2}{(z+\frac{m+n}{2})^3}+\frac{1.3}{2.4}\frac{(\frac{m-n}{2})^4}{(z+\frac{m+n}{2})^5}+\&c.\right)$$

dont chaque terme est intégrable par les logarithmes ou les arcs de cercle.

Si l'une des quantités f, g, étoit peu différente de $-m$; on donneroit alors au radical $\sqrt{(m^2-z^2)(n^2-z^2)}$ la forme

$$\sqrt{(m+z)(n+z)}\times\sqrt{(z-\frac{m+n}{2})^2-(\frac{m-n}{2})^2};$$

& l'on auroit à intégrer cette autre série

$$\frac{Zdz}{\sqrt{(m+z)(n+z)}}\left(\frac{1}{z-\frac{m+n}{2}}+\frac{1}{2}\cdot\frac{(\frac{m-n}{2})^2}{(z-\frac{m+n}{2})^3}+\frac{1.3}{1.4}\frac{(\frac{m-n}{2})^4}{(z-\frac{m+n}{2})^5}+\&c.\right)$$

qu'on voit être nécessairement convergente, & dont l'intégration est toujours facile.

Enfin si l'une des quantités f, g étoit très-proche de m, & que l'autre fût en même tems peu différente de $-m$, on par-

tageroit alors l'intégrale en deux parties, dont l'une se prendroit depuis m jusqu'à zéro, & l'autre depuis zéro jusqu'à $-m$ & pour la première on employeroit la première série, & pour la seconde la seconde série.

16. Nous finirons par présenter encore un moyen de simplification relativement à la manière de compléter l'intégrale cherchée. Nous remonterons pour cela à la différentielle en y de l'article 6, & nous remarquerons que si l'intégration de cette différentielle doit commencer au point ou $y = 0$, alors comme $y = 0$ donne aussi $y' = 0$, $y'' = 0$ &c: ainsi que ${}^{\prime}y = 0$, ${}^{\prime\prime}y = 0$ &c: toutes les autres différentielles transformées devront aussi commencer au point, ou leur variable sera nulle; de sorte qu'il n'y aura dans ce cas aucune constante à ajouter. Mais si l'intégration doit commencer dans un autre point quelconque, il faudra alors pour compléter l'intégrale, en retrancher la valeur correspondante à ce point, ce qui rendra l'intégrale moins simple, & même quelque fois sujette à des difficultés, si la valeur de y devoit être infinie au commencement de l'intégration.

On obviera en général à ces inconvéniens, en ramenant tous les cas au premier, c'est-à-dire à celui où l'intégrale commence à $y = 0$. Pour cet effet soit f la valeur de y au point où l'on veut faire commencer l'intégration de la différentielle $\frac{M\,dy}{\sqrt{(1 \pm p^2 y^2)(1 \pm q^2 y^2)}}$; on substituera au lieu de y une autre variable u déterminée par l'équation

$$f^2 - u^2 - y^2 + 2uy\sqrt{(1 \pm p^2f^2)(1 \pm q^2f^2)} + p^2q^2f^2u^2y^2 = 0,$$

laquelle donne

$$u = \frac{y\sqrt{(1 \pm p^2f^2)(1 \pm q^2f^2)} - f\sqrt{(1 \pm p^2y^2)(1 \pm q^2y^2)}}{1 - p^2q^2f^2y^2}$$

& réciproquement

$$y = \frac{u\sqrt{(1 \pm p^2f^2)(1 \pm q^2f^2)} + f\sqrt{(1 \pm p^2u^2)(1 \pm q^2u^2)}}{1 - p^2q^2f^2u^2}$$

où l'on voit que $y = f$ donne $u = 0$ & que $y = \infty$ donne $u = \frac{1}{pqf}$.

Or l'équation précédente étant différenciée & divisée en croix donne

$$\frac{dy}{u(p^2q^2f^2y^2 - 1) + y\sqrt{(1 \pm p^2f^2)(1 \pm q^2f^2)}} + \frac{du}{y(p^2q^2f^2u^2 - 1) + u\sqrt{(1 \pm p^2f^2)(1 \pm q^2f^2)}} = 0$$

& mettant dans le dénominateur de dy la valeur précédente de u en y, ainsi que dans le dénominateur de du, la valeur de y en u, on aura

$$\frac{dy}{\sqrt{(1 \pm p^2y^2)(1 \pm q^2y^2)}} = \frac{du}{\sqrt{(1 \pm p^2u^2)(1 \pm q^2u^2)}}$$

Soit maintenant $u^2 + y^2 = s$, $uy = t$, on aura par la même équation

$$s = f^2 + 2Ft + p^2q^2f^2t^2,$$

en faisant $\quad F = \sqrt{(1 \pm p^2f^2)(1 \pm q^2f^2)}$.

De là on aura $y^2 - u^2 = \sqrt{}(s^2 - 4t)$,

par conséquent $y^2 = \frac{s + \sqrt{}(s^2 - 4t)}{2}$,

$$u^2 = \frac{s - \sqrt{}(s^2 - 4t)}{2}.$$

Qu'on substitue cette valeur de y^2 dans la quantité M qui est supposée une fraction rationnelle de y^2, & faisant disparoître le radical du dénominateur s'il y en a un, il viendra $M = P + Q\sqrt{}(s^2 - 4t)$, P & Q étant des fonctions rationnelles de s & t.

Et comme la valeur de u^2 ne diffère de celle de y^2 que par le signe du radical, il est visible que $P - Q\sqrt{}(s^2 - 4t)$ sera pareillement la valeur d'une fonction L de u^2 semblable à la fonction M de y^2; de sorte qu'on aura

$$P = L + Q\sqrt{}(s^2 - 4t)$$

& par conséquent $M = L + 2Q\sqrt{}(s^2 - 4t)$.

Or Q est, comme nous venons de le voir, une fonction rationnelle de s & t; donc en y substituant pour s sa valeur en t trouvée ci-dessus, on aura pour Q une fonction rationnelle de t. De plus $\sqrt{}(s^2 - 4t) = y^2 - u^2$; & les valeurs de u & de y données plus haut étant multipliées l'une

par $u\,(1-p^2q^2f^2y^2)$, l'autre par $y\,(1-p^2q^2f^2u^2)$, & ensuite retranchées l'une de l'autre, on a

$$y^2-u^2=fy\sqrt{(1\pm p^2u^2)(1\pm q^2u^2)}+fu\sqrt{(1\pm p^2y^2)(1\pm q^2y^2)}$$

donc

$$M=L+2fQ\left(y\sqrt{(1\pm p^2u^2)(1\pm q^2u^2)}+u\sqrt{(1\pm p^2y^2)(1\pm q^2y^2)}\right);$$

cette équation différentielle

$$\frac{dy}{\sqrt{(1\pm p^2y^2)(1\pm q^2y^2)}}=\frac{du}{\sqrt{(1\pm p^2u^2)(1\pm q^2u^2)}},$$

on aura (à cause de $u\,dy+y\,du=dt$)

$$\frac{M\,dy}{\sqrt{(1\pm p^2y^2)(1\pm q^2y^2)}}=\frac{L\,du}{\sqrt{(1\pm p^2u^2)(1\pm q^2u^2)}}+2fQdt,$$

où la partie $2fQdt$ est intégrable, puisque Q est une fonction rationnelle de t.

De cette manière la substitution de u à la place de y réduit l'intégration de la différentielle proposée à celle d'une autre différentielle semblable, puisque L est une fonction de u^2 semblable a la fonction M de y^2; & elle a en même tems cet avantage que l'intégration relative à u commencera toujours à $u=o$, quelle que soit la valeur initiale f de y.

17. Par la méthode générale que nous venons d'exposer on est donc assuré de pouvoir intégrer aussi exactement qu'on voudra toute différentielle affectée d'un radical carré,

où la variable sous le signe monte jusqu'à la quatrième puissance ; ce qui est le cas d'un grand nombre de problèmes géométriques & mécaniques, qu'on ne pouvoit résoudre jusqu'ici que d'une manière incomplète & limitée.

Comme cette méthode est d'un genre assez nouveau, & qu'on pourroit rencontrer encore quelques difficultés dans son usage; nous allons l'appliquer en détail à la rectification des arcs elliptiques & hyperboliques.

RECTIFICATION

DE L'ELLIPSE ET DE L'HYPERBOLE

18. Soit dans une ellipse dont le demi-grand axe est pris pour l'unité, & le demi-petit axe est b, x l'abscisse prise du centre sur le grand axe, on aura l'ordonnée rectangle $y = b\sqrt{(1 - x^2)}$, & l'élément de l'arc elliptique sera $\sqrt{(dx^2 + dy^2)} = dx\sqrt{(1 + \frac{b^2 x^2}{1 - x^2})}$, savoir égal à $\frac{dx\sqrt{(1 - e^2 x^2)}}{\sqrt{(1 - x^2)}}$ en faisant $\sqrt{(1 - b^2)} = e$, excentricité de l'ellipse.

Cette expression trouvée pour l'ellipse a lieu également pour l'hyperbole; tant que $e < 1$, elle se rapporte à l'ellipse, & si $e > 1$, elle appartient alors à l'hyperbole dans laquelle le demi-petit axe b devenant imaginaire, b^2 est une quantité négative, & par conséquent $\sqrt{(1 - b^2)} > 1$.

19. Lorsque e est une quantité fort petite, ou très-peu différente de l'unité, on peut, dans l'expression de l'élément

de l'arc, réduire le radical du numérateur en une série convergente, & ensuite intégrer chaque terme en particulier par les méthodes connues; mais à mesure qu'on s'éloigne de ces deux cas, la convergence des séries diminue, & il faudroit souvent pousser les séries très-loin pour avoir des déterminations de l'arc suffisamment exactes. Feu Mr. Euler a donné pour ces deux cas, dans ses Opuscules, des séries qui représentent le quart de l'ellipse.

Le premier n'a point de difficulté, parce que la série est toujours convergente lorsque e est une petite quantité, la variable x ne pouvant jamais excéder l'unité. Il n'en est pas de même du second; car en supposant e^2 peu différent de l'unité & mettant en conséquent le radical $\sqrt{(1 - e^2 x^2)}$ sous la forme $\sqrt{(1 - x^2 + (1 - e^2) x^2)}$, il est clair que la série dans laquelle on développeroit ce radical en prenant $1 - x^2$ pour premier terme, & $(1 - e^2) x^2$ pour second terme, cessera d'être convergente près du sommet de l'ellipse ou $1 - x^2$ est une quantité très-petite ou nulle; & qu'ainsi elle ne pourra servir pour déterminer la longueur du quart entier de l'ellipse, mais seulement pour une partie de cette longueur. Mr. Euler n'a résolu ce cas que par des méthodes indirectes; mais comme il est analogue à celui dont nous avons traité dans l'article 15, il peut l'être par des principes semblables.

Pour ne rien laisser à désirer ici sur l'objet présent, nous allons donner succinctement la solution des deux cas dont il s'agit, en présentant les formules les plus simples & les plus générales pour la rectification des ellipses peu excentriques, ou très aplaties.

20. Et d'abord lorsque l'excentricité e de l'ellipse proposée est fort petite, il n'y aura qu'à résoudre le radical $\sqrt{(1-e^2x^2)}$. En série à la manière ordinaire, & la différentielle de l'arc elliptique deviendra

$$\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}\left(1-\tfrac{1}{2}e^2x^2-\tfrac{1\cdot 1}{2\cdot 4}e^4x^4-\tfrac{1\cdot 1\cdot 3}{2\cdot 4\cdot 6}e^6x^6-\&c.\right)$$

dont chaque terme intégrable.

En effet on a par les réductions connues

$$\int\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}=\text{arc. sin. } x.$$

$$\int\frac{x^2dx}{\sqrt{1-x^2}}=-(\tfrac{1}{2}x\sqrt{1-x^2}+\tfrac{1}{2}\text{ arc. sin. } x$$

$$\int\frac{x^4dx}{\sqrt{1-x^2}}=-(\tfrac{1}{4}x^3+\tfrac{1\cdot 3}{2\cdot 4}x)\sqrt{1-x^2}+\tfrac{1\cdot 3}{2\cdot 4}\text{ arc. sin. } x$$

& ainsi de suite.

Mais on peut avoir directement l'intégrale de toute la série par la méthode de l'article 10, en intégrant simplement la différentielle $\frac{dx}{(1-ax^2)\sqrt{1-x^2}}$

laquelle, en supposant $\sqrt{\frac{1-x^2}{1-ax^2}}=y$

se change en celle-ci $-\frac{dy}{\sqrt{(1-a)}\times\sqrt{1-y^2}}$,

dont l'intégrale est $\frac{\text{arc. cos. } y}{\sqrt{1-a}}$.

De sorte que l'intégrale de la proposée

sera $\frac{1}{\sqrt{1-a}}$ ang. cos. $\sqrt{\frac{1-x^2}{1-ax^2}}$; & comme cette intégrale évanouit d'elle-même lorsque $x = o$, elle ne demande point de constante.

Dénotant donc en général cette quantité par V, il n'y aura qu'à regarder V comme une fonction de a & la résoudre en une série ascendante de la forme

$u + au' + a^2u'' + a^3u''' +$ &c.

soit par la méthode des séries, ou par des différenciations relatives à a; on aura alors pour l'arc elliptique répondant à l'abscisse x prise du centre sur le grand axe, la formule

$u - \frac{1}{2}e^2u' - \frac{1.1}{2.4}e^4u'' - \frac{1.1.3}{2.4.6}e^6u''' -$ &c.

Pour avoir le quart entier de l'ellipse on fera $x = 1$, ce qui donne $V = \frac{90°}{\sqrt{(1-a)}}$, en désignant par 90° l'angle droit, ou le quart d'un cercle dont le rayon est l'unité. On aura donc dans ce cas, en résolvant $\frac{1}{\sqrt{(1-a)}}$ en série,

$u = 90^\circ$, $u' = \frac{1}{2}\,90^\circ$, $u'' = \frac{1.3}{2.4}\,90^\circ$ &c.;

par conséquent le quart d'ellipse sera exprimé par la série

$$90^\circ\left(1 - \frac{1.1}{2.4}e^2 - \frac{1.1.1.3}{2.2.4.4}e^4 - \frac{1.1.1.3.3.5}{2.2.4.4.6.6}e^6 - \&c.\right)$$

qu'on voit être toujours convergente lorsque e est une fraction assez petite.

21. Supposons maintenant e peu différente de l'unité, ce qui est le cas d'une ellipse ou d'une hyperbole très-aplatie suivant que e sera $<$ ou $>$ 1; on mettra alors la différentielle

$dx\sqrt{\frac{1 - e^2x^2}{1 - x^2}}$ sous la forme $dx\sqrt{\frac{1 - ex}{1 - x}} \times \sqrt{\frac{1 + ex}{1 + x}}$,

& on représentera le radical $\sqrt{\frac{1 + ex}{1 + x}}$ ainsi $\sqrt{\left(1 - \frac{(1 - e)x}{1 + x}\right)}$

où l'on voit qu'à cause de $1 - e$ très-petite, le terme $\frac{(1 - e)x}{1 + x}$

sera toujours fort petit du même ordre dans tout le quart d'ellipse où x croit depuis 0 jusqu'à 1; de sorte que la réduction de ce radical en série ne sera sujette à aucune difficulté.

Mais pour rendre le calcul plus simple, on donnera au même radical la forme $\sqrt{\left(e + \frac{1 - e}{1 + x}\right)}$ & faisant $\frac{1 - e}{e} = n$,

on aura à intégrer la différentielle en série

$$dx\sqrt{\left(\frac{1 - ex}{1 - x}\right)}\sqrt{e}\left(1 + \frac{1}{2}\frac{n}{1 + x} - \frac{1.1}{2.4}\frac{n^2}{(1 + x)^2} + \frac{1.1.3}{2.4.6}\frac{n^3}{(1 + x)^3} - \&c.\right)$$

dont chaque terme est intégrable en partie algébriquement & en partie par logarithmes.

Suivant la méthode de l'article 10; il n'y aura donc qu'à intégrer la différentielle $dx \sqrt{} (\frac{1 - ex}{1 - x} \times \frac{\sqrt{e}}{1 - \frac{a}{1 + x}}$, qu'on nommera dV, & résoudre ensuite la quantité V regardée comme une fonction de a, en une série ascendante de la forme $u + au' + a^2 u'' + a^3 u''' +$ &c.; alors on aura sur le champ la série

$$u + \frac{1}{2} n u' - \frac{1 . 1}{2 . 4} n^2 u'' + \frac{1 . 1 . 3}{2 . 4 . 6} n^3 u''' - \text{\&c.}$$

pour l'intégrale de la différentielle proposée, c'est-à-dire pour la longueur de l'arc elliptique ou hyperbolique.

Or comme $\frac{1}{1 - \frac{a}{1 + x}} = \frac{1 + x}{1 - a + x} = 1 + \frac{a}{1 - a + x}$, on aura

$$dV = dx \sqrt{} \left(\frac{1 - ex}{1 - x}\right) \times \sqrt{e} + a \sqrt{e} \sqrt{} \left(\frac{1 - ex}{1 - x}\right) d.l(1 - a + x);$$

& faisant $\frac{1 - x}{1 - ex} = y^2$, ce qui donne

$$x = \frac{1 - y^2}{1 - ey^2}, \quad dx = - \frac{2(1 - e) y dy}{(1 - ey^2)^2},$$

on aura

$$dV = -\frac{2(1-e)\sqrt{e}}{(1-ey^2)^2}dy + 2ae\sqrt{e} \times \frac{dy}{1-ey^2} - \frac{2a\sqrt{e}(1+e-ae)dy}{2-a-(1+e-ae)y^2}$$

donc en intégrant par les méthodes connues

$$V = -\frac{(1-e)y\sqrt{e}}{1-ey^2} + \left(\frac{1-e}{2} - ea\right) l.\left(\frac{1-y\sqrt{e}}{1+y\sqrt{e}}\right)$$

$$+ a\sqrt{\left(\frac{e(1+e-ea)}{2-a}\right)}\; l.\left(\frac{1-y\sqrt{\left(\frac{1+e-ea}{2-a}\right)}}{1+y\sqrt{\left(\frac{1+e-ea}{2-a}\right)}}\right).$$

Cette intégrale est nulle lorsque $y = 0$, auquel cas $x = 1$; ainsi elle répond aux arcs elliptiques ou hyperboliques pris depuis le sommet ou l'extrémité du grand axe; mais dans le cas de l'ellipse, il faudra prendre l'expression de l'arc négativement puisqu'il diminue tandis que l'abscisse x augmente. On aura donc en général pour l'arc d'ellipse ou d'hyperbole pris depuis le sommet & terminé au point qui répond à l'abscisse x prise du centre, la valeur en série

$$\mp u \mp \tfrac{1}{2}\left(1-\tfrac{1}{e}\right)u' \pm \tfrac{1.1}{2.4}\left(1-\tfrac{1}{e}\right)^2 u'' \mp \tfrac{1.1.3}{2.4.6}\left(1-\tfrac{1}{e}\right)^3 u''' \text{ \&c.},$$

les signes supérieurs étant pour l'ellipse où $e < 1$, & les inférieurs pour l'hyperbole où $e > 1$. Et pour avoir le quart entier de l'ellipse il faudra faire $x = 0$, & par conséquent $y = 1$.

Au reste puisque $u + au' + a^2 u''$ &c. est le développement de la fonction V, on voit d'abord qu'on aura

$$u = -(1-e)\left(\frac{y\sqrt{e}}{1-ey^2} - \tfrac{1}{2}\, l.\left(\frac{1-y\sqrt{e}}{1+y\sqrt{e}}\right)\right),$$

$$u' = -e\, l.\left\{\frac{1-y\sqrt{e}}{1+y\sqrt{e}}\right\} + \sqrt{\frac{e(1+e)}{2}}\; l.\left(\frac{1-y\sqrt{\frac{1+e}{2}}}{1+y\sqrt{\frac{1+e}{2}}}\right);$$

& les quantités suivantes u'', u''' &c. seront les coèfficiens des puissances a^0, a, a^2 &c. dans le développement de la fonction

$$\sqrt{e\left(\frac{1+e}{2}+\frac{(1-e)a}{2(2-a)}\right)} \times l.\left(\frac{1-y\sqrt{\left(\frac{1+e}{2}+\frac{(1-e)a}{2(2-a)}\right)}}{1+y\sqrt{\left(\frac{1+e}{2}+\frac{(1-\ )a}{2(2-a)}\right)}}\right),$$

coèfficiens qu'on trouvera aisément par la méthode des séries, & ou par des différenciations successives.

22. Après avoir ainsi résolu d'une manière nouvelle & plus simple qu'on ne l'avoit fait, les deux cas extrèmes de la rectification des arcs elliptiques & hyperboliques; nous allons appliquer notre méthode générale à la rectification d'une ellipse ou d'une hyperbole quelconque.

Et d'abord il est clair que la différentielle à intégrer étant $\frac{dx\sqrt{(1-e^2x^2)}}{\sqrt{(1-x^2)}}$, (art. 18), il n'y aura qu'à multiplier le haut & le bas de la fraction par $\sqrt{(1-e^2x^2)}$, pour la ramener à la forme de celle de l'article 6, laquelle sera dans notre cas $\frac{(1-e^2x^2)\,dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-e^2x^2)}}$.

Mais pour rendre le calcul plus général nous nous proposerons la différentielle $\frac{(A+Bx^2)\,dx}{\sqrt{(1-p^2x^2)(1-q^2x^2)}}$ dans laquelle on suppose $p > q$; ainsi pour l'ellipse on prendra $p = 1$, $q = e$, & pour l'hyperbole $p = e$, $q = 1$.

On fera donc conformément aux transformations de l'article 7.

$$p' = p + \sqrt{(p^2 - q^2)},\ q' = p - \sqrt{(p^2 - q^2)}$$
$$p'' = p' + \sqrt{(p'^2 - q'^2)},\ q'' = p' - \sqrt{(p'^2 - q'^2)}$$

&c.

$$\frac{xR}{1-q^2x^2} = x',\ \frac{x'R'}{1-q'^2x'^2} = x'',\ \&c.$$

en supposant

$$R = \sqrt{(1-p^2x^2)\ (1-q^2x^2)},$$
$$R' = \sqrt{(1-p'^2x'^2)\ (1-q'^2x'^2)},\ \&c.$$

& l'on aura par là

$$x^2 = \frac{1+q^2x'^2 - R'}{2p^2},\ x'^2 = \frac{1+q'^2x''^2 - R''}{2p'^2},\ \&c.$$

$$\frac{dx}{R} = \frac{dx'}{R'} = \frac{dx''}{R''} =,\ \&c.$$

où x', x'' &c., R', R'' &c. seront nécessairement réels, puisque x & R le sont.

Par ces substitutions la différentielle $\frac{(A+Bx^2)\,dx}{R}$ deviendra successivement

$$\frac{(A'+B'x'^2)\,dx'}{R'}-\frac{B\,dx'}{2p^2},$$

$$\frac{(A''+B''x''^2)\,dx''}{R''}-\frac{B\,dx'}{2p^2}-\frac{B'\,dx''}{2p'^2},$$

$$\frac{(A'''+B'''x'''^2)\,dx'''}{R'''}-\frac{B\,dx'}{2p^2}-\frac{B'\,dx''}{2p'^2}-\frac{B''\,dx'''}{2p''^2},$$

& ainsi de suite, en faisant pour abréger

$$A'=A+\frac{B}{2p^2},\ A''=A'+\frac{B'}{2p'^2},\ A'''=A''+\frac{B''}{2p''^2}$$

&c.

$$B'=\frac{Bq^2}{2p^2},\ B''=\frac{B'q'^2}{2p'^2},\ B'''=\frac{B''q''^2}{2p''^2}\ \&c.$$

Donc en général si ξ est un terme quelconque de la série x, x', x'' &c., r & s les deux termes correspondans dans les séries p, p', p'' &c., & q, q', q'' &c., & ${}'r$, ${}'s$ les deux termes qui les précèdent dans les mêmes séries; la différentielle proposée sera transformée en celle-ci

$$-\frac{B}{2p^2}\left[dx'+\frac{q^2}{2p'^2}dx''+\frac{q^2\,q'^2}{2p'^2\times 2p''^2}dx'''+\&c.+\frac{q^2\,q'^2\,\ldots\ldots}{2p'^2\times 2p''^2\times\ldots\times 2\,{}'r^2}\,d\xi\right]$$

$$+\frac{(C+D\xi^2)\,d\xi}{\sqrt{(1-r^2\xi^2)(1-s^2\xi^2)}}$$

dans laquelle on aura

$$C = A + \frac{B}{2p^2}\left[1 + \frac{q^2}{2p'^2} + \frac{q^2\, q'^2}{2p'^2 \times 2p''^2} + \&c. + \frac{q^2\, q'^2}{2p'^2 \times 2p''^2 \times \ldots \times 2\,'r^2}\right]$$

$$D = B \times \frac{q^2\, q'^2\, q''^2 \ldots\ldots\, 's^2}{2p^2 \times 2p'^2 \times 2p''^2 \ldots\ldots \times 2\,'r^2}$$

23. Maintenant pour l'ellipse on a $A = 1$, $B = -e^2$, $p = 1$, $q = e < 1$; ainsi les nombres p, p', p'' &c. forment une série croissante depuis l'unité, & les nombres correspondans q, q', q'' &c. forment une série décroissante depuis la valeur de l'excentricité (art. 8). Or par la nature de l'ellipse la variable x^2 est renfermée entre o & 1; donc on aura

$$R^2 = (1 - p^2 x^2)(1 - q^2 x^2) < (1 - q^2 x^2)^2,$$

par conséquent $x'^2 = \frac{x^2\, R^2}{(1 - q^2\, x^2)^2} < x^2 < 1$; donc aussi $R'^2 < (1 - q'^2\, x'^2)^2$, car $(1 - q'^2 x'^2)^2$ $- (1 - p'^2 x'^2)(1 - q'^2 x'^2) = (p'^2 - q'^2)(1 - q'^2 x'^2) x'^2 > 0$, & de là $x''^2 < x'^2 < 1$; & ainsi de suite.

Donc $1 = q'^2 x'^2$, $1 - q''^2 x''^2$ &c. étant des quantités positives, la réalité déjà démontrée des radicaux R', R'' &c. demande que les facteurs correlatifs

$$1 - p'^2\, x'^2,\ 1 - p''^2\, x''^2\ \&c.$$

soient positifs; par conséquent on aura

$$x'^2 < \frac{1}{p'^2},\ x''^2 < \frac{1}{p''^2}\ \&c.,$$

donc aussi $\xi^2 < \frac{1}{r^2}$.

Puis donc que $r\xi > \pm 1$, on pourra faire $r\xi = \sin.\varphi$, & la différentielle $\frac{(C + D\xi^2)\,d\xi}{\sqrt{(1 - r^2\xi^2)(1 - s^2\xi^2)}}$ deviendra

$$\frac{\left(\frac{C}{r} + \frac{D}{r^3}\sin.\varphi^2\right)d\varphi}{\sqrt{1 - \frac{s^2}{r^2}\sin.\varphi^2}},$$

où l'on voit que le radical $\sqrt{1 - \frac{s^2}{r^2}\sin.\varphi^2}$ ne sera jamais ni > 1 ni $< \sqrt{1 - \frac{s^2}{r^2}}$; de sorte que l'intégrale de la différentielle dont il s'agit aura pour limites celles de $\left(\frac{C}{r} + \frac{D}{r^3}\sin.\varphi^2\right)d\varphi$, laquelle est $\left(\frac{C}{r} + \frac{D}{2r^3}\right)\varphi - \frac{D\sin.2\varphi}{4r^3}$, & cette même intégrale divisée par $\sqrt{\left(1 - \frac{s^2}{r^2}\right)}$; limites qu'on pourra resserrer autant qu'on voudra, en diminuant de plus en plus la valeur de $\frac{s}{r}$ par la continuation des séries p, p', p'' &c. r, & q, q', q'' &c. s.

Mais pour approcher davantage de la vraie valeur de l'intégrale en question, il n'y aura qu'à développer le radical par la méthode ordinaire, & la différentielle proposée deviendra

$$\frac{C}{r}d\varphi + \frac{r}{r^3}\left(D + \tfrac{1}{2}s^2C\right)\text{sin.}\,\varphi^2 d\varphi + \tfrac{1}{2}.\frac{s^2}{r^5}\left(D + \tfrac{3}{4}s^2C\right)\text{sin.}\,\varphi^4 d\varphi$$

$$+ \tfrac{1.3}{2.4}\,l.\frac{s^4}{r^7}\left(D + \tfrac{5}{6}s^2C\right)\text{sin.}\,\varphi^6\, d\varphi + \&c.$$

dont l'intégrale sera

$$\left(\frac{C}{r} + F\right)\varphi - (F\,\text{sin.}\,\varphi + G\,\text{sin.}\,\varphi^3 + H\,\text{sin.}\,\varphi^5$$

$$+ I\,\text{sin.}\,\varphi^7 + \&c.)\,\text{cos.}\,\varphi$$

en faisant

$$F = \tfrac{1}{2}.\frac{1}{r^3}\left(D + \tfrac{1}{2}s^2C\right) + \frac{3}{2^2.4}.\frac{s^2}{r^5}\left(D + \tfrac{3}{4}s^2C\right)$$

$$+ \frac{3^2.5}{2^2.4^2.6}.\frac{s^4}{r^7}\left(D + \tfrac{5}{6}s^2C\right) + \frac{3^2.5^2.7}{2^2.4^2.6^2.8}.\frac{s^6}{r^9}\left(D + \tfrac{7}{8}s^2C\right) + \&c.$$

$$G = \tfrac{1}{2.4}.\frac{s^2}{r^5}\left(D + \tfrac{3}{4}s^2C\right) + \frac{3.5}{2.4^2.6}.\frac{s^4}{r^7}\left(D + \tfrac{5}{6}s^2C\right) + \&c.$$

$$H = \tfrac{3}{2.4.6}.\frac{s^4}{r^7}\left(D + \tfrac{5}{6}s^2C\right) + \&c.$$

&c.

Donc puisque $x = 0$ rend x', x'' &c. $\xi = 0$, par conséquent aussi $\varphi = 0$, on aura pour la valeur de l'arc elliptique

qui répond à l'abscisse x prise depuis le centre sur le grand axe,

$$-\frac{B}{2p^2}\left[x'+\frac{q^2}{2p'^2}x''+\frac{q^2q'^2}{2p'^2\times 2p''^2}x'''+\&c.+\frac{q^2q'^2}{2p'^2\times 2p''^2\ldots\times 2'r^2}\xi\right]$$

$$+\left(\frac{C}{r}+F\right)\varphi-(F\sin.\varphi+G\sin.\varphi'+H\sin.\varphi^s+\&c.)\cos.\varphi,$$

en faisant dans les formules de l'article précédent

$$p=1,\ q=e,\ A=1,\ B=-e^2.$$

24. Il y a cependant une remarque importante à faire sur l'emploi de cette valeur, comme l'angle φ n'est déterminé que par son sinus $r\xi$, il est clair qu'il peut avoir une infinité de valeurs différentes; & on voit aussi que les valeurs de x', x'' &c. ξ peuvent être également positives & négatives à cause de l'ambiguité des radicaux R, R', R'' &c. qui entrent dans leurs expressions, de sorte que le signe de φ est aussi indéterminé.

Nous remarquerons donc que puisque

$$\frac{dx}{R}=\frac{d\xi}{\sqrt{(1-r^2\xi^2)(1-s^2\xi^2)}}=\frac{d\varphi}{r\sqrt{1-\frac{s^2}{r^2}\sin.\varphi^2}},$$

& que R est toujours positif depuis $x=0$ jusqu'à $x=1$, que de plus le radical $\sqrt{1-\frac{s^2}{r^2}\sin.\varphi^2}$ ne peut devenir nul ni par conséquent changer de signe, il faut que $d\varphi$ soit positif en même tems que dx, par conséquent l'angle φ qu'on a vu être nul lorsque $x=0$, devra être toujours positif, & aug-

menter continuellement depuis $x = 0$ jusqu'à $x = 1$; de sorte que la valeur de φ répondante à une valeur donnée de x sera nécessairement toujours plus grande ou moindre que celle qui répondra à une plus grande ou moindre valeur de x. Or à cause de l'ambiguité du signe des radicaux R', R'' &c. il est clair que les valeurs de x^2 en x'^2, de x'^2 en x''^2 &c. sont chacune doubles (art. 22); de manière que la valeur de x^2 en x'^2 sera double, celle de x^2 en x''^2 sera quadruple &c. & qu'en général la valeur de x^2 en ξ^2 sera 2^μ-*tuple*, en dénotant par μ l'exposant du rang de ξ dans la série x', x'' &c. ξ. Donc quoique toutes ces valeurs de x^2 répondent à une même valeur de ξ^2, elles ne répondront pas pour cela au même angle φ: mais en les rangeant suivant l'ordre de leur grandeur, la plus petite répondra au plus petit angle qui aura pour sinus $\pm r\xi$ (en supposant ce sinus positif), & que nous dénoterons par ω, les autres répondront aux angles suivans qui auront pour sinus $\pm r\xi$. Ainsi la seconde répondra à l'angle $180^\circ - \omega$, la troisième à l'angle $180 + \omega$, la quatrième à l'angle $2.180^\circ - \omega$, & ainsi de suite; & en général la cinquième répondra à l'angle $\frac{\nu - 1}{2}\, 180^\circ + \omega$ ou $\frac{\nu}{2}\, 180^\circ - \omega$ selon que ν sera impair ou pair.

Il s'ensuit de là qu'après avoir déduit de la valeur donnée de x^2 celle de $\xi^2 = (x^{(\mu^2)})$ par les formules

$$x^2 \left\{\frac{1 - p^2 x^2}{1 - q^2 x^2}\right\} = x'^2, \quad x'^2 \left\{\frac{1 - p'^2 x'^2}{1 - q'^2 x'^2}\right\} = x''^2 \text{ \&c.},$$

 P. II.

lesquelles ne donnent chacune qu'une valeur simple, il faudra remonter de celle-ci à celle-là par les formules

$$x^2 = \frac{1 + q^2\, x'^2 - R'}{2p^2},\quad x'^2 = \frac{1 + q'^2\, x''^2 - R''}{2p'^2}\ \&c.$$

en commençant par la dernière, & ayant soin de donner aux radicaux

$$R' = \sqrt{(1 - p'^2\, x'^2)\,(1 - q'^2\, x'^2)},\quad R'' = \sqrt{(1 - p''^2\, x''^2)\,(1 - q''^2\, x''^2)}\ \&c.$$

les signes plus & moins, ce qui donnera toujours des valeurs doubles, en sorte qu'il en résultera 2^μ valeurs différentes de x^2, toutes positives (art. 12) & renfermées entre les mêmes limites o & 1; parmi lesquelles se trouvera donc nécessairement la valeur donnée de x^2.

Soit ν l'exposant du rang que celle-ci tiendra parmi toutes ces valeurs rangées selon leur grandeur à commencer par la plus petite, on fera donc

$$\varphi = \frac{\nu - 1}{2}\, 180^\circ + \omega,\ \text{ou} = \frac{\nu}{2}\, 180^\circ - \omega,$$

selon que ν sera impair ou pair; en prenant pour ω l'angle qui dans les tables répond à $r\,\xi$.

A l'égard des signes qu'il faudra donner ensuite aux valeurs mêmes de x', x'' &c. on les déterminera toujours par les expressions

$$x' = \frac{x\,R}{1 - q^2\, x^2},\ x'' = \frac{x'\,R'}{1 - q'^2\, x'^2}\ \&c.$$

en prenant les radicaux R, R', R'' &c. avec les signes qui répondront à la valeur donnée de x^2. Et il est clair que puisque l'on a ici $q^2\,x^2$, $q'^2\,x'^2$ &c. < 1, les signes de x', x'' &c. seront les mêmes que ceux de

$$xR,\ xRR',\ xRR'R''\ \&c.$$

ou (puisque xR est positif) de

$$+1,\ R',\ R'R'',\ R'R''R'''\ \&c.$$

25. Pour avoir le quart entier de l'ellipse on fera $x = 1 = p$; ce qui donne $x' = 0$, $x'' = 0$ &c. $\xi = 0$, par conséquent aussi $\omega = 0$; & comme cette valeur est la plus grande que x puisse avoir, on aura nécessairement dans ce cas $\nu = 2^\mu$; donc $\phi = 2^{\mu - 1} \times 180°$, & sin. $\phi = 0$. Donc la longueur du quart de l'ellipse sera exprimée simplement par

$$\left(\frac{C}{r} + F\right) \times 2^{\mu - 1} \times 180°.$$

Si l'ellipse devenoit circulaire on auroit alors $e = 0$; donc $q = 0$, & de là $q' = 0$, $q'' = 0$ &c. $s = 0$, $p = 1$, $p' = 2$, $p'' = 4$ &c. $r = p^{(\mu)} = 2^\mu$; & comme dans ce cas $A = 1$, $B = 0$, on auroit aussi $C = 1$, $D = 0$; donc $F = 0$; ce qui réduiroit l'expression précédente à $\frac{180°}{2} = 90°$, comme elle doit être.

26. Au reste cette multiplicité des valeurs de x^2 qui répondent à une même valeur de ξ^2, fait qu'on a tout d'un coup,

& par une même formule non seulement la longueur de l'arc elliptique qui répond à l'abscisse donnée, mais encore celle des arcs qui répondent à différentes autres abscisses; & si c'est un inconvénient dans le cas où l'on ne demande que l'arc d'une abscisse donnée, ce sera au contraire un avantage, lorsqu'on voudra construire une table de la longueur des arcs pour toutes les abscisses. Nous verrons d'ailleurs que cette multiplicité de valeurs cesse d'avoir lieu lorsqu'on emploie les transformations de l'article II, lesquelles conduisent à des différentielles intégrables par les logarithmes.

27. Pour l'hyperbole où $e > 1$ & x^2 aussi > 1, on mettra d'abord pour éviter les imaginaires l'élément de l'arc sous cette forme $\frac{dx\sqrt{(e^2x^2 - 1)}}{\sqrt{(x^2 - 1)}}$, multipliant ensuite le haut & le bas par $\sqrt{(e^2x^2 - 1)}$ on aura la différentielle

$$\frac{dx\,(e^2x^2 - 1)}{\sqrt{(e^2x^2 - 1)\,(x^2 - 1)}} \text{ ou bien } \frac{dx\,(e^2x^2 - 1)}{\sqrt{(1 - e^2x^2)\,(1 - x^2)}},$$

qui se rapporte à la formule $\frac{(A + Bx^2)\,dx}{R}$ de l'article 22 en y faisant $A = -1$, $B = e^2$, $p = e^2$, $q = 1$. Ainsi les nombres p, p', p'' &c. augmenteront depuis la valeur de e, & les nombres q, q', q'' &c. iront en diminuant depuis l'unité.

Or puisque $x^2 > 1$, par la nature de l'hyperbole, on aura

$R^2 > (1 - q^2 x^2)^2$, par conséquent $x'^2 > x^2 > 1$; & de là on trouvera aussi $x''^2 > x'^2 > 1$, & ainsi de suite.

Donc $1 - p'^2 x'^2$, $1 - p''^2 x''^2$ &c. étant des quantités négatives, la réalité déjà prouvée des radicaux R′, R″ &c. demande que les facteurs corrélatifs $1 - q'^2 x'^2$, $1 - q''^2 x''^2$ &c. soient aussi négatifs; donc on aura $q'^2 x'^2 > 1$, $q''^2 x''^2 > 1$ &c.; par conséquent $x'^2 > \frac{1}{q'^2}$, $x''^2 > \frac{1}{q''^2}$ &c: $\xi^2 > \frac{1}{s^2}$; & de là $\frac{1}{s\xi} < \pm 1$.

On pourra donc supposer $\frac{1}{s\xi} = \sin. \varphi$, c'est-à-dire $\xi = \frac{1}{s \sin. \varphi}$, & cette substitution changera la différentielle

$$\frac{(C + D\xi^2)\, d\xi}{\sqrt{(1 - r^2 \xi^2)(1 - s^2 \xi^2)}}$$

en celle-ci

$$-\frac{\left(\frac{C}{r} + \frac{D}{rs^2 \sin \varphi^2}\right) d\varphi}{\sqrt{1 - \frac{s^2}{r^2} \sin \varphi^2}}$$

dont l'intégrale aura évidemment pour limites celle de

$$-\left(\frac{C}{r} + \frac{D}{rs^2 \sin \varphi^2}\right) d\varphi,$$

& cette même intégrale divisée par $\sqrt{\left(1 - \frac{s^2}{r^2}\right)}$.

Mais pour avoir une valeur plus approchée, on réduira en série le radical $\sqrt{(1 - \frac{s^2}{r^2} \sin \varphi^2)}$, & la différentielle deviendra

$$-\frac{D}{rs^2}\cdot\frac{d\varphi}{\sin\varphi^2}-\frac{1}{r}(C+\frac{D}{2r^2})d\varphi-\frac{1}{2}\cdot\frac{s^2}{r^3}(C+\frac{3}{4}\cdot\frac{D}{r^2})\sin.\varphi^2 d\varphi$$

$$-\frac{3}{2\cdot 4}\cdot\frac{s^4}{r^5}(C+\frac{5}{6}\cdot\frac{D}{r^2})\sin\varphi^4\, d\varphi - \&c.$$

dont l'intégrale est

$$\frac{D}{rs^2}\cot.\varphi-(\frac{C}{r}+\frac{D}{2r^3}+f)\varphi$$

$$+(f\sin.\varphi+g\sin.\varphi^3+h\sin.\varphi^5+\&c.\cos.\varphi,$$

en supposant

$$f=\frac{1}{2^2}\cdot\frac{s^2}{r^3}(C+\frac{3}{4}\cdot\frac{D}{r^2})+\frac{3^2}{2^2.4^2}\cdot\frac{s^4}{r^5}(C-\frac{5}{6}\cdot\frac{D}{r^2})$$

$$+\frac{3^2.5^2}{2^2.4^2.6^2}\cdot\frac{s^6}{r^7}(C+\frac{7}{8}\cdot\frac{D}{r^2})+\&c.$$

$$g=\frac{3}{2.4^2}\cdot\frac{s^4}{r^5}(C+\frac{5}{6}\cdot\frac{D}{r^2})+\frac{3.5^2}{2.4^2.6^2}\cdot\frac{s^6}{r^7}(C+\frac{7}{8}\cdot\frac{D}{r^2})$$

$$+\&c.$$

$$h=\frac{3.5}{2.4.6^2}\cdot\frac{s^6}{r^7}(C+\frac{7}{8}\cdot\frac{D}{r^2})+\&c.$$

&c.

Ainsi il n'y aura qu'à ajouter à cette intégrale la partie algébrique $-\frac{B}{2p^2}(x'+\frac{q^2}{2p'^2}x''+\&c.)$, conformément aux formules de l'article 22, & en y faisant $p=e$, $q=1$,

$A = -1$, $B = e^2$, pour avoir l'expression complète de l'arc hyperbolique.

28. Mais il faut faire ici des remarques semblables à celles de l'article 24. On remarquera donc que puisque la différentielle $\frac{dx}{R}$ est transformée en

$$\frac{d\xi}{\sqrt{(1-r^2\xi^2)(1-s^2\xi^2)}} = -\frac{d\varphi}{r\sqrt{1-\frac{s^2}{r^2}\sin\varphi^2}},$$

l'angle φ diminuera continuellement tandis que x augmente, de sorte que comme $x = 1$ donne $x' = \infty$, $x'' = \infty$ &c. (art. 22) $\xi = \infty$ & par conséquent $\varphi = 0$, l'angle φ sera toujours négatif depuis le point où $x = 1$, c'est-à-dire depuis le sommet de l'hyperbole; de sorte qu'en changeant le signe de φ dans l'expression précédente, l'angle φ croîtra toujours avec l'arc hyperbolique compté depuis le sommet, & l'on y pourra appliquer la règle donnée dans l'article cité.

Ainsi nommant ω l'angle tabulaire qui aura pour sinus $\pm\frac{1}{s\xi}$ (en supposant ce sinus positif) & ν l'exposant du rang que la valeur donnée de x^2 tiendra parmi toutes celles qui répondent à la valeur trouvée de ξ^2, après les avoir rangées suivant l'ordre de leur grandeur, à commencer par la plus petite, on fera

$$\varphi = \frac{\nu-1}{2}180^\circ + \omega, \text{ ou } = \frac{\nu}{2}180^\circ - \omega,$$

suivant que ν sera impair ou pair.

Et pour les signes de x', x'' &c. on les déterminera d'après ceux des radicaux R, R', R'' &c. par les formules

$$x' = \frac{xR}{1 - q^2 x^2}, \quad x'' = \frac{x'R'}{1 - q'^2 x'^2} \text{ \&c.},$$

de sorte que comme $1 - q^2 x^2$, $1 - q'^2 x'^2$ &c. sont des quantités toujours négatives, ainsi qu'on l'a démontré dans l'article précédent, il est clair que les signes de x', x'', x''' &c. seront les mêmes que ceux de $-xR$, xRR', $-xRR'R''$ &c., ou (puisque xR est positif) de -1, R', $-R'R''$, $R'R''R'''$ &c.

D'après ces déterminations on aura donc pour la valeur de l'arc hyperbolique (en changeant le signe de φ)

$$-\frac{B}{2p^2}\left[x' + \frac{q^2}{2p'^2}x'' + \frac{q^2 q'^2}{2p'^2 \times 2p''^2}x''' + \text{\&c.} + \frac{q^2 q'^2 \ldots\ldots}{2p'^2 \times 2p''^2 \ldots \times 2'r^2}\xi\right]$$

$$-\frac{D}{rs^2}\cot.\varphi + \left(\frac{C}{r} + \frac{D}{2r^3} + f\right)\varphi - (f\sin.\varphi$$

$$+ g\sin.\varphi^3 + \text{\&c.})\cos.\varphi;$$

& cômme cette formule devient nulle lorsque $x = 1$ (ce que nous allons démontrer) il s'ensuit qu'elle représentera exactement l'arc hyperbolique pris depuis le sommet de l'hyperbole, & qui répondra à l'abscisse x comptée depuis le centre sur le grand axe.

29. Pour voir ce que cette formule donne lorsque $x=1$, auquel cas on a $x' = \infty$, il faut chercher les expressions de x'', x''' &c. ξ en x', & pour cela il faut commencer par chercher celles des radicaux R', R'' &c. Or puisque à $x=1$,

répond $x' = \infty$, il est d'abord clair que dans l'expression de x^2 en x'^2 il faut donner au radical R' une valeur positive;

ayant $x^2 = \frac{1 + q^2 x'^2 - R'}{2p^2}$, & $R' = \sqrt{(1 - p'^2 x'^2)(1 - q'^2 x'^2)}$,

on aura lorsque $x' = \infty$, $R' = p' q' x'^2 - \frac{p'^2 + q'^2}{2p' q'}$; de sorte qu'à cause de $p' q' = q^2$, la valeur de x^2 sera

$\frac{2q^2 + p'^2 + q'^2}{4p^2 q^2}$; mais $p'^2 + q'^2 = 4p^2 - 2q^2$; donc

$x^2 = \frac{1}{q^2} = 1.$

Au contraire, puisque à $x' = \infty$, il répond aussi $x'' = \infty$, il faudra dans l'expression de x''^2 en x'^2 donner au radical R'' une valeur négative; car en prenant sa valeur positive on trouveroit aussi $x'^2 = \frac{1}{q'^2}$, & par la même raison il faudra prendre négativement les valeurs de tous les radicaux suivans R''', R'''' &c:

On aura donc, lorsque $x = 1$, & x', x'' &c: infinis,

$$R' = p' q' x'^2 - \frac{p'^2 + q'^2}{2p' q'},$$

$$R'' = - p'' q'' x''^2 + \frac{p''^2 + q''^2}{2p'' q''},$$

$$R''' = - p''' q''' x'''^2 + \frac{p'''^2 + q'''^2}{2p''' q'''} \text{ \&c:},$$

& ces valeurs étant substituées dans les expressions

$$x'' = \frac{x' R'}{1 - q'^2 x'^2},\quad x''' = \frac{x'' R''}{1 - q''^2 x''^2} \text{ \&c.},$$

on aura (en rejetant les termes que la supposition de x', x'' &c. infinis rend nuls)

$$x'' = -\frac{p'}{q'} x',$$

$$x''' = \frac{p''}{q''} x'' = -\frac{p' p''}{q' q''} x',$$

$$x'''' = \frac{p'''}{q'''} x''' = -\frac{p' p'' p'''}{q' q'' q'''} x' \text{ \&c.};$$

donc aussi $\xi = -\frac{p' p'' p''' \ldots {}^{\prime}r}{q' q'' q''' \ldots {}^{\prime}s}$. Par conséquent, à cause de $p' q' = q^2$, $p'' q'' = q'^2$, $p''' q''' = q''^2$ &c.

les termes $\frac{q^2}{2p'^2} x''$, $\frac{q^2 q'^2}{2p'^2 \times 2p''^2} x'''$ &c. deviendront

$-\frac{x'}{2}$, $-\frac{x'}{4}$ &c. & le terme $\frac{q^2 q'^2 \ldots}{2p'^2 \times 2p''^2 \ldots \times 2{}^{\prime}r^2} \xi$

deviendra $-\frac{x'}{2^{\mu} - 1}$, en supposant $\xi = x^{(\mu)}$.

D'un autre côté, puisque sin. $\varphi = \frac{1}{s\xi}$, on a, lorsque $\xi = \infty$, $\varphi = 0$, donc

$$\text{cot. } \varphi = \frac{\text{cos. } \varphi}{\text{sin. } \varphi} = \frac{1}{\text{sin. } \varphi} = s\xi = -s \frac{p' p'' \ldots {}^{\prime}r}{q' q'' \ldots {}^{\prime}s};$$ donc,

comme $D = B \times \frac{q^2 q'^2 \ldots \backslash s^2}{2p^2 \times 2p'^2 \ldots \times 2\backslash r^2}$, & que $sr = \backslash s^2$, on aura $\frac{D}{rs^2} \cot. \varphi = - \frac{Bx'}{2p^2 \times 2^{\mu - 1}}$.

La formule de l'article précédent deviendra donc par ces substitutions

$$- \frac{Bx'}{2p^2} \left(1 - \tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{4} - \&c. - \frac{1}{2^{\mu - 1}} \right) + \frac{Bx'}{2p^2} \cdot \frac{1}{2^{\mu - 1}},$$

dont la valeur est évidemment nulle, puisque

$$1 - \tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{4} - \&c. - \frac{1}{2^{\mu - 1}} = \frac{1}{2^{\mu - 1}}.$$

30. Au reste pour éviter l'embarras que peuvent causer, dans le calcul de la longueur des arcs hyperboliques, les valeurs fort grandes des quantités x', x'' &c. près du sommet de l'hyperbole où x diffère peu de 1, on peut employer la transformation indiquée dans l'art. 16, par le moyen de laquelle la différentielle à intégrer se trouvera réduite à une autre de la même forme, mais dont la variable sera renfermée pour toute l'étendue de l'hyperbole entre 0 & 1.

Pour cet effet on fera dans les formules de l'article que nous venons de citer, $y = x$, $f = 1$, $p = e$, $q = 1$; & prenant les signes inférieurs, on aura par la nouvelle variable u l'expression

$$u = \frac{\sqrt{(1 - e^2 x^2)(1 - x^2)}}{e^2 x^2 - 1} = \frac{\sqrt{(e^2 x^2 - 1)(x^2 - 1)}}{e^2 x^2 - 1} = \sqrt{\left\{ \frac{x^2 - 1}{e^2 x^2 - 1} \right\}}$$

qu'on voit être $= 0$ lorsque $x = 1$, & $= \frac{1}{e}$ lorsque $x = \infty$; de sorte que la valeur de u commencera avec l'arc hyperbolique, & ira ensuite en augmentant avec lui jusqu'au maximum $u = \frac{1}{e}$ qui répondra à la branche infinie de l'hyperbole.

Par cette substitution la différentielle $\frac{(e^2 x^2 - 1)\, dx}{\sqrt{(1 - e^2 x^2)(1 - x^2)}}$ sera transformée en

$\frac{(e^2 u^2 - 1)\, du}{\sqrt{(1 - e^2 u^2)(1 - u^2)}} + 2Q dt$, en supposant que la fonction $e^2 x^2 - 1$ devienne $P + Q\sqrt{(s^2 - 4t)}$, par la substitution de $\frac{s + \sqrt{(s^2 - 4t)}}{2}$ à la place de x^2, & faisant $t = xu$, $s = 1 + e^2 t$, à cause de $f = 1$, & $F = 0$; ce qui donnera $Q = \frac{e^2}{2}$, & par conséquent $2Q dt - e^2 d.\, xu$.

Ainsi l'arc hyperbolique répondant à l'abscisse x sera égal à la quantité algébrique $e^2 x u = \frac{e^2 x \sqrt{(x^2 - 1)}}{\sqrt{(e^2 x^2 - 1)}}$; moins l'intégrale de $\frac{(1 - e^2 u^2)\, du}{\sqrt{(1 - e^2 u^2)(1 - u^2)}}$ prise depuis $u = 0$. Et il est évident que cette différentielle rentre dans le cas de celle de l'arc elliptique, dont nous avons donné l'intégrale dans l'art. 23; car si on fait $u = \frac{y}{e}$, elle devient $\frac{(1 - y^2)\, dy}{e\sqrt{(1 - y^2)(1 - \frac{y^2}{e^2})}}$

en sorte qu'il n'y aura qu'à supposer dans les formules de cet article $A = \frac{1}{e}$, $B = -\frac{1}{e}$, $p = 1$, $q = \frac{1}{e}$, $x = y = eu$; & prendre l'intégrale depuis $y = 0$ jusqu'à $y = 1$ pour toute la longueur de l'arc hyperbolique.

A l'égard de la partie algébrique $\frac{e^2 x \sqrt{(x^2 - 1)}}{\sqrt{(e^2 x^2 - 1)}}$, il n'est pas difficile de voir qu'elle représente la tangente à l'hyperbole prise entre le point de contact, & la rencontre de la perpendiculaire menée du centre de l'hyperbole sur la même tangente. Car la partie de la tangente prise entre la courbe & l'axe est $\frac{\sqrt{(e^2 x^2 - 1)} \times \sqrt{(x^2 - 1)}}{x}$, & la partie entre l'axe & la perpendiculaire est $\frac{\sqrt{(x^2 - 1)}}{x \sqrt{(e^2 x^2 - 1)}}$, dont la somme est $\frac{e^2 x \sqrt{(x^2 - 1)}}{\sqrt{(e^2 x^2 - 1)}}$.

Ainsi l'intégrale de $\frac{(1 - y^2)\, dy}{e \sqrt{(1 - y^2)\left(1 - \frac{y^2}{e^2}\right)}}$ exprimera proprement la différence, ou l'excès de la tangente prise entre la courbe & la perpendiculaire menée du centre, sur l'arc hyperbolique qui répond à cette tangente.

31. Nous avons employé jusqu'ici pour la rectification de l'ellipse & de l'hyperbole, les transformations qui servent à augmenter l'inégalité des facteurs sous le signe; nous allons maintenant faire usage de celles qui diminuent cette inégalité,

& que nous avons exposées dans l'article 11, & les suivans; & nous les appliquerons d'abord en général à la formule

$$\frac{(A + Bx^2)\,dx}{\sqrt{(1 - p^2 x^2)(1 - q^2 x^2)}}.$$

On fera donc

$$'p = \frac{p + q}{2}, \quad 'q = \sqrt{pq},$$

$$''p = \frac{'p + 'q}{2}, \quad ''q = \sqrt{'p\,'q},$$

&c.

$$'x^2 = \frac{'q^2 x^2 + 1 - R}{2\,'p^2}, \quad ''x^2 = \frac{''q^2\,'x^2 + 1 - 'R}{2\,''p^2}, \text{ \&c.}$$

en supposant

$$R = \sqrt{(1 - p^2 x^2)(1 - q^2 x^2)},$$

$$'R = \sqrt{(1 - 'p^2\,'x^2)(1 - 'q^2\,'x^2)}, \text{ \&c.}$$

ce qui donnera

$$x = \frac{'x\,'R}{1 - 'q^2\,'x^2}, \quad 'x = \frac{''x\,''R}{1 - ''q^2\,''x^2}, \text{ \&c.}$$

$$\frac{dx}{R} = \frac{d\,'x}{'R} = \frac{d\,''x}{''R} =, \text{ \&c.}$$

& par l'article 13

$$\frac{x^2dx}{R} = \frac{dx}{{}'q^2} - \frac{(1 - 2\,{}'p^2\,{}'x^2)\,d\,{}'x}{{}'q^2\,{}'R}, \text{ \&c.};$$

où les nouvelles variables ${}'x$, ${}''x$, &c. seront nécessairement réelles ainsi que les quantités radicales ${}'R$, ${}''R$ &c. (art. 12).

Ainsi la différentielle $\frac{(A + Bx^2)\,dx}{R}$ deviendra successivement

$$\frac{({}'A + {}'B\,{}'x^2)\,{}'dx}{{}'R} + \frac{Bdx'}{{}'q^2},$$

$$\frac{({}''A + {}''B\,{}''x^2)\,d''x}{{}''R} + \frac{Bdx}{{}'q^2} + \frac{{}'B\,d\,{}'x}{{}''q^2},$$

$$\frac{({}'''A + {}'''B\,{}'''x^2)\,d'''x}{{}'''R} + \frac{Bdx}{{}'q^2} + \frac{{}'B\,d\,{}'x}{{}''q^2} + \frac{{}''B\,d''x}{{}'''q^2},$$

& ainsi de suite, en faisant pour abréger

$${}'A = A - \frac{B}{{}'q^2},\ {}''A = {}'A - \frac{{}'B}{{}''q^2},\ {}'''A = {}''A - \frac{{}''B}{{}'''q^2}$$

&c.

$${}'B = B\,\frac{2\,{}'p^2}{{}'q^2},\ {}''B = {}'B\,\frac{2\,{}''p^2}{{}''q^2},\ {}'''B = {}''B\,\frac{2\,{}'''p}{{}'''q^2} \text{ \&c.}$$

De sorte que si ξ est un terme quelconque de la série x, ${}'x$, ${}''x$ &c., ξ' le terme qui le précède dans la même série, & r, s les deux termes correspondans des séries p, ${}'p$, ${}''p$ &c., q, ${}'q$, ${}''q$

&c., r', s' les termes qui les précèdent; la différentielle proposée sera transformée en celle-ci

$$\frac{B}{{}^{\backprime}q^2}\left[dx+\frac{2{}^{\backprime}p^2}{{}^{\backprime\backprime}q^2}d{}^{\backprime}x+\frac{2{}^{\backprime}p^2\times 2{}^{\backprime\backprime}p^2}{{}^{\backprime\backprime}q^2\,{}^{\backprime\backprime\backprime}q^2}d{}^{\backprime\backprime}x+\&c.+\frac{2{}^{\backprime}p^2\times 2{}^{\backprime\backprime}p^2\times\ldots\times 2r'^2}{{}^{\backprime\backprime}q^2\,{}^{\backprime\backprime\backprime}q^2\ldots\ldots s^2}d\xi'\right]$$

$$+\frac{(C+D\xi^2)\,d\xi}{\sqrt{(1-r^2\xi^2)(1-s^2\xi^2)}}$$

dans laquelle on aura

$$C=A+\frac{B}{{}^{\backprime}q^2}\left[1+\frac{2{}^{\backprime}p^2}{{}^{\backprime\backprime}q^2}+\frac{2{}^{\backprime}p^2\times 2{}^{\backprime\backprime}p^2}{{}^{\backprime\backprime}q^2\,{}^{\backprime\backprime\backprime}q^2}+\&c.+\frac{2{}^{\backprime}p^2\times 2{}^{\backprime\backprime}p^2\times\ldots\times 2r'^2}{{}^{\backprime\backprime}q^2\,{}^{\backprime\backprime\backprime}q^2\ldots s^2}\right]$$

$$D=B\times\frac{2{}^{\backprime}p^2\times 2{}^{\backprime\backprime}p^2\times 2{}^{\backprime\backprime\backprime}p^2\ldots\ldots\times 2r^2}{{}^{\backprime}q^2\,{}^{\backprime\backprime}q^2\,{}^{\backprime\backprime\backprime}q^2\ldots\ldots s^2}$$

32. Pour l'ellipse on fera comme dans l'article 23, $A=1$, $B=-e^2$, $p=1$, $q=e<1$; & les nombres p, ${}^{\backprime}p$, ${}^{\backprime\backprime}p$ &c: r, q, ${}^{\backprime}q$, ${}^{\backprime\backprime}q$ &c: s formeront donc deux séries, la première descendante depuis l'unité & la seconde ascendante depuis la valeur de l'excentricité, lesquelles se trouveront toujours séparées par un intervalle qui ira en diminuant de plus en plus, en sorte que les termes r & s seront renfermés entre 1 & e, & approcheront d'autant plus de l'égalité que le nombre des termes qui les précèdent sera plus grand.

Et il est facile de se convaincre par le calcul que quelque petite que soit la valeur de e, peu de termes suffiront pour rendre les valeurs de r & s presque égales.

Or dans l'ellipse on a $x^2 =$ ou < 1; donc $'q^2\,x^2$ sera < 1; en sorte que $1 - 'q^2\,x^2$ sera > 0; mais $(1 - 'q^2\,x^2)^2 = R^2 + (p - q)^2\,x^2$, comme on peut s'en convaincre par le calcul, à cause de $'q^2 = pq$; donc $1 - 'q^2\,x^2 > R$, & $'q^2\,'x^2 + R < 1$;

ainsi comme $'x^2 = \frac{'q^2 x^2 + 1 - R}{2\,'p^2}$, on aura $'p^2\,'x^2 =$

$\frac{'q^2\,x^2 + 1 - R}{2} < \frac{'q^2\,x^2 + 1 + R}{2} < 1$. D'où l'on voit que

$'q^2\,x^2$ étant < 1, on aura nécessairement $'p^2\,'x^2 < 1$, & cela soit qu'on prenne dans la valeur de $'x^2$ le radical R positif ou négatif.

Or $''q^2$ étant $< 'p^2$, on aura donc aussi $''q^2\,'x^2 < 1$, & de là on trouvera par un raisonnement semblable $''p^2\,''x^2 < 1$; & ainsi de suite. Donc $r^2\,\xi^2 < 1$, & à plus forte raison $s^2\,\xi^2 < 1$.

On pourra donc supposer $r\xi =$ sin. φ, ce qui changera la différentielle $\frac{(C + D\xi^2)\,d\xi}{\sqrt{(1 - r^2\,\xi^2)\,(1 - s^2\,\xi^2)}}$ en celle-ci

$$\frac{\left(\frac{C}{r} + \frac{D}{r^3}\,\text{sin. }\varphi^2\right) d\varphi}{\sqrt{1 - \frac{s^2\,\text{sin. }\varphi^2}{r^2}}} = \frac{\left(\frac{C}{r} + \frac{D}{r^3}\right)\frac{d\varphi}{\text{cos. }\varphi} - \frac{D}{r^3}\,\text{cos.}\varphi d\varphi}{\sqrt{1 + \frac{r^2 - s^2}{r^2}\,\text{tang. }\varphi^2}},$$

qui sera, comme l'on voit, toujours

$$< \left(\frac{C}{r} + \frac{D}{r^3}\right)\frac{d\varphi}{\text{cos. }\varphi} - \frac{D}{r^3}\,\text{cos. }\varphi d\varphi,$$

dont l'intégrale est

$$\left(\frac{C}{r} + \frac{D}{r^3}\right) l.\ \text{tang.}\ (45^\circ + \tfrac{1}{2}\phi) - \frac{D}{r^3}\ \text{sin.}\ \varphi.$$

De même en faisant $s\xi = \psi$, on aura la transformée

$$\frac{\left(\frac{C}{s} + \frac{D}{s^3}\right)\frac{d\psi}{\cos\psi} - \frac{D}{s^3}\sin\psi\, d\psi}{\sqrt{1 - \frac{r^2 - s^2}{s^2}\tan\psi^2}}$$

qui sera par conséquent > $\left(\frac{C}{s} + \frac{D}{s^3}\right)\frac{d\psi}{\cos.\psi} - \frac{D}{s^3}\cos.\psi d\psi$,

dont l'intégrale est pareillement $\left(\frac{C}{s} + \frac{D}{s^3}\right) l.\ \text{tang.} (45^\circ + \psi)$ $- \frac{D}{s^3}$ sin. ψ. De sorte qu'on aura par ce moyen deux limites entre lesquelles la valeur de l'intégrale de la différentielle en question sera nécessairement renfermée, & qui seront d'autant plus resserrées que les coëfficiens r & s seront moins inégaux.

Mais pour avoir une intégrale plus approchée, on emploiera les séries; & pour cet effet il sera à propos de faire

$\xi\sqrt{\frac{r^2 + s^2}{2}} = \sin.\ \varphi$, ce qui réduira la différentielle

$$\frac{(C + D\xi^2)\, d\xi}{\sqrt{(1 - r^2\xi^2)(1 - s^2\xi^2)}}$$

à cette forme

$$\frac{\left(\frac{\beta}{\cos.\,\varphi} + \gamma \cos.\,\varphi\right) d\varphi}{\sqrt{(1 - \alpha^2 \operatorname{tang}.\,\varphi^4}}$$

en supposant

$$\alpha = \frac{r^2 - s^2}{r^2 + s^2}, \beta = C\sqrt{\frac{2}{r^2+s^2}} + D\left(\frac{2}{r^2+s^2}\right)^{\frac{3}{2}}, \gamma = -D\left(\frac{2}{r^2+s^2}\right)^{\frac{3}{2}}$$

Or le coëfficient α^2 étant fort petit, on pourra réduire en série le radical $\sqrt{1 - \alpha^2 \operatorname{tang}.\,\varphi^4}$;

de sorte que la différentielle deviendra

$$\left(\frac{\beta}{\cos.\,\varphi} + \gamma \cos.\,\varphi\right)\left(1 + \frac{\alpha^2}{2} \operatorname{tang}.\,\varphi^4 + \frac{3\,\alpha^4}{2.\,4} \operatorname{tang}.\,\varphi^8\right.$$
$$\left. + \frac{3.\,5\,\alpha^6}{2.\,4.\,6} \operatorname{tang}.\,\varphi^{12} + \&c.\right) d\varphi,$$

laquelle, à cause de

$$\frac{\operatorname{tang}.\,\varphi^m}{\cos.\,\varphi} = (\operatorname{tang}.\,\varphi^m + \operatorname{tang}.\,\varphi^{m+2}) \cos.\,\varphi,$$

est réductible à cette forme plus simple

$$\frac{\beta\, d\varphi}{\cos.\varphi} + (\gamma + \frac{\alpha^2}{2}(\beta+\gamma) \operatorname{tang}.\varphi^4 + \frac{\alpha^2}{2}\beta \operatorname{tang}.\varphi^6 + \frac{3\,\alpha^4}{2.\,4}(\beta+\gamma) \operatorname{tang}.\varphi^8$$
$$+ \frac{3\alpha^4}{2.\,4}\beta \operatorname{tang}.\varphi^{10} + \frac{3.\,5\alpha^6}{2.\,4.\,6}(\beta+\gamma) \operatorname{tang}.\,\varphi^{12} + \&c.) \cos.\,\varphi d\varphi,$$

& aura pour intégrale

$$a \log.\operatorname{tang}.\,(45^\circ + \tfrac{\varphi}{2}) + (\beta + \gamma - a + f \operatorname{tang}.\,\varphi^2 + g \operatorname{tang}.\varphi^4$$
$$+ h \operatorname{tang}.\,\varphi^6 + i \operatorname{tang}.\,\varphi^8 + \&c.) \sin.\,\varphi$$

en faisant

$$\alpha = \beta - \tfrac{1}{2} \cdot \frac{\alpha^2}{2} (\beta + \gamma) + \frac{3 \cdot 5}{2 \cdot 4} \cdot \frac{\alpha^2}{2} \beta - \frac{3 \cdot 5 \cdot 7}{2 \cdot 4 \cdot 6} \cdot \frac{3\alpha^4}{2 \cdot 4} (\beta + \gamma)$$

$$+ \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8} \cdot \frac{3\alpha^4}{2 \cdot 4} \beta - \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10} \cdot \frac{3 \cdot 5 \cdot \alpha^6}{2 \cdot 4 \cdot 6} (\beta + \gamma) + \&c.$$

$$f = \tfrac{1}{2} \cdot \frac{\alpha^2}{2} (\beta + \gamma - \frac{5}{2 \cdot 4} \cdot \frac{\alpha^2}{2} \beta + \frac{5 \cdot 7}{2 \cdot 4 \cdot 6} \cdot \frac{3\alpha^4}{2 \cdot 4} (\beta + \gamma) - \&c.$$

$$g = \tfrac{1}{4} \cdot \frac{\alpha^2}{2} \beta - \frac{7}{4 \cdot 6} \cdot \frac{3\alpha^4}{2 \cdot 4} (\beta + \gamma) + \&c.$$

$$h = \tfrac{1}{6} \cdot \frac{3\alpha^4}{2 \cdot 4} (\beta + \gamma) - \&c.$$

&c.

33. Cette expression n'est sujette à aucune ambiguité de la part de la valeur de φ, car on voit qu'elle demeure la même en augmentant ou diminuant φ d'un multiple quelconque de la circonférence, & si on vouloit mettre $180^\circ \pm \varphi$ à la place de φ, alors tang. $(45^\circ + \frac{\varphi}{2})$ deviendroit négative, & son logarithme imaginaire; c'est pourquoi il faudra toujours prendre pour φ l'angle tabulaire qui répond au sinus $r\xi$.

A l'égard des radicaux $'R$, $''R$ &c. on pourra les prendre à volonté positifs ou négatifs; seulement il faudra avoir soin de donner ensuite aux quantités $'x$, $''x$ &c. les signes convenables d'après les formules de l'article 31. En prenant ces radicaux positivement, toutes les quantités $'x$, $''x$ &c. ξ seront positives, & deviendront nulles lorsque $x = 0$ comme on le

voit par les formules de l'article cité; on aura donc aussi $\varphi_{,} = 0$ lorsque $x = 0$; & comme l'intégrale précédente devient aussi nulle dans ce cas, on aura donc pour l'arc elliptique répondant à l'abscisse x prise depuis le centre de l'ellipse sur le grand axe cette expression complète

$$\frac{B}{{}^{\backprime}q^2}\left(x + \frac{2\,{}^{\backprime}p^2}{{}^{\backprime\backprime}q^2}\,{}^{\backprime}x + \frac{2\,{}^{\backprime}p^2 \times 2\,{}^{\backprime\backprime}p^2}{{}^{\backprime\backprime}q^2\,{}^{\backprime\backprime\backprime}q^2}\,{}^{\backprime\backprime}x^2 + \&c: + \frac{2\,{}^{\backprime}p^2 \times 2\,{}^{\backprime\backprime}p^2 \,..\, 2r'^2}{{}^{\backprime\backprime}q^2\,{}^{\backprime\backprime\backprime}q^2 \ldots s^2}\,\xi'\right)$$

$$+ a \text{ log. tang. } (45^\circ + \tfrac{\varphi}{2}) + (\beta + \gamma - a + f \text{ tang. } \varphi^2$$

$$+ g \text{ tang. } \varphi^4 + \&c.)\text{ sin. } \varphi.$$

Pour avoir le quart entier de l'ellipse on fera $x = 1$, ce qui donne $R = 0$, & ${}^{\backprime}x^2 = \frac{{}^{\backprime}q^2 + 1}{2\,{}^{\backprime}p^2}$, donc ${}^{\backprime}p^2\,{}^{\backprime}x^2 = \frac{{}^{\backprime}q^2 + 1}{2} < 1$; & de même les autres quantités ${}^{\backprime\backprime}p^2\,{}^{\backprime\backprime}x^2$ &c. seront de plus en plus au-dessous de l'unité; ce qu'on peut démontrer généralement ainsi.

Puisque ${}^{\backprime}p^2\,{}^{\backprime}x^2 = \frac{{}^{\backprime}q^2 x^2 + 1 - R}{2}$ & ${}^{\backprime}q^2\,{}^{\backprime}x^2 < 1 - R$; (artic. 32) on aura ${}^{\backprime}p^2\,x^2 < 1 - R$; mais $R > -p^2 x^2$, à cause de $p^2 > q^2$; donc ${}^{\backprime}p^2\,{}^{\backprime}x^2 < p^2 x^2$; & de la même manière on prouvera ${}^{\backprime\backprime}p^2\,{}^{\backprime\backprime}x^2 < {}^{\backprime}p^2\,{}^{\backprime}x^2$ &c.; de sorte que les quantités px, ${}^{\backprime}p\,{}^{\backprime}x$, ${}^{\backprime\backprime}p\,{}^{\backprime\backprime}x$ &c. $r\xi$ formeront une série décroissante. Ainsi lors même que $px = 1$, la valeur de $r\xi$ sera toujours moindre que 1, par conséquent l'angle φ sera moindre que 90° & d'autant moindre que le terme $r\xi$ sera plus éloigné de px; ainsi on n'aura jamais à craindre que l'expression précédente contienne des termes infinis, & devienne par conséquent fautive.

34. Pour l'hyperbole on fera, comme dans l'article 27, $A = -1$, $B = e^2$, $p = e^2 > 1$, $q = 1$; ainsi les nombres p, ${}'p$, ${}''p$ &c: r iront en diminuant depuis la valeur de e, & les nombres q, ${}'q$, ${}''q$ &c. s iront en augmentant depuis l'unité, en sorte que ceux-là s'approcheront de plus en plus de ceux-ci, mais en demeurant toujours plus grands; cependant la différence sera bientôt si petite qu'on pourra regarder r & s comme presque égales.

Maintenant on a dans l'hyperbole $x^2 =$ ou > 1; donc ${}'q^2 x^2 - 1 > 0$; par conséquent, puisque $({}'q^2 x^2 - 1)^2 = R^2 + (p - q)^2 x^2$ on aura ${}'q^2 x^2 - 1 > R$, & $1 + R < {}'q^2 x^2$.

$$\text{Or } {}'x^2 = \frac{{}'q^2 x^2 + 1 - R}{2\,{}'p^2} = \frac{({}'q^2 x^2 + 1)^2 - R^2}{2\,{}'p^2\,({}'q^2 x^2 + 1 + R)} = \frac{2x^2}{{}'q^2 x^2 + 1 + R}$$

(à cause de $({}'q^2 x^2 + 1)^2 - R^2 = (p + q)^2 x^2 = 4\,{}'p^2 x^2$);

donc ${}'x^2 > \frac{1}{{}'q^2}$, & par conséquent ${}'q^2\,{}'x^2 > 1$. Et cette même conclusion auroit lieu à plus forte raison en donnant au radical R une valeur négative puisque alors la valeur de ${}'x^2$ en deviendroit plus grande. Ayant donc ${}'q^2\,{}'x^2 > 1$, on aura aussi ${}''q^2\,{}''x^2 > 1$, & de là on prouvera par un raisonnement semblable que ${}'''q^2\,{}'''x^2 > 1$; & ainsi de suite.

Donc en général $s^2 \xi^2 > 1$, & à plus forte raison $r^2 \xi^2 > 1$.

On pourra donc supposer $r\xi = \frac{1}{\sin.\varphi}$, ou $s\xi = \frac{1}{\sin.\psi}$, & l'on trouvera comme dans l'article 32 que la différentielle

$$\frac{(C + D\xi^2)\,d\xi}{\sqrt{(1 - r^2\xi^2)(1 - s^2\xi^2)}}$$

sera renfermée entre ces deux-ci

$$-\left(\frac{C}{r} + \frac{D}{r^3\,\text{sin.}\,\varphi^2}\right)\frac{d\varphi}{\text{cos.}\,\varphi}\ \&\ -\left(\frac{C}{s} + \frac{D}{s^3\,\text{sin.}\,\psi^2}\right)\frac{d\psi}{\text{cos.}\,\psi},$$

dont les intégrales sont

$$\left(\frac{C}{r} + \frac{D}{r^3}\right)\text{log. tan.}\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right) + \frac{D}{r^3\,\text{sin.}\,\varphi},\ \&$$

$$\left(\frac{C}{s} + \frac{D}{s^3}\right)\text{log. tan.}\left(45^\circ - \frac{\psi}{2}\right) + \frac{D}{s^3\,\text{sin.}\,\psi}.$$

Mais pour avoir une intégrale plus approchée, on fera $\xi\sqrt{\frac{r^2 + s^2}{2}} = \frac{1}{\text{sin.}\,\varphi}$; & la différentielle

$$\frac{(C + D\xi^2)\,d\xi}{\sqrt{(1 - r^2\xi^2)(1 - s^2\xi^2)}}$$

deviendra par cette substitution

$$\frac{\left(-\frac{\beta}{\text{cos.}\,\varphi} + \frac{\gamma\,\text{cos.}\,\varphi}{\text{sin.}\,\varphi^2}\right)d\varphi}{\sqrt{1 - \frac{\alpha^2}{\text{cos.}\,\varphi^4}}}$$

en conservant les valeurs de α, β, γ, de l'article 32. Ainsi puisque α^2 est une quantité fort petite, on pourra réduire en série le radical, ce qui donnera cette transformée

$$\left(-\frac{\beta}{\cos.\varphi}+\frac{\gamma\cos\varphi}{\sin.\varphi^2}\right)\left(1+\tfrac{1}{2}.\frac{\alpha^2}{\cos.\varphi^4}+\tfrac{1.3}{2.4}.\frac{\alpha^4}{\cos\varphi^8}+\tfrac{1.3.5}{2.4.6}\frac{\alpha^6}{\cos.\varphi^{12}}+\&c.\right)d\varphi,$$

laquelle peut-être changée en celle-ci

$$-\frac{\beta' \varphi}{\cos.\varphi}+\left(\gamma\cos.\varphi+\frac{\alpha^2}{2}.\frac{\beta+\gamma}{\cos\varphi^3}-\frac{\alpha^2}{2}.\frac{\beta}{\cos.\varphi^5}+\frac{3\alpha^4}{2.4}.\frac{\beta+\gamma}{\cos\varphi^7}\right.$$

$$\left.-\frac{3\alpha^4}{2.4}.\frac{\beta}{\cos.\varphi^9}+\frac{35\alpha^6}{2.4.6}.\frac{\beta+\gamma}{\cos.\varphi^{11}}-\&c.\right)\frac{d\varphi}{\sin.\varphi^2},$$

dont l'intégrale sera de la forme

$$a\ \text{log. tan.}\ (45^\circ-\tfrac{\varphi}{2})-(\beta+\gamma-a-\frac{f}{\cos.\varphi^2}+\frac{g}{\cos.\varphi^4}$$

$$-\frac{h}{\cos.\varphi^6}+\frac{i}{\cos.\varphi^8}-\&c.)\frac{1}{\sin.\varphi},$$

en conservant les expressions des quantités a, f, g, h, &c. données dans l'article 32.

35. Comme l'arc hyperbolique ne commence qu'au point ou $x=1$, il faudra pour avoir la valeur exacte de l'arc qui répond à une abscisse quelconque x, retrancher de l'intégrale la valeur qui répond à $x=1$. Ainsi en supposant

$$X=\frac{B}{'q^2}\left[x+\frac{2'p^2}{''q^2}\,'x+\frac{2'p^2\times 2''p^2}{''q^2\,'''q^2}\,''x^2+\&c.\right.$$

$$\left.+\frac{2'p^2\times 2''p^2\ldots 2r'^2}{''q^2\,'''q^2\ldots s^2}\,\xi'\right]$$

$$+ a \log. \tan. (45^\circ - \tfrac{\varphi}{2}) - (\beta + \gamma - a - \frac{f}{\cos. \varphi^2}$$

$$+ \frac{g}{\cos. \varphi^4} - \frac{h}{\cos. \varphi^6} + \&c.) \frac{i}{\sin. \varphi},$$

& nommant K la valeur de X lorsque x y devient $= 1$, on aura X — K pour l'expression complète de l'arc hyperbolique qui répond à l'abscisse x prise depuis le centre sur le grand axe.

Quant à l'angle φ on prendra celui qui dans les tables répond au sinus $\frac{1}{\xi \sqrt{(\frac{r^2 + s^2}{2})}}$; & comme nous avons vu que $r^2 \xi^2$ & $s^2 \xi^2$ sont toujours > 1, il s'ensuit que cet angle sera dans tous les cas moindre que 90°, en sorte que tang. $(45^\circ - \frac{\varphi}{2})$ & cos. φ ne seront jamais nuls.

Pour les radicaux $'R$, $''R$ &c: il sera libre de les prendre positivement ou négativement, pourvu qu'on ait soin de donner les signes convenables aux quantités $'x$, $''x$ &c:, d'aprés les formules de l'article 31. Mais en les prenant tous négativement on aura l'avantage que les valeurs de $'x^2$ $''x^2$ &c: seront plus grandes, & qu'ainsi l'angle φ sera moindre; de plus les valeurs de $'x$, $''x$ &c: ξ seront alors toutes positives, puisque $1 - 'q^2\,'x^2$, $1 - ''q^2\,''x^2$ &c: sont nécessairement négatives.

On pourroit enfin faire servir aussi pour l'hyperbole les résultats trouvés précédemment pour l'ellipse; en employant la transformation indiquée dans l'article 30; il n'y auroit pour cela qu'à faire dans la formule générale de l'article 33 $A = \frac{1}{e}$ $B = -\frac{1}{e}$, $p = 1$, $q = \frac{1}{e}$, & mettre au lieu de x, $e\sqrt{\left(\frac{x^2 - 1}{e^2 x^2 - 1}\right)}$; cette formule donneroit alors pour une abscisse quelconque x, l'excès de la tangente prise entre la courbe & la perpendiculaire menée du centre sur l'arc hyperbolique qui répond à cette tangente.

Berlin 25. juin 1785.

DE L'UTILITÉ DES PROJECTIONS ORTHOGRAPHIQUES EN GÉNÉRAL

ET PLUS PARTICULIÈREMENT POUR ENTAMER LA RECHERCHE DE L'ORBITE DES COMÈTES, ET POUR DÉCOUVRIR CELLES DONT ON ATTEND LE RETOUR

PAR M.r L'ABBÉ DE CALUSO

Les projections orthographiques sont les plus simples: il ne s'agit que d'imaginer de chaque point dont on demande la projection, des perpendiculaires au plan sur lequel on la veut. Les points où elles tombent, représentent ceux d'où elles partent. Cette manière de dessiner sur une surface plane des choses qui ne se trouvent point toutes dans un même plan, est trop naturelle pour n'être pas aussi ancienne que la géométrie & l'architecture. Par son moyen on voit tout de suite la solution de plusieurs problèmes de la sphère, tels que ceux des arcs sémidiurnes, des amplitudes, du crépuscule &c. Tous les Astronomes savent l'usage qu'on en fait pour la détermination graphique des éclipses: Mr. de la Caille l'a employée à celle des longitudes sur mer: on s'en sert pour substituer deux courbes sur deux plans à une à double courbure: en un mot elle est aussi connue qu'utile. Cependant il me semble qu'on pourroit encore en tirer un plus grand parti, en y ayant recours plus qu'on n'a coûtume de faire. Lu le 7 août 1785.

C'est pourquoi je commencerai par remarquer en général dans l'usage des projections deux avantages bien réels, l'un

pour la théorie, l'autre pour la pratique; pour la théorie il aide à l'imagination, & réduit grand nombre de recherches qui la fatigueroient, à des problèmes de la géométrie la plus commune; pour la pratique il fournit des solutions graphiques très-utiles, soit pour nous diriger, redresser, rassurer dans beaucoup de longs calculs, indispensables quand on veut de l'exactitude, soit pour nous les épargner lorsqu'on ne peut attendre, ou que l'on ne souhaite point une détermination plus exacte que celles des mesures avec le compas.

On pourroit en donner une infinité d'exemples en parcourant toute l'étendue des Mathématiques; & je ne doute point qu'on n'en trouvât de plus lumineux & de plus concluans que ceux que je vais présenter; mais je me propose dans cet essai de me borner à l'Astronomie, & aux questions qui ont quelque rapport aux comètes.

1. Le premier problème de leur calcul est ordinairement de réduire les ascensions droites & déclinaisons observées en longitudes & latitudes. Soit (Planche II. fig. 1) EBPQR le colure des solstices, ECQ la projection de l'équateur, *e*CK celle de l'écliptique; ayant coupé R*a* égal à l'ascension droite, & mené *a*A parallèle à RC, perpendiculaire à l'équateur, que l'on coupe QG égal à la déclinaison, & sur GD, parallèle à CQ, DS : DG :: CA : CQ; S sera le point de la projection de l'astre. Que par S l'on mène NF parallèle à l'écliptique, FK sera la latitude; & coupant CL : CK :: NS : NF, la perpendiculaire L*l* donnera l'arc M*l* égal à la longitude. Nous voulons le plus souvent une détermination bien plus exacte qu'on ne doit l'espérer de cette construction graphique; mais la projection aura toujours l'avantage de réduire le

problème à un calcul de lignes droites que nous avons toutes sur un même plan.

2. Pour cela supposant le rayon $= 1$, on a DS $=$ CA.DG, $\frac{DG}{CD} =$ tang. PG, & tang. SCD $= \frac{DS}{CD} = \frac{CA.DG}{CD}$ $=$ CA. tang. PG. De même tang. SCN $= \frac{SN}{CN} = \frac{CL.NF}{CN} =$ CL tang. BF $= \frac{CL}{\text{tang. FK}}$. Mais cos. SCN $= \frac{CN}{CS}$, cos. SCD $= \frac{CD}{CS}$ & par conséquent $\frac{\text{cos. SCN}}{\text{cos. SCD}} = \frac{CN}{CD}$. Nous commencerons donc par chercher tang. SCD $=$ CA. tang. PG $=$ *sin. ascen.* $\times$ *cot. déclin.*, & ajoutant SCD à l'obliquité de l'écliptique, égale à PCB, nous aurons SCN, avec lequel nous trouverons la latitude FK, dont le sinus $=$ CN $= \frac{\text{CD. cos. SCN}}{\text{cos. SCD}}$, & la longitude dont le sinus CL $=$ tang. FK. tang. SCN.

On a ainsi la longitude & la latitude moyennant trois analogies, au lieu que Flamsteed en employoit cinq, & encore de nos jours de très-savans Astronomes en employent quatre (V. *Mémoires de l'Académie R. de Berlin* an. 1774 p. 376) malgré qu'on ne puisse regarder comme indifférente cette épargne d'une analogie qui a lieu non seulement dans le problème inverse, de réduire les longitudes & les latitudes en ascensions droites & déclinaisons, mais aussi pour conclure de l'angle horaire & de la déclinaison, l'azimut & la hauteur, & réciproquement; & que toutes ces réductions reviennent une infinité de fois dans le calcul astronomique.

3. C'est pourquoi nous croyons qu'on ne sera pas fâché de trouver ici les formules de notre solution appliquée à tous ces cas.

I.° Quand les données sont l'ascension droite & la déclinaison

1.e tang. SCD = sin. ascens. × cot. déclin.

2.e $\sin. \overline{}\text{lat.} = \frac{\text{sin. déclin.} \times \text{cos. SCN}}{\text{cos. SCD}}$.

3.e sin. long. = tang. lat. × tang. SCN.

II.° Quand les données sont la longitude & la latitude

1.e tang. SCN = sin. long. × cot. lat.

2.e $\text{sin. déclin.} = \frac{\text{sin. lat.} \times \text{cos. SCD}}{\text{cos. SCN}}$.

3.e sin. ascens. = tang. déclin. × tang. SCD.

Dans ces deux cas l'obliquité de l'écliptique est toujours la différence, ou la somme de SCN & SCD; mais pour savoir quand il faut l'ôter, ou l'ajouter à SCD, ou à SCN, aussi-bien que pour toutes les autres attentions aux différens cas de latitude boréale ou australe, & de longitude dans le p.r, le 2.d, le 3.me, ou le dernier quart de cercle &c. je crois qu'une esquisse de figure qui représente le cas individuel, vaut mieux que toutes les règles. C'est pourquoi sans en donner, nous passerons à la question des hauteurs des astres, & de leur azimut, lequel, en supposant P le zénit, B le pole de l'équateur, S la projection de l'astre, sera l'angle représenté par SPF, & par conséquent le complément de celui dont le sinus est CA. On voit que l'angle BCD = KCQ est la hauteur de l'équateur, qu'il faudra ôter, ou ajouter à SCD, ou à SCN, selon que l'indiquera une figure qui représente le cas; & l'on aura

III.° Quand on connoît l'angle horaire & la déclinaison

1.e tang. SCN = cos. angl. hor. × cot. déclin.

2.e sin. haut. = $\frac{\text{sin. déclin.} \times \text{cos. SCD}}{\text{cos. SCN}}$.

3.e cos. azim. = tang. haut. × tang. SCD.

IV.° Quand on connoît la hauteur & l'azimut

1.e tang. SCD = cos. azim. × cot. haut.

2.e sin. déclin. = $\frac{\text{sin. haut.} \times \text{cos. SCN}}{\text{cos. SCD}}$.

3.e cos. angl. hor. = tang. déclin. × tang. SCN.

4. Cette solution m'a fait penser quelquefois qu'il seroit peut-être utile de tirer des projections toute la trigonométrie sphérique. Les personnes qui en ont le plus besoin, sont si familiarisées avec l'idée des grands cercles d'une sphère projetés sur le plan qui passe par leur centre, qu'ils verront tout de suite dans le triangle sphérique projeté en ASB (fig. 2) que MN étant le sinus de AS, CE le sinus de l'angle fait par ASE avec le cercle perpendiculaire sur AC, PC : MN :: EC : SN donne 1 : sin. AS :: sin. SAB : sin. SB; & qu'en changeant les angles on auroit de même 1 : sin. AS :: sin. ASB : sin. AB. Donc, Théor. I. *Les sinus des angles sont comme les sinus des côtés opposés;* théorème qu'on étend aux triangles obliquangles en remarquant que dans les deux triangles sphériques rectangles projetés en SPD, & en SDF, on aura 1 : sin. SPD :: sin. SP : sin. SD, & 1 : sin. SFD :: sin. SF : sin. SD; donc sin. SPD sin. SP = sin. SFD sin. SF, & par conséquent dans le triangle obliquangle projeté en SFP, sin. SPF : sin. SFP :: sin. SF : sin. SP. Et si un angle est obtus, comme SFA, nous avons sin. SFA =

sin. SFD; 1 : sin. SFD :: sin. FS : sin. SD; & 1 : sin. SAD :: sin. AS : sin. SD. Donc sin. SFA. sin. FS = sin. SAD sin. AS, & par conséquent dans le triangle ASF les sinus de A & de F proportionnels à ceux des côtés opposés.

5. Il est également facile de voir que EC est le co-sinus de EAP, CN le co-sinus de AS, & SC le co-sinus de l'arc projeté en SD. Donc PC : MN :: EC : SN = sin. AS cos. SAD; 1 : sin. AD :: SC : SN = sin. AD cos. SD, & 1 : tang. AD :: CN : SN = tang. AD. cos. AS. Donc sin. AS. cos. SAD = sin. AD. cos. SD = tang. AD. cos. AS; & par conséquent dans le triangle projeté en SAD, rectangle en D, nous aurons 1° sin. AS : sin. AD :: cos. SD : cos. SAD; 2° cos. SAD : tang. AD :: cos. AS : sin. AS :: 1 : tang. AS. 3° cos. SD : cos. AS :: tang. AD : sin. AD :: 1 : cos. AD, analogies dont la dernière 1 : cos. AD :: cos. SD : cos. AS donne, Théor. II. *Le rayon au co-sinus d'un côté adjacent à l'angle droit, comme le co-sinus de l'autre côté au co-sinus de l'hypothénuse*; la seconde 1 : tang. AS :: cos. SAD : tang. AD, donne, Théor. III. *Le rayon à la tangente de l'hypothénuse, comme le co-sinus d'un des angles obliques à la tangente du côté adjacent*. Quant à la première analogie sin. AS : sin. AD :: cos. SD : cos. SAD; je remarque que par le premier Théorème ayant sin. AS : sin. AD :: 1 : sin. ASD, elle me donne 1 : sin. ASD :: cos. SD : cos. SAD, c'est-à-dire, Théor. IV. *Le rayon au sinus d'un des angles obliques, comme le co-sinus du côté adjacent au co-sinus de l'angle opposé*. Qu'on applique au triangle projeté en SPE, rectangle en E, le Théor. III., on aura tang. PS. cos. SPE = tang. PE, ce qui est le synonyme de cot. SB. sin. AB = cot. SAB. Donc

$\frac{\sin AB}{\text{tang. } B} = \frac{1}{\text{tang. } SAB}$, 1 : tang. SAB :: sin. AB : tang. SB, c'est-à-dire, Théor. V. *Le rayon à la tangente d'un angle oblique, comme le sinus du côté adjacent à la tangente du côté opposé.* Donc dans le triangle ESP, 1 : tang. ESP :: sin. SE : tang. EP, ou 1 : tang. ASB :: cos. AS : cot. SAB = tang. ASB. cos. AS = $\frac{\cos. AS}{\cot. ASB}$; & 1 : cot. SAB :: cot. ASB : cos. AS, c'est-à-dire, Théor. VI. *Le rayon à la cotangente d'un angle oblique, comme la cotangente de l'autre au cosinus de l'hypothénuse.*

6. Ces six propositions ne laissent rien à désirer pour la solution de tous les cas possibles des triangles sphériques rectangles: & pour les obliquangles je n'aurois qu'à suivre la marche ordinaire de la trigonométrie sphérique pour en avoir la résolution tirée de ces mêmes propositions & des théorèmes généraux des fonctions des angles. Mais la méthode n'ayant plus rien qui lui soit particulier, je remarquerai plutôt que le grand inconvénient de la trigonométrie sphérique ordinaire est que n'étant guère possible de garder long-tems un souvenir assez précis de toutes les analogies nécessaires, pour les employer au besoin sans hésiter, il y en a dont il n'est pas plus facile de se rappeler tout de suite la démonstration pour se rassurer, & ne point rester court, si l'on se trouve par malheur sans aucun livre, où elles soient enregistrées. Mais que l'on ait recours aux projections; pour peu que l'on soit habile, on trouvera bientôt une solution, qui ne sera pas toujours la plus élégante, mais qui tirera toujours d'embarras. Pour le voir, prenons le cas des trois côtés donnés, lequel échappant à la méthode de résoudre les triangles obliquangles par leur décomposition en deux triangles

rectangles, est assez difficile pour qu'avant Régiomontanus on n'en ait point eu de solution. Soit donc BPS (fig. 1) la projection du triangle, dont on connoît les trois côtés, & l'on demande l'angle B. Nous aurons

$$CH = \frac{CD}{\cos. HCD} = \frac{\cos. PS}{\cos. BP};$$

$$NH = CH - CN = \frac{\cos. PS}{\cos. BP} - \cos. BS.$$

Mais l'angle HSN = BCP donne

$$NS : NH :: \cos. BP : \sin. BP.$$

$$\text{Donc } NS = \frac{\cos. BP}{\sin. BP}\left(\frac{\cos. PS}{\cos. BP} - \cos. BS\right).$$

$$\text{Or } NS = \frac{NF.CL}{CK} = \sin. BS. \cos. SBP. \text{ Donc}$$

$$\cos. SBP = \frac{\cos. BP}{\sin. BS. \sin. BP}\left(\frac{\cos. PS}{\cos. BP} - \cos. BS\right) = \frac{\cos. PS - \cos BP. \cos. BS}{\sin. BS. \sin. BP}.$$

7. Mais en voilà assez, ce me semble, sur l'usage des projections orthographiques dans les questions de trigonométrie sphérique. Pour les comètes, soit AB (fig. 3) la ligne des nœuds d'une orbite tracée sur son plan, dont l'inclinaison $= I$. Si du point C ayant tiré sur AB une perpendiculaire CA, l'on coupe AK=AC cos. I, le point K sera la projection de C sur le plan de l'écliptique. Si l'on fait AK=AC sin. I, K sera la projection de C sur un plan perpendiculaire à l'écliptique sur la ligne des nœuds. Si je prends un second point k, projection d'un autre point c, & ayant tiré CC', cc' parallèles, je détermine de même K', k' projections de C', c', & E, e projections des points D, d, qui partagent CC' & cc' en deux parties égales; il est évident que le rapport de CA: AK, ca: ak, DG: GE &c. étant toujours le même, & les points H, h étant dans la droite AB commune aux deux plans, on aura

CH : HK :: *ch* : *hk* :: C'H : HK' :: CC' : KK' :: *cc'* : *kk'* :: CD : KE :: *cd* : *ke*, & par conséquent E*e*, projection du diamètre D*d*, sera le diamètre des projections de ses ordonnées; & le lieu des points K, *k*, K', *k'* &c. sera une seconde parabole: ce qui est trop clair pour le démontrer plus prolixement.

8. On peut la construire moyennant un angle mesuré par un arc, dont la corde soit égale au cossinus de l'inclinaison des plans. De son sommet avec les ouvertures CA, *ca* &c: faisant des arcs interceptés par l'angle, leurs cordes donneront AK, *ak* &c; & c'est la meilleure construction pour les parties éloignées des nœuds & du sommet, quand on a l'orbite bien tracée. Mais indépendamment, soit (fig. 4) S le soleil, SZ la ligne des nœuds, P le périhélie dans l'orbite: sans supposer l'orbite tracée, pour un second point je coupe la perpendiculaire SC = 2SP. J'abaisse sur la ligne des nœuds les perpendiculaires PO, CD, & de D, avec le rayon DC, ayant fait l'arc CI égal à l'inclinaison des plans, je tire IK parallèle à la ligne des nœuds; & ayant joint CP par une droite prolongée jusqu'à rencontrer la ligne des nœuds, de l'intersection Z je tire ZK, & de Q, où elle coupe OP, je mène par S le diamètre QX, projection de l'axe PS*g*. Joignant SK j'ai son ordonnée, & par Q tirant HL parallèle à SK, j'ai la tangente. Je fais l'angle HQF = LQX, & j'ai de position la droite qui va au foyer. Ayant coupé S*e* = SQ, S*h* = $\frac{1}{2}$ SK, & joint *eh*, je tire *hg* perpendiculaire à *eh*, & j'ai S*g* égale au quart du paramètre de QX, & par conséquent égale à la distance de Q au foyer. Ayant donc coupé QF = S*g*, je mène par F une parallèle à QX, laquelle sera l'axe, sur lequel j'abaisse la perpendiculaire QG, & coupant GV moitié

de la soutangente GH, j'ai le sommet V, & FV quart du paramètre. L'intersection Z peut tomber entre P & C, ou de l'autre côté de C; mais la construction ne change pas essentiellement pour cela.

9. On pouvoit, sans chercher l'axe, construire en droiture la parabole sur le diamètre QX. Mais l'axe donne la facilité de s'aider des rayons osculateurs, dont il est très-commode & très-avantageux de se servir jusqu'à une certaine distance du sommet; puisqu'ayant fait l'ordonnée au foyer (fig. 5) MF $= 2FV$, on coupe $FE = FM$, & par E tirant MC, M'C', on a le rayon osculateur $CM = 2ME$. Coupant $En = Vg = \frac{1}{4}$ FV, & par g & n tirant deux parallèles à MM', on a l'ordonnée $gm = VF$, & les intersections r, r' sont les centres des rayons osculateurs en m, & m'. Avec le rayon $GV = FM$ on décrit l'arc au sommet, & l'on a en peu d'instans la partie de la parabole la plus difficile à bien tracer autrement. Je la continue d'ordinaire en faisant $EP = EG = FV$, $GN = EM$, $PQ = PV$, & coupant EO moyennant un arc décrit du centre P avec le rayon $PO = PM$. On sait d'ailleurs qu'ayant coupé $BV = VF$, si l'on prend pour rayons les distances de B aux ordonnées, & du centre F on fait des arcs, ils couperont les ordonnées à la parabole.

10. Mais c'est trop nous arrêter à des opérations graphiques. Pour déterminer la projection d'une orbite parabolique par le calcul, soit I l'inclinaison, & la distance périhélie (fig. 4) $PS = D$, l'angle de l'axe avec la ligne des nœuds, $PSN = \beta$, l'angle de la même ligne avec les ordonnées à QX, $KSD = \nu$, son angle avec ce diamètre, $DSX = QSN = \upsilon$; on aura $1 : \cos. I :: OP : OQ :: \text{tang.}\ \beta : \text{tang.}\ \upsilon = \cos. I.\ \text{tang.}\ \beta$;

& CSD étant le complément de β, 1 : cos. I :: CD : DK :: cot. β : tang. ν = cos. I. cot. β. Or SP : SO :: 1 : cos. β, & SQ : SO :: 1 : cos. υ. Donc SP. cos. β = SQ. cos. υ, SQ = $\frac{D. \cos \beta}{\cos. \upsilon}$; & de même SC : SD :: 1 : sin. β, SK : SD :: 1 : cos. ν, SK = $\frac{SC. \sin. \beta}{\cos. \nu} = \frac{2D. \sin. \beta}{\cos. \nu}$. Donc le paramètre de QX, $\frac{SK^2}{SQ} = \frac{4D. \sin.^2 \beta. \cos. \upsilon}{\cos. \beta \cos.^2 \nu}$, qu'on peut simplifier en remarquant que l'équation tang. ν = cos. I. cot. β donne $\frac{\sin. \nu \sin. \beta}{\cos. \nu \cos. \beta}$=cos.$I$, & l'équation tang. υ = cos. I tang. β donne $\frac{\sin. \upsilon. \cos \beta}{\cos. \upsilon. \sin. \beta}$=cos. I. Donc $\frac{\sin. \nu \sin. \beta}{\cos. \nu \cos. \beta} = \frac{\sin. \upsilon \cos \beta}{\cos. \upsilon \sin. \beta}$, $\frac{\cos. \upsilon \sin^2 \beta}{\cos. \nu \cos. \beta} = \frac{\sin. \upsilon. \cos. \beta}{\sin. \nu}$, & par conséquent le susdit paramètre $\frac{4D. \sin.^2 \beta \cos. \upsilon}{\cos. \beta. \cos.^2 \nu} = \frac{4D. \cos. \beta \sin. \upsilon}{\sin. \nu \cos. \nu} = \frac{8D. \cos. \beta \sin. \upsilon}{\sin. 2\nu}$ *, puisque généralement sin. 2A=2 sin.A cos.A. Ainsi nous aurons QF = $\frac{2D. \cos. \beta \sin. \upsilon}{\sin. 2\nu}$.

Maintenant que γ désigne l'angle QHF = FQH = LQX = KSX = $\nu + \upsilon$; nous aurons QFM = 2γ, la soutangente GH = QG. cot. γ; QG = QF. sin. 2γ, & par conséquent GV = $\frac{1}{2}$ GH = $\frac{1}{2}$ QF sin. 2γ. cot. γ. En substituant ces va-

---

* Mr. du Séjour à la fin de son savant *Essai sur les Comètes* déduit de ses formules la détermination de ν par l'équation cos. ν. cos. β. cos. I — sin. ν. sin. β = 0, celle de υ par l'équation cos. υ. sin. β. cos I + sin. υ. cos. β = 0, & trouve SK = $\frac{2D \cos. I. \cos. \beta}{\sin. \nu.}$, SQ = $-\frac{D. \cos. I. \sin. \beta}{\sin. \upsilon}$, & le paramètre = $\frac{4D. \cos. I. \cos.^2 \beta. \sin. \nu}{\sin. \beta. \sin.^2. \nu}$. En simplifiant ces valeurs par la substitution de celle de cos. I, elles se réduisent à celles que nous venons de trouver.

leurs dans l'équation de la parabole $QG^2 = 4FV. GV$, on a $QF. \sin. 2\gamma = 2FV. \cot. \gamma$, $FV = \frac{QF. \sin. 2\gamma}{2 \cot. \gamma} = \frac{QF. \sin. \gamma \cos. \gamma}{\cot. \gamma}$ $= QF \sin.^2 \gamma$.

11. Avec ces formules, que l'on demande la projection d'une orbite sur le plan de l'écliptique; à la longitude du nœud le plus proche du périhélie j'ajoute le complément de QSN $= \upsilon$, quand cette longitude est plus grande que celle du périhélie, ou j'en ôte ce complément, quand elle est plus petite, & j'ai la direction de SM, perpendiculaire du soleil à l'axe de la projection. Je coupe $SM = QG = QF \sin. 2\gamma$; j'élève en M une perpendiculaire, sur laquelle je coupe MV $= SQ + \frac{1}{2} GH = \frac{D. \cos. \beta}{\cos. \upsilon} + \frac{1}{2} QG. \cot. \gamma$, & j'ai le sommet qui achève de déterminer la position de la parabole, que je décris moyennant le paramètre $= 4QF. \sin.^2 \gamma$.

12. Au reste il faut remarquer 1.° que SQ, SK étant les distances accourcies correspondantes aux rayons vecteurs SP, SC, si par u l'on désigne l'angle du rayon vecteur avec la ligne des nœuds, ou l'argument de la latitude, par υ l'angle de la distance raccourcie avec la même ligne des nœuds, ou l'argument réduit, par r le rayon vecteur, & la distance raccourcie par ρ, les valeurs que nous avons démontrées de υ, ν, SQ, SK, ne sont que des cas particuliers des équations générales $\tang. \upsilon = \cos. I. \tang. u$, $\rho = \frac{r \cos. u}{\cos. \upsilon}$. 2.° Que notre démonstration de $FV = QF. \sin.^2 \gamma$, appliquée à la parabole de l'orbite donne (Fig. 6) $SP = SC' \sin.^2 \frac{1}{2} C'SB = SC'. \cos.^2 \frac{1}{2} C'SP$, parce que $\frac{1}{2} C'SB + \frac{1}{2} C'SP = 90.°$ C'est-à-

dire que faisant $z = \frac{1}{2}$ CSP, ou à la moitié de l'anomalie vraie, on a $D = r. \cos.^2 z$.

13. Soit X l'aire PSC; ayant $SC = r = \frac{D}{\cos.^2 z}$, nous aurons la fluxion $dX = \frac{D^2 dz}{\cos.^4 z}$, dont la fluente est $X = D^2 \left\{ \frac{\sin. z}{3 \cos.^3 z} + \frac{2 \sin z}{3 \cos. z} \right\} = \frac{1}{3} \text{tang.} z \left\{ \frac{D^2}{\cos^2 z} + 2 D^2 \right\} = \frac{1}{3} \text{tang.} z (Dr + 2D^2)$ $= \frac{1}{3} D. \text{tang.} z (2D + r)$.

14. Maintenant prenons la ligne des nœuds ND' pour ligne des abscisses commune à l'orbite & à sa projection, ND $= x$, DC $= y$; nous aurons KD $= y \cos. I$, & les aires NPCD $= \int y dx$, NQKD $= \int y \cos. I. dx = \cos. I. \int y dx$. Mais les triangles SCD, SKD ont aussi leurs aires SKD $=$ SCD. $\cos. I$. Donc en les ôtant des précédentes, nous aurons NQKS $=$ NPCS. $\cos. I$. Or par la même raison on a NQKK'S $=$ NPC'CS. $\cos. I$. Donc, ôtant la première égalité de la seconde, on aura les aires SKK' $=$ SCC'. $\cos. I$; c'est-à-dire les aires correspondantes de l'orbite & de sa projection dans la raison constante du rayon au cossinus de l'inclinaison des plans, & par conséquent, tout comme dans l'orbite, dans ses projections les aires proportionnelles au tems: quoique ce théorème ne soit pas à beaucoup près aussi utile dans les projections, que dans l'orbite, parce que le point, autour duquel les distances accourcies dans les projections décrivent des aires proportionnelles aux tems, n'est pas au foyer de la courbe. Mais pour que l'on voye qu'on peut cependant en faire un usage assez avantageux, je vais exposer les facilités que j'ai cru y trouver 1.° pour se frayer le chemin à une pre-

mière détermination de l'orbite des comètes: 2.° pour savoir où chercher dans le ciel celles dont on attend le retour.

15. Je n'entrerai pas dans le détail des difficultés de la première de ces questions, ni des moyens, des ressources que nous avons dans la géométrie & dans l'analyse pour les surmonter. Mr. De la Grange a traité supérieurement ce sujet dans les Mémoires de Berlin année 1778 pag. 111—161. Je suppose qu'on l'a lu, que l'on sait que toute la difficulté est pour une première approximation, & qu'elle vient de ce que les hypothèses & les moyens qui spéculativement seroient excellens pour l'obtenir sans tâtonner, se trouvent très-souvent fautifs dans la pratique par le trop d'influences des erreurs des observations quand elles se suivent d'assez près pour que l'hypothèse soit admissible. On peut voir ce qu'en dit Mr. Pingré en plusieurs endroits de sa cométographie, & particulièrement Vol. II. p. 421, où il s'explique le plus expressément sur les défauts de tant de méthodes fort brillantes dans la théorie. „ Elles sont, dit-il, ou trop équivoques, ou trop „ prolixes dans la pratique, trop équivoques, vu la fausseté „ des hypothèses sur lesquelles on se fonde, & la petitesse „ des arcs qu'on est contraint d'employer; trop prolixes par- „ ce que sans éviter les tâtonnemens on se trouve engagé „ dans un labyrinthe immense de calculs ". J'ajouterai que ces calculs n'aboutissent quelquefois qu'à nous faire connoître que la méthode n'est pas à propos pour le cas. Il y a pis encore. Si l'on se borne aux seuls calculs, on peut être induit en erreur sans que rien le fasse soupçonner. C'est pourquoi j'envisage le problème tout autrement qu'on a coutume de faire, & même qu'on le doit dans la spéculation,

où il n'est point question d'une orbite particulière, mais de l'analyse générale du problème. Alors pour apprécier une solution, sans doute qu'il faut regarder si elle est directe, plus ou moins, si elle n'emploie de données qu'autant qu'il en faut &c. Mais quand il ne s'agit que d'une comète particulière dont on a des observations & l'on veut l'orbite, je ne vois que deux avantages à souhaiter dans la méthode 1.° qu'elle soit sûre, c'est-à-dire qu'elle réussisse toujours quand les observations sont suffisantes pour la certitude de l'orbite, & nous avertisse quand elles ne suffisent pas. 2.° qu'elle réduise à un *minimúm* le tems, l'ennui, & la peine des opérations & du calcul; & je ne vois pour cela de meilleur moyen que de ne commencer les calculs qu'après une détermination graphique complète, & de procéder avec beaucoup de réflexion & d'intelligence. Aussi n'est-ce point une méthode plus directe que je vais proposer, c'est la commune des fausses positions, mais d'une manière qui me semble préférable pour les deux avantages dont je viens de parler.

16. Je commence par marquer sur le plan de l'écliptique les lieux de la terre, & les longitudes géocentriques, ou les projections des visuelles de trois observations de la comète, les deux extrèmes & celle qui partage l'intervalle du tems en deux le moins inégalement. Avec cela je m'oriente, & fais un choix réfléchi de quelques autres observations les plus concluantes, dont je projette pareillement les visuelles. Autant que j'emploie d'observations, je tire, sur un autre papier, autant de parallèles à des distances proportionnelles aux tems écoulés entre ces observations. Elles me donnent la facilité de faire les aires à peu près proportionnelles aux tems, de la ma-

nière que j'expliquerai après (§. 22). Avec leur secours, & toutes les considérations qui peuvent aider mes conjectures, je tire les cordes d'une première projection hypothétique de l'orbite entre les visuelles projetées, & quand, après y avoir réfléchi un peu, l'hypothèse me semble pouvoir n'être pas fort loin de la vérité, je prends les deux latitudes héliocentriques les plus convenables, & l'angle entre les distances raccourcies correspondantes, & par des constructions graphiques je trouve le lieu du nœud, & l'inclinaison de l'orbite. Je trace l'orbite, & moyennant ses projections sur le plan de l'écliptique & sur le plan perpendiculaire à l'écliptique sur la ligne des nœuds, j'examine si l'orbite satisfait aux observations, & je conjecture les changemens qui peuvent en corriger les écarts. Je les fais, & ayant tiré les cordes d'une seconde projection hypothétique, je cherche la ligne des nœuds & l'inclinaison, je décris l'orbite, je l'examine, & si je la juge encore trop loin de la véritable, je fais une troisième supposition, & une quatrième, s'il le faut, jusqu'à ce que j'en aie une, dont les écarts ne soient pas beaucoup plus grands que ceux que je puis attribuer à l'inexactitude de mes opérations graphiques. J'ai recours alors au calcul, qu'il est inutile de commencer plutôt.

17. On voit 1.° que par cette méthode il est impossible que si les observations ne sont pas suffisantes, on ne s'en apperçoive pas; 2.° qu'ayant une orbite qui satisfait suffisamment sur le papier à plus de trois observations les plus décisives, on est sûr de connoître tous les élémens, & voir toutes les circonstances assez bien pour diriger ses calculs avec toute l'intelligence dont on est capable. Quelque méthode que l'on

suive, on ne peut guère se dispenser de *faire des figures exactes, qui conduisent le calcul.* Ce sont les mots de M. de la Lande Astron. III p. 354. Ce qu'il faut de plus d'opérations graphiques pour ma méthode, est bien peu de chose en comparaison des calculs qu'elle épargne. Mais elle suppose une facilité de résoudre avec la règle & le compas plusieurs problèmes, qu'il nous reste à donner.

18. Je commencerai par celui de déterminer le lieu du nœud & l'inclinaison, deux latitudes étant données, avec l'arc de l'écliptique intercepté. Je suppose pour plus de facilité, ce qui peut par le choix des observations s'obtenir toujours, que le *maximum* des latitudes ne tombe pas entre les deux données. Soit ECK (fig. 7) la projection de l'écliptique, PQ son axe. Je coupe EL = KA = à une des deux latitudes, E*l* = K*a* = à l'autre, KM = KR = à l'arc intercepté entre ces latitudes, & ayant joint tous ces points par des droites, je coupe *eo* : *ea* : : CD : CK. La manière la plus expéditive pour cela, c'est de couper un arc EF, dont la corde soit égale à CD, & ayant tiré FC, avec l'ouverture *ea*, du centre C décrire l'arc *rs*; la corde en sera = *eo*. Je note une chose si simple, parce que dans les projections elle revient à tout moment, voyez §. 8. Ayant joint CA, & coupé KB = AP, je tire CB, & par *o* une parallèle *fg*; je coupe C*d* : CB : : *fo* : *fg*; le point *n*, où l'ellipse dont les demi-axes sont CA & C*d*, coupe CK, est la projection du nœud. Sans la décrire, on juge assez bien de l'endroit où elle doit traverser CK, pour qu'une ordonnée que l'on mène tout auprès, suffise d'ordinaire pour déterminer le point d'intersection. Que l'on tire *n*N parallèle à CP, NM & NK seront les arcs depuis le

nœud, ou les argumens des latitudes données. Que l'on coupe $ih : iL :: nN : CP$, & que l'on mène par h le rayon CI, l'angle ECI sera l'inclinaison de l'orbite. Tout cela n'exige point de démonstration.

19. Le second problème, beaucoup plus court, est de déterminer les rapports des aires des secteurs paraboliques par les divisions d'une ligne droite. Soit ABPG (fig. 8) l'axe, BE la directrice; SC′, SC″ deux rayons vecteurs. Que l'on coupe sur l'axe au-dessous du foyer SK′ = SC′, SK″ = SC″, & que l'on joigne K′ C′, K″ C″ par des droites qui coupent la directrice en H′, H″; on aura BH′ : BH″, comme les aires SPC′ : SPC″.

Car §. 13 nous avons trouvé l'aire du secteur parabolique $X = \frac{1}{2} D$ tang. $z\ (2D + r)$, où $2D = SB$; & pour deux valeurs de r, $r' = SC'$, $r'' = SC''$, on a la moitié de l'anomalie $z' = \frac{1}{2}$ PSC′, $z'' = \frac{1}{2}$ PSC″, & $\frac{X'}{X''} = \frac{\text{tang. } z'\ (2D + r')}{\text{tang. } z''\ (2D + r'')}$. Mais par la construction $BK' = 2D + r'$, $BK'H' = SC'K' = \frac{1}{2}$ PSC′ $= z'$, & par conséquent BH′ = tang. $z'\ (2D + r')$ & de même BH″ = tang. $z''\ (2D + r'')$. Donc $\frac{X'}{X''} = \frac{BH'}{BH''}$. Ainsi BE = au paramètre représentera l'aire du secteur SPD de 90.° d'anomalie, & les parties EH′, H′B, BH″ &c. seront proportionnels aux intervalles de tems; & c'est un assez beau théorème que *les secteurs paraboliques sont comme les parties de la directrice interceptées par les normales.*

20. Reste à determiner le tems en jours, &c. Pour cela je remarque que les aires décrites dans deux orbites en même tems étant en raison sous-doublée des paramètres, si le demi-paramètre étoit = 1 = à la distance moyenne de la terre, on auroit en tems égaux les aires égales dans la parabole, & dans

une orbite circulaire dont le tems périodique seroit notre année sidérale. Il n'y a donc qu'à déterminer l'aire d'un secteur parabolique du paramètre $= 2$, & l'arc d'un secteur égal du rayon $= 1$, pour avoir la périphérie à cet arc, comme l'année au tems employé. Soit $SB = 2D = SD = r = 1$, tang. $z =$ tang. $\frac{1}{2}$ PSD $=$ tang. $45^\circ = 1$. On aura $X = \frac{1}{3}$. Donc l'arc du secteur circulaire $= X$ sera $\frac{2}{3}$, & nommant a l'année sidérale, T le tems employé à parcourir DP, $\pi = 3,14159$ &c., on aura $2\pi : \frac{2}{3} :: a : T = \frac{a}{3\pi}$; & en supposant l'année sidérale * $365^j,25637$, on trouvera $T = 38^j, 7549045$. Que l'on prenne sur une échelle géométrique, telle que l'on voudra, $BA = T$, & que l'on joigne EA; les parallèles $H'h'$, $H''h''$, &c. donneront Ah', $h'B$, Bh'' &c. mesurées sur la même échelle, égales aux nombres de jours employés à parcourir DC′, C′P, PC″ &c, dans la parabole dont la distance périhélie est $= \frac{1}{2}$.

Pour les autres, que $SB = SD = \frac{1}{2}$ BE ne soit plus $= 1$.

---

* Cette année sidérale $365,25637 = 365^{j.}\ 6^{h.}\ 9'\ 10'', 368$ est *proxime* celle que donne Mr. de la Lande Astron. Tom. IV. p. 600, que j'avois adoptée comme la determination la plus récente que je connusse alors. Mais après la lecture de ce Memoire, les volumes de l'Académie de Paris pour 1781 & 1782 nous étant parvenus, j'y ai vu que le même Mr. de la Lande par des recherches plus scrupuleuses y établit l'annee siderale de $365^{j.}$, $6^{h.}\ 9'.\ 11'', 56 = 365,2563838$, qui donne $T = 38,754907$. Des différences encore plus fortes dans cette determination, seroient assez indifférentes pour la pratique. Mais je ne vois pas pourquoi l'on mettra de petites discordances dans le calcul, en faisant $n = \frac{a}{\pi} = 116,2648$ pendant qu'on n'adopte pas une année sidérale assez longue pour avoir ce résultat. En supposant $a = 365,25638$, on a $n = 116,264717$, son log. $= 2.0654479381$; $\frac{2a\sqrt{2}}{3\pi} = 109^{j.}, 615426$, & X désignant l'aire décrite dans le tems t dans une orbite dont le paramètre $= p$, on a log. $X + 2.0654479 =$ log. $t + \frac{1}{2}$ log. p. Halley ne fait l'année sidérale que de $365^{j.}\ 6^{h.}\ 9'.\ 10''$. Mais dans cette hypothèse, on aura encore, laissant le dernier chiffre, $n = 116,26471$.

Je coupe BH' = 2, $Bh' = 38^j,7549$, & je mène EA parallèle à $H'h'$. Je coupe $Pm = Po = \frac{1}{2}$, & je mène l'ordonnée mn, & la tangente no; Ae parallèle à no coupera Be mesure du nombre de jours employés à parcourir DP, & de même la parallèle $h''i$ coupera Bi mesure des jours employés à parcourir PC''; ei donnera le nombre des jours depuis D jusqu'en C'', &c. Car $p =$ BE étant le paramètre, T le tems du secteur de 90° dans la parabole dont le paramètre $P = 2$; par la construction on a $AB = \frac{BE . Bh'}{BH'} = \frac{pT}{P}$; $mn = \sqrt{Pm \times p} = \sqrt{\frac{1}{2} p} = \frac{\sqrt{p}}{\sqrt{P}}$; $om\ (= 1) : mn :: AB : Be = \frac{Tp\sqrt{p}}{P\sqrt{P}}$. Mais dans les orbites semblables les tems employés à décrire des secteurs semblables, sont en raison sous-doublée des cubes des paramètres. Donc Be sera le tems &c.

21. Sans cette détermination graphique ma méthode seroit incomplète. Mais dans la pratique on peut s'en passer, en se bornant à examiner par le §. 19, si les aires sont proportionnelles aux intervalles des tems, & voyant si l'hypothèse satisfait au tems total entre les observations extrèmes, moyennant la table de la chûte parabolique (*Recueil de Tables* de Berlin Vol. III. p. 15, ou à la fin de la *Cométographie* de Mr. Pingré pag. 499—506), ce qui n'exige presque point de calcul, quand on n'a égard qu'aux premiers chiffres des décimales des jours, & l'on prend les parties proportionnelles à discrétion, vu qu'une plus grande exactitude seroit inutile, & même ridicule dans l'examen d'une orbite déterminée graphiquement. Au surplus, soit pour l'explication de l'échelle de la chûte parabolique, soit pour la manière de s'en servir, je renvoie au même ouvrage de Mr. Pingré Tom. II. pag. 445

& 462. L'idée de cette échelle est ingénieuse autant que le théorème dont elle dérive, est beau. Mr. Pingré le donne pag. 343. Il auroit rendu service à bien des personnes, qui, comme moi, liront son livre sans pouvoir consulter celui de Mr. Lambert, s'il eût un peu aplani le terrible saut qu'il a laissé dans sa démonstration pag. 345 lig. 10. *

---

* Mr. Pingré y passe immédiatement de $\frac{MV^3}{24\,AF}$ à une valeur dont l'égalité & la démonstration ne sont point du tout faciles à entrevoir, ni dans l'expression même de cette valeur, ni dans tout ce qu'on trouve avant, ou après. Il est assez facile de remarquer que l'on doit faire usage de la valeur de c qu'il donne à pag. 343.; mais outre que le dernier terme imprimé fautivement $-r'\,r''\cos.\frac{1}{2}\,\varphi$, au lieu de $-2r'\,r''\cos.\,\varphi$, peut embarasser, il s'en faut beaucoup que la remarque de cette valeur suffise pour surmonter toutes les difficultés que Mr. Pingré laisse dans sa démonstration. C'est pourquoi je vais la rapporter ici avec des supplémens, qui pourront bien ne pas être ni aussi simples, ni aussi courts que ceux que l'on pourroit tirer du livre de Mr. Lambert *Insigniores Orbitae Cometarum proprietates* ... a. 1761. Mais on n'en verra que mieux qu'ils étoient nécessaires. On reconnoîtra le texte de Mr. Pingré aux guillemets. Selon ces dénominations (Pl. III. fig. 9) $r' = FN$, $r'' = FM$ sont les rayons vecteurs; l'angle compris $NFM = \varphi$, la corde $NM = c$, p est le demi-paramètre, la distance du foyer au sommet $FA = \pi = \frac{1}{2}\,p$; & deux rayons vecteurs étant donnés, voici comment il construit la parabole.
» Portez FN de F en n sur FM; sur MN, comme diamètre, décrivez le demi-cercle
» MVN. Portez $nM = r'' - r'$ de N en V sur le demi-cercle, & tirez MVH. Par
» le foyer F tirez AFH parallèle à NV, & par conséquent perpendiculaire à MH,
» qu'elle rencontre en H; faites $AF = \frac{1}{2}\,(FM - FH)$; AH sera l'axe de la
» parabole, & A son sommet.

» Abaissez la perpendiculaire ou l'ordonnée NK; soit l'abscisse $AH = x$, AK
» $= X$, l'ordonnée $MH = y$, $NK = Y$, l'aire du segment parabolique AMH
» sera $\frac{2}{3}\,xy$, & celle du segment $ANK = \frac{2}{3}\,XY$; l'aire du quadrilatère KNMH
» $= \frac{1}{2}\,(x - X)\,(y + Y)$; donc l'aire du segment $NQM = AMH - ANK$
» $- KNMH = \frac{2}{3}\,xy - \frac{2}{3}\,XY - \frac{1}{2}\,(x - X)\,(y + Y) = \frac{1}{6}\,(xy - XY$
» $- 3xY + 3Xy)$; mais $x = \frac{y^2}{2p}$; $X = \frac{Y^2}{2p}$. Donc l'aire du segment NQM
» $= \frac{1}{12p}\,(y^3 - 3y^2\,Y + 3yY^2 - Y^3) = \frac{(y-Y)^3}{12\,p} = \frac{MV^3}{24\,AF}$ ».

22. Mais revenons à notre méthode. J'ai dit (§.16) qu'autant que j'employois d'observations, autant je tirois de pa-

---

Mais $MV^2 = NM^2 - NV^2 = c^2 - (r'' - r')^2$, & l'on sait par la trigonométrie que $c^2 = r'^2 + r''^2 - 2r'r'' \cos.\varphi$, & par les théorèmes généraux des fonctions des angles que $\cos. A = 1 - 2\sin.^2 \frac{1}{2} A$, & par conséquent $-2r'r''\cos.\varphi = -2r'r'' + 4r'r''\sin.^2\frac{1}{2}\varphi$. Donc $c^2 = (r''-r')^2 + 4r'r''\sin.^2\frac{1}{2}\varphi$, & $MV^2 = 4r'r''\sin.^2\frac{1}{2}\varphi$ Pour AF, toute la construction étant fondée sur la propriété de la directrice, qui donne $FM = FH + 2AF$, $FN = FK + 2AF$, nous partirons des égalités de $r'' - p = FH = r''\cos. MFH$; $r' - p = FK = r'\cos. NFK$. Soit $MFH + NFH = \xi$; on aura $2MFH = \xi - \varphi$, $2NFH = \xi + \varphi$; $r'' - p = r''\cos.\frac{\xi-\varphi}{2}$, $r' - p = r'\cos.\frac{\xi+\varphi}{2}$; $p = r'' - r''\cos.\frac{\xi-\varphi}{2} = r' - r'\cos.\frac{\xi+\varphi}{2}$; $\pi = \frac{1}{2}p = \frac{1}{2}r''(1 - \cos.\frac{\xi-\varphi}{2}) = \frac{1}{2}r'(1 - \cos.\frac{\xi+\varphi}{2}) = r''\sin.^2\frac{\xi-\varphi}{4} = r'\sin.^2\frac{\xi+\varphi}{4}$. De cette double égalité je commence par déduire $\sqrt{\frac{r''}{r'}} = \frac{\sin.(\frac{1}{4}\xi + \frac{1}{4}\varphi)}{\sin.(\frac{1}{4}\xi - \frac{1}{4}\varphi)} = \frac{\mathrm{tang.}\frac{1}{4}\xi + \mathrm{tang.}\frac{1}{4}\varphi}{\mathrm{tang.}\frac{1}{4}\xi - \mathrm{tang.}\frac{1}{4}\varphi}$;

$\sqrt{\frac{r''}{r'}}\,\mathrm{tang.}\frac{1}{4}\xi - \sqrt{\frac{r''}{r'}}\,\mathrm{tang.}\frac{1}{4}\varphi = \mathrm{tang.}\frac{1}{4}\xi + \mathrm{tang.}\frac{1}{4}\varphi$;

$\left(\sqrt{\frac{r''}{r'}} - 1\right)\mathrm{tang.}\frac{1}{4}\xi = \left(\sqrt{\frac{r''}{r'}} + 1\right)\mathrm{tang.}\frac{1}{4}\varphi$; $\mathrm{tang.}\frac{1}{4}\xi =$ $\frac{(\sqrt{r''} + \sqrt{r'})\,\mathrm{tang.}\frac{1}{4}\varphi}{\sqrt{r''} - \sqrt{r'}}$; & puis j'en tire $\sqrt{\pi} = \sqrt{r''}\sin.\frac{\xi-\varphi}{4} = \sqrt{r'}\sin.\frac{\xi+\varphi}{4}$

$\pi = \sqrt{r''r'}\sin.\frac{\xi-\varphi}{4}\sin.\frac{\xi+\varphi}{4} = \frac{1}{2}\sqrt{r''r'}\,(\cos.\frac{1}{2}\varphi - \cos.\frac{1}{2}\xi)$, par les théorèmes généraux des fonctions des angles. Or par les mêmes théorèmes avec la valeur trouvée de $\mathrm{tang.}\frac{1}{4}\xi$ nous avons $\cos.\frac{1}{2}\xi = \frac{1 - \mathrm{tang.}^2\frac{1}{4}\xi}{1 + \mathrm{tang.}^2\frac{1}{4}\xi} =$

$$\frac{r'' - 2\sqrt{r''r'} + r' - (r'' + 2\sqrt{r''r'} + r')\,\mathrm{tang.}^2\frac{1}{4}\varphi}{r'' - 2\sqrt{r''r'} + r' + (r'' + 2\sqrt{r''r'} + r')\,\mathrm{tang}^2\frac{1}{4}\varphi} =$$

$$\frac{(r'' + r')(1 - \mathrm{tang.}^2\frac{1}{4}\varphi) - 2\sqrt{r''r'}(1 + \mathrm{tang.}^2\frac{1}{4}\varphi)}{(r'' + r')(1 + \mathrm{tang.}^2\frac{1}{4}\varphi) - 2\sqrt{r''r'}(1 - \mathrm{tang.}^2\frac{1}{4}\varphi)} =$$

rallèles à des distances proportionnelles aux tems écoulés entre ces observations. Pour en voir l'usage on commencera

---

$$\frac{(r''+r')\times\frac{1-\text{tang.}^2\frac{1}{4}\varphi}{1+\text{tang.}^2\frac{1}{4}\varphi}-2\sqrt{r''r'}}{r''+r'-2\sqrt{r''r'}\times\frac{1-\text{tang.}^2\frac{1}{4}\varphi}{1+\text{tang.}^2\frac{1}{4}\varphi}}=\frac{(r''+r')\cos.\frac{1}{2}\varphi-2\sqrt{r''r'}}{r''+r'-2\sqrt{r''r'}.\cos.\frac{1}{2}\varphi}$$

Donc $\cos.\frac{1}{2}\varphi-\cos.\frac{1}{2}\xi=\frac{-2\sqrt{r''r'}.\cos.^2\frac{1}{2}\varphi+2\sqrt{r''r'}}{r''+r'-2\sqrt{r''r'}.\cos.\frac{1}{2}\varphi}$

$$=\frac{2\sqrt{r''r'}.\sin.^2\frac{1}{2}\varphi}{r''+r'-2\sqrt{r''r'}.\cos.\frac{1}{2}\varphi}\ ;\ \&$$

$$\pi=\frac{r''r'\sin.^2\frac{1}{2}\varphi}{r''+r'-2\sqrt{r''r'}.\cos.\frac{1}{2}\varphi}=AF;$$

$$\frac{MV^3}{24\ AF}=\frac{8\,r''r'\sqrt{r''r'}\sin.^3\frac{1}{2}\varphi\,(r''+r'-2\sqrt{r''r'}.\cos.\frac{1}{2}\varphi)}{24\,r''r'\sin.^2\frac{1}{2}\varphi}$$

$$=\frac{1}{3}\sqrt{r''r'}.\sin.\frac{1}{2}\varphi\,(r''+r'-2\sqrt{r''r'}.\cos.\frac{1}{2}\varphi);$$

valeur que Mr. Pingré joint tout simplement par un signe d'égalité à $\frac{MV^3}{24\ AF}$, à l'endroit, où j'ai commencé ce supplément, & où il achevoit de démontrer que le segment NQM est $=\frac{MV^3}{24\ AF}$. Or le triangle NMF $=\frac{1}{2}r''r'\sin.\varphi=$ $r''r'\sin.\frac{1}{2}\varphi.\cos.\frac{1}{2}\varphi=\frac{1}{3}\sqrt{r''r'}.\sin.\frac{1}{2}\varphi\times 3\sqrt{r''r'}.\cos.\frac{1}{2}\varphi$; Donc l'aire du secteur FMQN $=$ * $\frac{1}{3}\sqrt{r''r'}\sin.\frac{1}{2}\varphi\,(r''+r'+\sqrt{r''r'}.\cos.\frac{1}{2}\varphi)$. Mais nous avons vu que $c^2=(r''-r')^2+4r''r'\sin.^2\frac{1}{2}\varphi=(r''+r')^2-4r''r'\cos.^2\frac{1}{2}\varphi$. Donc $\sqrt{r''r'}\sin\frac{1}{2}\varphi=\frac{1}{2}\sqrt{c^2-(r''-r')^2}$; $\sqrt{r''r'}\cos.\frac{1}{2}\varphi=\frac{1}{2}\sqrt{(r''+r')^2-c^2}$

$$\&\ \pi=\frac{r''r'\sin.^2\frac{1}{2}\varphi}{r''+r'-2\sqrt{r''r'}.\cos.\frac{1}{2}\varphi}=\frac{c^2-(r''-r')^2}{4\left[r''+r'-\sqrt{(r''+r')^2-c^2}\right]};$$

$$FMQN=\ *\ \frac{1}{6}\sqrt{c^2-(r''-r')^2}\times\left[r''+r'+\frac{1}{2}\sqrt{(r''+r')^2-c^2}\right]=$$
$$\frac{1}{3}\sqrt{\pi}\sqrt{r''+r'-\sqrt{(r''+r')^2-c^2}}\times\left(r''+r'+\frac{1}{2}\sqrt{(r''+r')^2-c^2}\right);$$

Mais, en substituant pour abréger $a=r''+r'$,

par remarquer que toute droite coupée par ces parallèles étant divisée en parties proportionnelles à ces mêmes tems, il faut seulement prendre garde que leur distance ne soit pas plus grande que les lignes que l'on veut partager dans cette proportion; dans tous les autres cas il n'y aura qu'à faire tomber les deux points donnés de la droite qu'on veut partager, sur les deux parallèles correspondantes. Par exemple ayant quatre parallèles 1, 2, 3, 4 (Pl. III. fig. 10) dont les distances soient comme les tems employés à parcourir les arcs DC′, C′P, PC″ (Pl. II. fig. 8) & par conséquent comme EH′, H′B, BH″, si je porte BH′ de M en L (fig. 10), j'aurai IN = EH″, divisée en trois parties IL, LM, MN, égales aux trois parties de EH″ que nous venons de dire proportionnelles aux tems écoulés. Que ces parallèles soient tracées sur un papier transparent au travers duquel on puisse voir d'autres

---

$$\sqrt{a - \sqrt{a^2 - c^2}} \times \left(a + \tfrac{1}{2}\sqrt{a^2 - c^2}\right) = \tfrac{1}{2}\sqrt{a^3 + 3ac^2 - (a^2 - c^2)^{\frac{3}{2}}} =$$

$$\sqrt{\left(\frac{a+c}{2}\right)^3 + \left(\frac{a-c}{2}\right)^3 - 2\left(\frac{a+c}{2}\right)^{\frac{3}{2}} \times \left(\frac{a-c}{2}\right)^{\frac{3}{2}}} = \left(\frac{a+c}{2}\right)^{\frac{3}{2}} - \left(\frac{a-c}{2}\right)^{\frac{3}{2}}.$$

Donc FMQN $= \frac{1}{3}\sqrt{\pi}\left[\left(\frac{a+c}{2}\right)^{\frac{3}{2}} - \left(\frac{a-c}{2}\right)^{\frac{3}{2}}\right] =$

* $\frac{1}{3}.\sqrt{\pi}\left[\left(\frac{r''+r'+c}{2}\right)^{\frac{3}{2}} - \left(\frac{r''+r'-c}{2}\right)^{\frac{3}{2}}\right]$ C. Q. F. D.

J'ai noté d'une petite étoile les trois valeurs de FMQN que donne Mr. Pingré, dans chacune desquelles il s'est glissé une faute d'impression dans sa *Cométographie*. On auroit tort d'en tirer la moindre conséquence au désavantage d'un livre sur le total excellent à tous égards, cela prouve seulement qu'il est dangereux de se contenter des résultats sans leur démonstration. Au reste ce théorème de Mr Lambert a été démontré aussi par Mr. de la Grange (Mémoires de Berlin a. 1778 p. 144) & quoique sa démonstration soit absolument différente, il ne m'a pas été inutile de l'avoir lue, pour trouver la valeur de π.

lignes tracées sur un papier placé au-dessous, & qu'autant que l'on a de parallèles sur le papier transparent, l'on ait sur l'autre autant de droites indéfinies dans la direction des observations correspondantes; en promenant & tournant le papier des parallèles sur ces visuelles indéfinies jusqu'à ce que les intersections des parallèles avec quatre visuelles correspondantes se trouvent alignées à œil en une même droite, on trouvera à peu près la situation de l'orbite rectiligne dans l'hypothèse du mouvement uniforme. Ce tâtonnement dans un problème dont on connoît plusieurs solutions géométriques, n'est préférable dans ma méthode que parce que sans employer d'observations qui se suivent d'assez près pour que je m'arrête à cette hypothèse, je ne m'en sers que pour commencer à m'orienter, en la regardant comme une limite dont je sais que la projection de l'orbite doit s'écarter plus ou moins par une courbure concave du côté du soleil. De cette limite pour procéder à une première orbite hypothétique, je suppose que les secteurs proportionnels aux tems soient à peu près comme les aires des triangles formés par les distances accourcies & les cordes qui en joignent les extrémités; & regardant la projection de l'orbite comme un polygone inscrit à une parabole autour du soleil placé hors de son foyer, je compose ce polygone irrégulier de triangles proportionnels aux tems, moyennant mes parallèles & les deux réflexions suivantes 1.° qu'un point quelconque q (fig. 10) sur la droite sp me donne deux triangles asq, qsb dont les aires sont comme les distances entre les parallèles 1, & 2, 2 & 3. 2.° que supposant IQ parallèle à LS', NR parallèle

à MS', deux points quelconques Q & R pris sur ces droites donneront des triangles QS'L, LS'M, MS'R dont les aires seront comme les distances entre les parallèles 1, 2, 3, & 4. Mais pour faire usage de ces réflexions je ne tire point de lignes sur le papier des parallèles. Je le place sur les droites de longitude (j'appelle ainsi les projections des visuelles des observations sur le plan de l'écliptique) & l'ayant tourné de manière que deux de ces droites soient coupées par les parallèles correspondantes aux points par exemple *a* & *b*, où je veux projeter la 1.re & la 3.me observation, je place une règle sur *ab* pour marquer légérement le point *p*, après quoi plaçant la règle sur le soleil & sur *p*, je vois où elle coupe la seconde droite de longitude. C'est le point où je dois projeter la 2.de observation. Si j'avois choisi de projeter la 2.de en L & la 3.me en M, après avoir, moyennant une règle placée sur ML, marqué les points I, & N, je placerois la Règle-parallèle sur le soleil & sur L, d'où je l'ouvrirois jusqu'à la porter sur I. Elle couperoit alors la 1.re droite de longitude au point, où il me faudroit projeter la 1.re observation; & je trouverois de même, en plaçant la Règle-parallèle sur le soleil & sur M & l'ouvrant jusqu'à la porter sur N, le point où je devrois supposer la quatrième observation projetée sur sa droite de longitude. Si l'on ne marque ces points qu'avec un crayon sur le papier des parallèles, il suffit d'y marquer de même le centre du soleil, pour pouvoir, après avoir ôté ce papier de dessus les droites de longitudes, marquer ces mêmes points sur ces droites, moyennant les distances accourcies que l'on aura sur ce papier des parallèles.

23. Après tous ces détails, pour achever d'éclaircir ma méthode, ajoutons un exemple. Nous avons les observations de la comète du 1779 depuis le 18 Janvier jusqu'au 17 Mai. Une observation de notre Illustre Correspondant Mr. l'Abbé Reggio du 18 de Mars à 10.h 54′ 24″ *t. m.* à Milan tient *proxime* le milieu. J'ai donc commencé par projeter les visuelles des observations de ces trois jours pour me déterminer dans le choix des autres, que je vais donner d'avance pour que l'on ait dans leur ordre naturel en une même table toutes les observations que j'ai jugé à propos d'employer. J'ai tiré les longitudes & les latitudes de la comète des Ephémérides de Milan pour l'an. 1782. pag. 158.

A. 1779	Tems vrai à l'observatoire de Paris	Lieu du Soleil	Longitude observée de la Comète.	Latitude observée boréale
I. Janvier le 18	18h. 8′ 2″	9s 29° 7′ 41″	9s 27° 4′ 33″	51° 13′ 18″
II. le 24	17 31 49	10 5 12 32	9 16 23 14	54 45 26
III. le 31	17 44 52	10 12 19 8	9 2 14 8	56 48 57
IV. Février le 17	14 14 42	10 29 21 22	7 28 3 41	54 4 12
V. Mars le 18	10 18 51	11 28 11 32	6 16 54 56	32 46 20
VI. Mai le 17	9 55 58	1 26 42 0	6 0 19 48	3 29 13

Pour l'orbite de la terre, je décris un cercle avec le rayon = 1 pris sur une échelle géométrique, où je puis le regarder comme divisé en 10000 parties. Je place le soleil en S (fig. 11) à 0, 0168 du centre; & 9.° $\frac{1}{6}$ à droite du rayon qui passe par S, je marque le commencement de ♋. Sur une telle orbite, T1, T5, T6 étant les lieux de la terre aux moments de la I.re, de la V.me & de la VI.me observation, j'ai tiré les droites de longitudes de la comète T1V1, T5V5, T6V6, dont la considération m'a fait juger qu'une observation entre

celles de T1 & de T5, me donneroit plus de lumière qu'une entre T5 & T6. J'ai donc subdivisé l'intervalle du 18 Janvier au 18 de Mars par l'observation du 17 Février, que j'ai projetée par la droite de longitude T4 V4, dont la considération m'a porté à juger à propos de subdiviser encore l'intervalle précédent par l'observation du 31 Janvier, projetée en T3 V3, & puis encore par celle du 24, projetée en T2 V2.

Jugeant ces six observations plusque suffisantes, j'ai calculé les intervalles des tems avec précision, parce que ce n'est pas seulement pour la première connoissance de l'orbite qu'ils doivent me servir, & pour des opérations graphiques, mais pour la détermination la plus exacte de l'orbite par le calcul, & pour sa vérification par la comparaison d'autres observations que les trois employées pour la déterminer selon la méthode commune que je suis dans le calcul.

Tems moyen à Paris					Jours de l'an	Intervalles ou tems écoulés
I. Janvier	18j.	18h.	19'	14"	18j.,76336	
II.	24	17	44	36	24, 73929	..... 5j.,97593
III.	31	17	58	55	31, 74925	..... 7, 00996
IV. Février	17	14	29	3	48, 60420	..... 16, 85495
V. Mars	18	10	56	59	77, 43541	..... 28, 83121
VI. Mai	17	9	51	58	137, 41110	..... 59, 97569
					Total	118, 64774

Ayant tiré sur un papier transparent six parallèles à des distances proportionnelles à ces intervalles, j'ai fait de la manière expliquée (§. 22) une première supposition d'un polygone tracé dans la figure 11 par des points depuis A1 jusqu'à A6. Il m'auroit étoit facile de commencer par une supposition

plus raisonnable, ayant égard à la grandeur apparente, à la lumière, au mouvement, & à tout ce qui peut faire juger du plus ou du moins de distance de la Comète aux tems des observations. La seule improbabilité qu'une partie si considérable de la projection de l'orbite s'écartât si peu de la ligne droite, auroit pu suffire pour m'éloigner d'abord un peu plus de cette limite, & me conduire à une meilleure supposition. Mais ç'auroit été moins propre à faire entrer dans l'esprit de ma méthode, à laquelle trop de réflexions sur le commencement nuiroient, en prenant plus de tems que n'en exige l'examen d'une supposition par des opérations graphiques, où l'on ne met pas un soin fort scrupuleux, sur tout pour les premières hypothèses. Il n'y a que les droites de longitudes où il est bon d'être exact, parce qu'elles restent toujours les mêmes pour toutes les suppositions, & sont la base de tout.

Supposant donc que la projection de l'orbite va de A1 à A6, pour voir si elle satisfait, je tire les distances accourcies SA1, SA6; je fais l'angle A1T1 K1 = 51.° 13' $\frac{1}{3}$, première latitude observée, & ayant élevé A1K1 perpendiculaire sur T1 V1, & coupé A1O = A1S, je mène la droite OK1. L'angle A1OK1 sera la première latitude héliocentrique. De même ayant fait l'angle A6 T6 K6 = 3.° 29' $\frac{1}{4}$, dernière latitude observée, tiré la perpendiculaire A6 K6, & sur le prolongement de V6 T6 coupé A6Ω = A6S, l'angle A6ΩK6 sera la dernière latitude héliocentrique. Par une opération semblable ayant cherché la latitude héliocentrique pour la troisième observation, je l'ai trouvée plus petite que la première. D'où j'ai conclu que la géocentrique n'étoit plus grande que parce que le rapport des distances de la comète à la terre &

au soleil, étoit considérablement plus petit, & non que le *maximum* des latitudes héliocentriques se trouvât entre A1 & A6. J'ai donc avec les deux latitudes héliocentriques extrèmes, & l'arc qui mesure l'angle A1 SA6, trouvé par le §. 18 le lieu du nœud, & l'inclinaison de l'orbite; & ayant tiré la ligne des nœuds SN, j'ai abaissé sur elle les perpendiculaires indéfinies A1 D1, A6 D6, & coupé D1 L1 = A1 K1, D6 L6 = A6 K6, D1 C1 égal à l'hypothénuse de A1 D1 avec D1 L1, & D6 C6 égal à l'hypothénuse de A6 D6 avec D6 L6. Il n'auroit guère été plus long de couper D1 C1 : D1 A1, & D6C6: D6 A6, comme le rayon au co-sinus de l'inclinaison.

Ayant les deux points de l'orbite C1, & C6, avec l'ouverture C1S, du centre C1, je décris l'arc E, & avec l'ouverture C6S, du centre C6, l'arc F, je tire la tangente commune à à ces deux arcs qui est la directrice FG, sur laquelle je mène la perpendiculaire SB qui est l'axe de l'orbite, dont j'ai le sommet en divisant SB en deux parties égales. Je trace la parabole & par la première méthode du §. 8 ses deux projections, A1 A2 A6 sur le plan de l'écliptique, & L1 L3 L6 sur le plan de l'axe de l'écliptique & de la ligne des nœuds. Je place cette dernière du côté opposé, pour diminuer la confusion, étant indifférent de quelque côté qu'elle soit; puisqu'il faut ni plus ni moins concevoir les trois courbes sur trois plans qui n'ont de commun que la droite SN.

25. Des points A2, A3, A4, A5, où la projection sur le plan de l'écliptique coupe les droites de longitude, tirez des perpendiculaires sur la ligne des nœuds; elles couperont l'orbite aux points des lieux observés, & la projection L1 L6 aux points correspondans, de manière qu'en imaginant la comète

en C4, élevée sur le plan de l'écliptique dans la perpendiculaire qui tombe sur A4, D4 L4 sera la distance de C4 à A4, ou la tangente de la latitude géocentrique, en supposant le rayon = T4 A4. De même D5 L5 sera la tangente de la latitude géocentrique de C5, le rayon étant T5 A5. Donc si la supposition des points A1 & A6 étoit exacte, en coupant sur la ligne des nœuds D5*t*5 = A5T5, D4*t*4 = A4 T4, &c. & faisant les angles D5*t*5 K5, D4*t*4 K4, &c. égaux aux latitudes respectives observées de T5, T4 &c, les points K5 & L5, K4 & L4 &c. devroient coïncider. Il s'en faut beaucoup. La supposition ne satisfait donc pas pour les latitudes. Je n'examine point par le §. 19 si les aires sont proportionnelles aux tems, parce qu'il suffit de remarquer, que le tems entre les observations de C4 & de C5 a été moins que la moitié du tems entre C5 & C6, pour que la disproportion des espaces, supposés parcourus en ces tems, saute aux yeux. J'examine seulement l'aire totale par la table de la chûte parabolique, en mesurant sur mon échelle géometrique la distance de C1 à S, égale à $r' = 0, 789$, la distance de C6 à S $= r'' = 3, 295$; & la corde de C1 à C6 $= c = 3, 230$; ce qui me donne $\frac{r'' + r'}{2} = 2, 042$, $\frac{1}{2} c = 1, 615$;

$\frac{r'' + r' + c}{2} = 3, 657$, dont le tems de la chûte	191j, 65
$\frac{r'' + r' - c}{2} = 0, 427$, dont le tems de la chûte	— 7, 64
& par conséquent le tems total de C1 à C6	184, 01

lequel n'ayant été en effet que de 118j, 65, la supposion donne un excès de 65j, 36 qui montre que l'aire totale doit être fort diminuée.

26. On diminue l'aire de l'orbite soit en rapetissant celle de sa projection supposée, soit en diminuant son inclinaison & les latitudes héliocentriques; ce que j'obtiendrai en accourcissant T1 A1 & plus encore T6 A6. La grande disproportion des parties de l'aire SA1 A2 A3 A4 A5 A6, avec les intervalles des tems respectifs, vient de ce que la parabole entre A1 & A6 ayant dû par sa courbure s'écarter beaucoup de la projection, supposée presque droite, ses intersections avec les droites de longitudes, surtout A4 & A5, se sont fort éloignées des points, où ces droites de longitudes coupoient la première supposition. Il faut donc prendre pour une seconde supposition un polygone dont les angles soient moins obtus. Il seroit long de continuer ainsi à détailler toutes les réflexions qui doivent redresser notre hypothèse, qui sont particulières à chaque cas, & qu'un peu d'usage rendra faciles. J'ai marqué sur la figure une seconde supposition, où gardant la plus petite distance T4 A4 de la comète à la terre, en partant de A4, avec mes parallèles, j'ai fait le polygone marqué par de petits points entre a1 & a6. Mais laissant à ceux qui en seront curieux, d'achever & d'examiner cette supposition, ou d'en faire d'autres, ma méthode me semblant assez éclaircie, je passerai à l'autre question que je me suis proposée, où l'utilité des projections se montre encore plus incontestable par sa grande facilité. Il s'agit de chercher dans le ciel une comète dont on attend le retour.

27. Que l'on ait une fois décrit l'orbite de la terre, & les deux projections de celle d'une comète, (fig. 12) ENC sur le plan de l'écliptique, & LNK sur le plan de l'axe de l'écliptique & de la ligne des nœuds; & que l'on demande pour un

instant quelconque la projection de l'orbite vue de la terre sur la sphère dont nous tenons le centre; soit à ce moment la terre en T; menez TC à tel point que vous jugerez à propos, de la projection sur l'écliptique, & CD perpendiculaire à la ligne des nœuds SN. Coupez $Dt = TC$, & joignez tK. La direction de TC vous donnera la longitude, & l'angle DtK la latitude, géocentriques, du point de l'orbite, que vous pourrez marquer sur un globe, ou sur un planisphère, ou sur une carte céleste; & vous n'aurez qu'à y marquer ainsi autant de points qu'il vous en faudra, pour y tracer l'orbite vue de la terre à tel moment qu'il vous plaira.

28. On pourroit s'épargner la peine de décrire la projection LNK, & déterminer DK moyennant la proportion du co-sinus de l'inclinaison à son sinus, comme DC à DK; ce qui est même beaucoup plus exact, quand CD est tangente ou près de la tangente aux deux courbes. Cependant en général quand on attend une comète je crois avantageux de tracer toutes deux les projections.

Après qu'on a trouvé à peu près la trace de l'orbite vue de la terre sur la sphère, on peut tirer TC précisément dans la direction de la longitude d'une étoile voisine, & la différence entre DtK & la latitude de l'étoile, sera la distance de l'orbite à l'étoile sur le cercle de latitude.

Une même droite T'C pouvant couper la projection ENC en deux points du même coté de la terre, deux points de l'orbite vue de la terre peuvent se trouver l'un sur l'autre dans le même cercle de latitude, ce qui a lieu toutes les fois que la projection ENC se trouvant entre la terre & le soleil, tourne sa convexité vers la terre, auquel cas il y a deux cercles de

latitude qui touchent l'orbite vue de la terre. C'est ainsi que l'orbite de la comète de 1661 projetée sur notre sphère céleste pour la nuit du 1.^{r} au 2.^{me} de Janvier 1789 touchera deux cercles de latitude, l'un environ à 8.^{s} 11.°, l'autre à 11.^{s} 0°; le premier à 16.° de latitude Boréale, & le dernier à 24.° de latitude Australe, en sorte que par un cours rétrograde en apparence, elle s'étendra de dessous la tête du Poisson Austral jusqu'au côté du Serpentaire, en commençant par une inflexion qui monte vers la tête du Poisson Austral, & finissant par une inflexion qui descend vers la cuisse précédente du Serpentaire, mais toujours concave du côté de la tête du Sagitaire, où sera alors le soleil au 12.° de ♑. Elle passera à moins qu'un degré de δ du Poisson Austral *, en allant droit vers l'écliptique; mais courbant bientôt sa route, elle ira passer sur λ à deux tiers de degré plus proche de l'écliptique, en dirigeant son cours pour passer entre η & ψ du Capricorne, & couper l'écliptique au commencement du ♒. Et c'est dans cette partie, vers *Fomalhaut*, qu'on pourra voir la comète le soir du 1.^{r} Janvier 1789. Vers le matin suivant il faudra la chercher sur la cuisse, le côté & le ventre du Serpentaire en descendant vers la main, près de laquelle passe l'orbite à 1.° $\frac{2}{3}$ de latitude au-dessus de τ dont la longitude sera 8.^{s} 27.° 50′, la lat. 15.° 18′. B.

* Dans le Catalogue Britannique, *in ambitu capitis trium ſequens*, long. réduite au commencement de 1789. 10.^{s} 29.° 13.′ 15.″ lat. 23.° 36.′ 7.″ A, ascen. dr. 341.° 3.′ Decl. 33.° 39.′ A. L'atlas de Flamsteed est d'accord avec le Catalogue. Sur le globe de Mr. de la Lande cette étoile n'a point de lettre, & la lettre δ répond à l'etoile μ *in australi pinna ſub costis* selon Flamsteed qui a suivi Bayer, pendant que Mr. de la Lande pour l'émisphère austral a suivi Mr. de la Caille qui a marqué η l'étoile δ de Bayer, que Mr. de la Lande a laissée sans lettre.

29. La figure 12.me représente les projections moyennant lesquelles j'ai eu toutes ces déterminations. Je finirai ce Mémoire en donnant les calculs faits pour les décrire aussi exactement qu'on pourra le souhaiter, puisqu'il n'est pas sûr encore que cette comète ne puisse reparoître en 1789, ou environ. Ce que dit Mr. Pingré Tom. II. pag. 133 & 134 semble nous assurer que c'est la même comète qui a été vue en 891, 1145, 1274, la première du 1402, & du 1532, celle dont nous avons de meilleures observations en 1661, laquelle ayant passé au périhélie selon Halley le 19. Octobre à 22.h 22.′ t. m. à Paris en 1532 (année julienne avant la correction) & de nouveau en 1661 le 26 Janvier, nouveau style, à 23.h 51′, auroit fait sa révolution anomalique en 128 ans, & 87 jours, &, supposant les perturbations nulles, devroit revenir à son périhélie le 25 avril 1789. Il est vrai que Mr. Méchain dans un Mémoire couronné par l'Académie de Paris ayant rassemblé toutes les observations de la comète de 1532, & les ayant soumises à un nouveau calcul, a trouvé qu'il étoit fort douteux que cette comète fût la même que celle du 1661. Mais autant que j'en puis juger sur le rapport de Mr. Pingré dans les additions à sa *Cométographie* p. 514, les conclusions de Mr. Méchain * ne sont pas décisives contre l'identité de

* Ayant vu depuis le Mémoire de Mr. Méchain dans le X volume des Savans étrangers, il m'a paru que les observations de Fracastor, quoique très-inexactes, s'écartant de l'orbite calculée par Halley dans le sens opposé à celle d'Apian, il est assez probable que les calculs d'Halley ne soient pas si loin de la vraie orbite de 1532 qu'ils le sont de celle qui satisfait le mieux aux observations d'Apian. Aussi, malgré toutes les raisons que Mr. Méchain a eu de leur donner la préférence, cet Astronome, aussi judicieux qu'habile, n'a pas cru devoir prononcer décidément que la comète de 1532 ne soit pas la même que celle de 1661.

ces deux comètes, & ce n'est qu'une raison de plus pour être en attention dès qu'approchera le tems, où le retour en est possible, au moins dès les derniers mois de 1788, si de bons calculs des perturbations de 1663 & 1664 ne nous rassurent pas que ce retour ne puisse anticiper. Sans les entreprendre, j'ai eu la curiosité de voir au moins s'il y avoit apparence que l'orbite dût être dérangée bien considérablement dans cette dernière révolution; & j'ai vu que de Jupiter il n'y avoit rien à craindre. La comète a passé le plus près de lui à une distance tout-au moins de 4,4 distances moyennes de la terre au soleil, & cela pendant qu'elle n'étoit pas beaucoup plus loin du soleil, en Décembre 1661. L'action de Saturne doit avoir été plus sensible, vers la fin du 1663, qu'il n'étoit éloigné de la comète que d'environ 2, 6 pendant que la distance de la comète au soleil étoit plus que quatre fois autant; & la durée, & l'angle ont été favorables à l'action perturbatrice. Mais il s'en faut beaucoup qu'il y ait à craindre que l'orbite ne soit plus reconnoissable, ou même douteuse. Échappée à Saturne, après le 1664, la comète n'a pu & ne pourra trouver près de son chemin aucun astre dont nous ayons connoissance, lequel puisse en troubler le cours avant qu'elle se rapproche de son nœud ascendant qui est assez près de son périhélie. La partie de l'orbite par laquelle elle doit nous revenir, s'écarte trop du plan de l'écliptique pour que les planètes puissent la déranger considérablement. On peut donc être sûr que si on la revoit, on la reconnoîtra. Mais il n'est point du tout impossible qu'elle passe sans être aperçue; & c'est ce qui doit engager tous ceux qui en ont

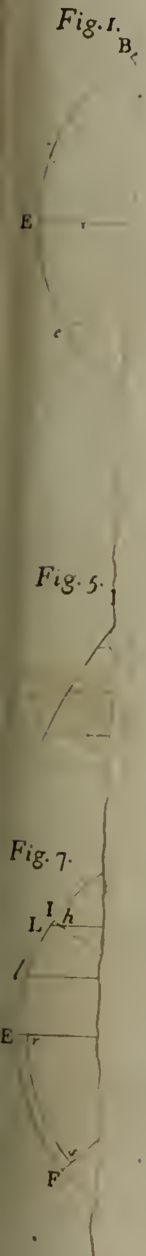


Fig. 1.
B
E
Fig. 5.
Fig. 7.
I
L
h
E
F

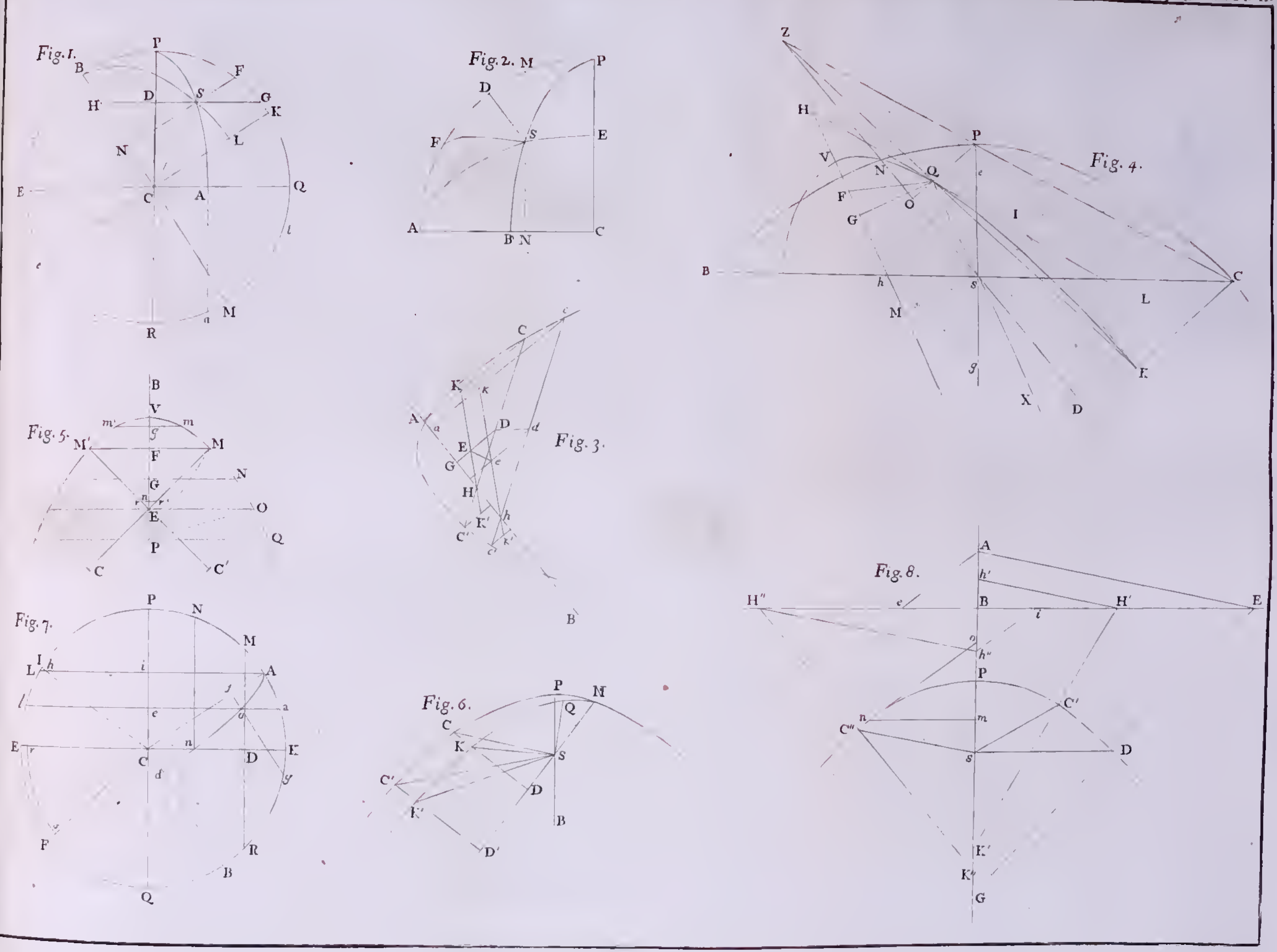


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.

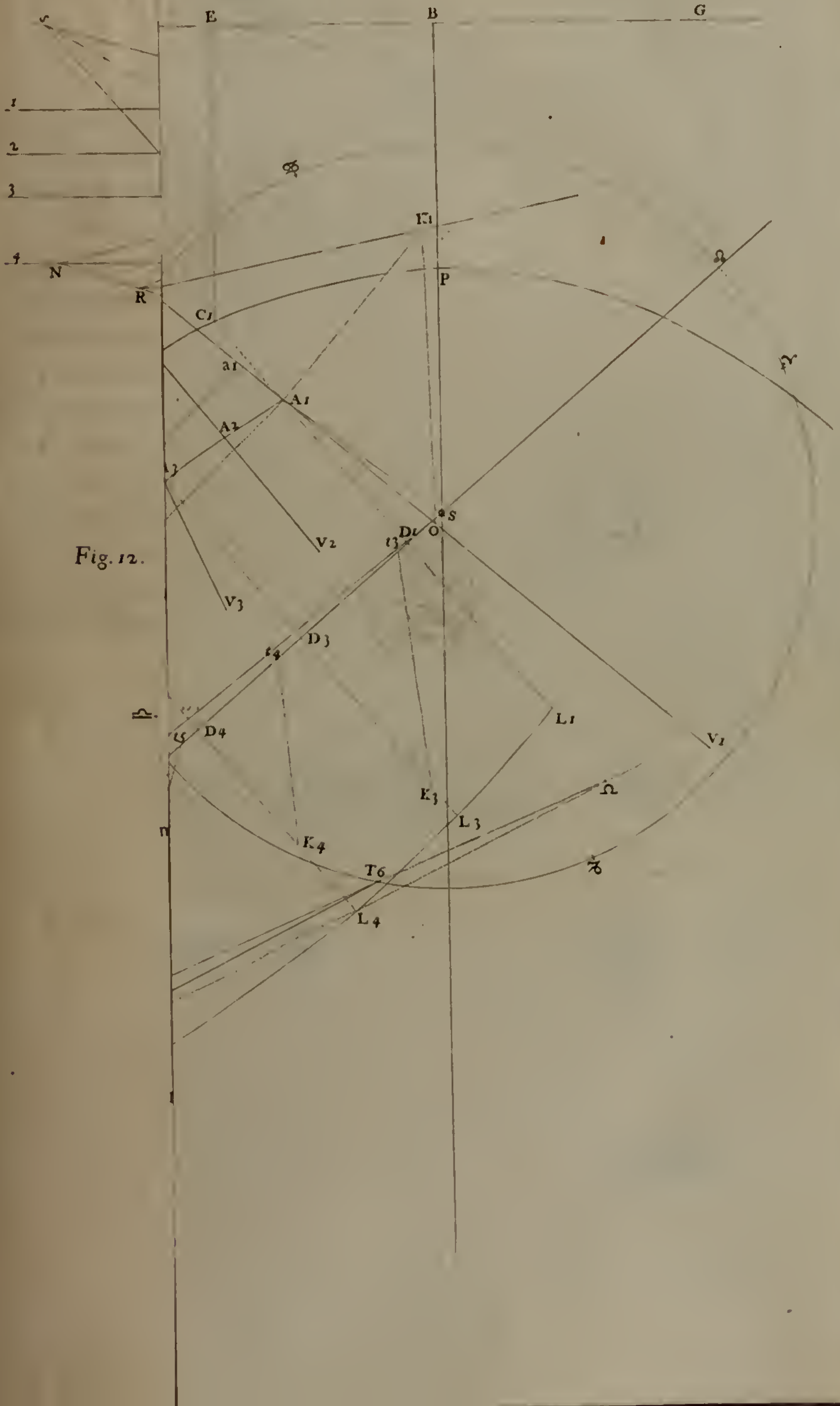


Fig. 12.

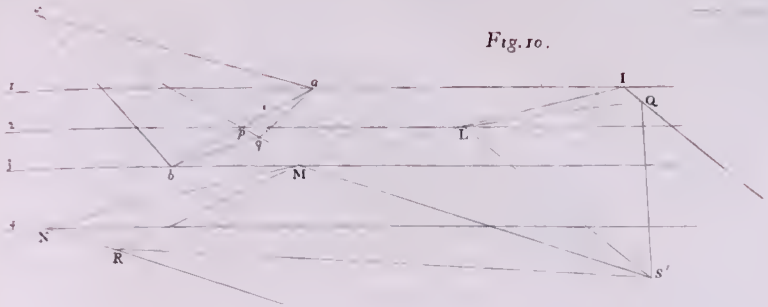


Fig. 10.

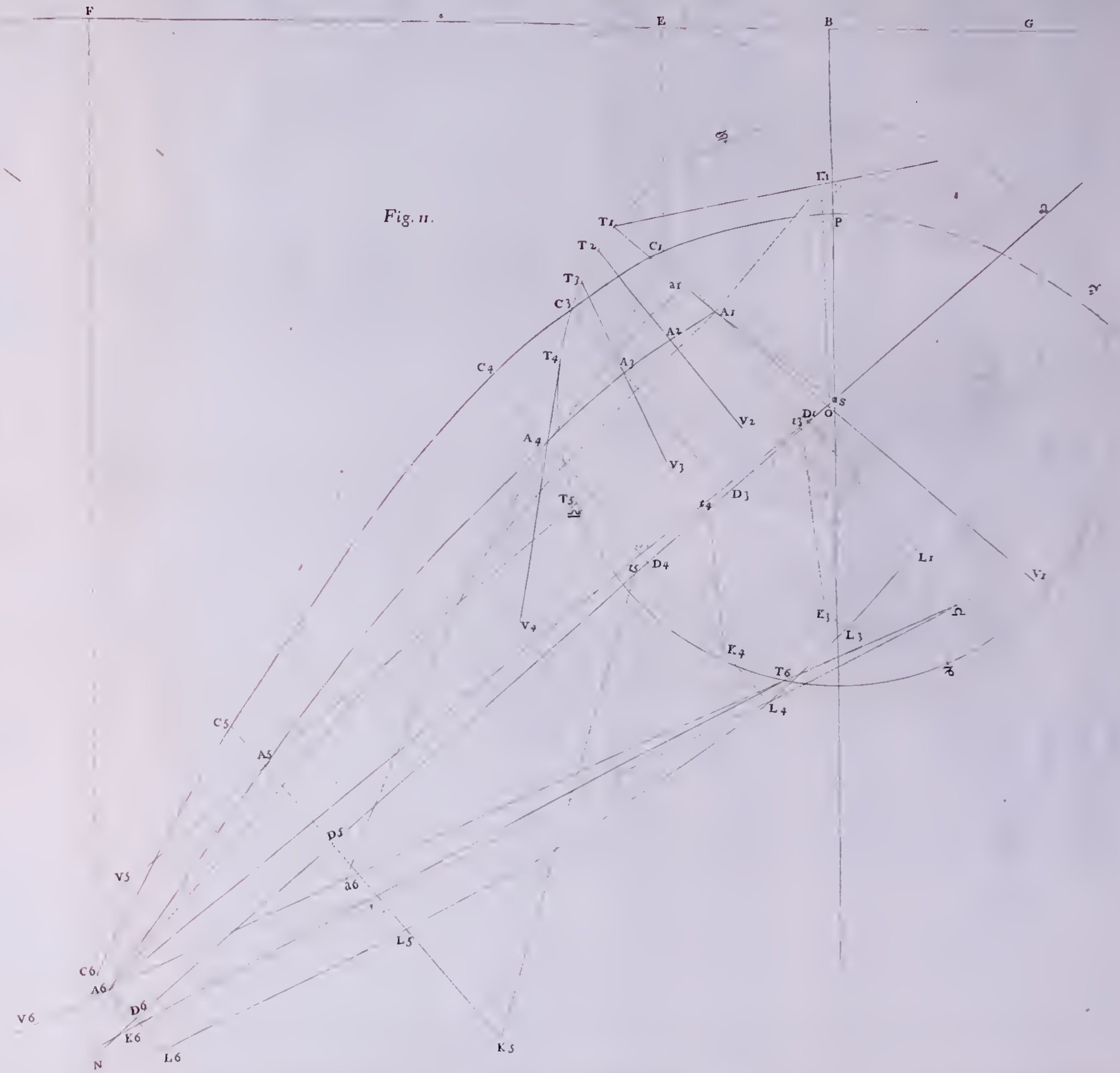


Fig. 11.

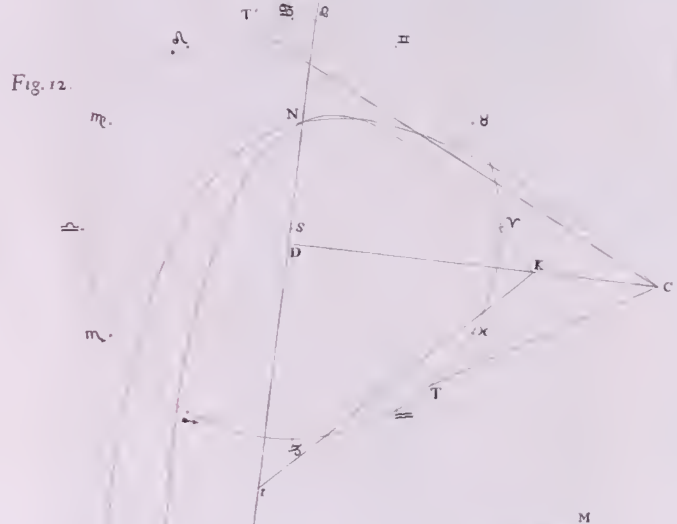


Fig. 12.

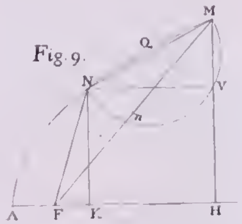


Fig. 9.

les moyens, à la chercher dans le ciel avec soin sans attendre que le hasard, ou son éclat la fasse découvrir.

Pour cela ayant le ☊, 2s. 22°. 30'. 30", l'inclin. 32°. 35'. 50", le lieu du Périhélie 3s. 25°. 58'. 40", la distance 0,44851, nous aurons pour construire sa projection sur le plan de l'écliptique (selon le §. 11 fig. 4) SM = 0,111746 sur une droite tirée du soleil à 0s. 21°. 37' ½, MV = 0,437112, & le paramètre = 1,410236. Pour la projection sur le plan perpendiculaire à l'écliptique, SM = 0,227253 sur une droite tirée du soleil à 0s. 12°. 6'. ¼, MV = 0,4660293, & le paramètre = 0,7498836. Leur intersection doit donner (fig. 12) SN = 0,4890578 sur la droite du soleil à 2s. 22°. 30'. ½. Si la facilité de chercher la comète moyennant ces projections avoit le bonheur de contribuer à la faire découvrir, ce seroit sans doute un des plus éclatans exemples de leur utilité.

SUR

UNE AURORE BOREALE EXTRAORDINAIRE

OBSERVÉE A TURIN LE 29 FÉVRIER 1780.

PAR M.r LE COMTE MOROZZO *

Le mois de février de cette année avoit été assez tempéré jusqu'au 20 ; mais après le 20 le froid recommença, & le thermomètre marqua, pendant cinq à six jours, 4 degrés au-dessous du terme de la congélation; le 28 le tems s'étoit un peu adouci; le 29 il y eut un dégel, le tems étoit serein, beau, clair & le vent quoique peu sensible venoit du sud; vers le soir le vent étoit un peu plus fort, surtout dans un lieu élevé. Ce fut sur les sept heures du soir de ce jour-ci, que commença à se manifester l'aurore boréale dont je vais rapporter l'observation : le baromètre étoit à 27 pouces, 6 lignes.

1. La lumière étoit assez foible, mais uniforme: elle embrassoit sur l'horizon un arc de 90 degrés ou environ; son milieu étoit nord-ouest-ouest; ce qu'il y avoit de plus particulier à remarquer, c'est qu'on apercevoit sur l'ouest, où la lumière finissoit, un brouillard épais & noir qui tenoit à l'horizon, se

* Ce petit Mémoire fut lu le 3 de mars 1780 dans nos Assemblées particulières. Mr. l'Abbé Canonica un de nos Confrères, & Professeur de Physique à l'Université, à qui je le communiquai dans ce tems-là, a rapporté dans ses leçons de Physique quelques-unes des observations qu'il contient.

dirigeoit vers le haut & sembloit séparer le phénomène du reste du ciel (voy. Pl. IV. fig. I.)

2. Une demi-heure après, la lumière rouge s'affoiblit, mais une blancheur éclatante en prit la place; on ne voyoit plus d'étoiles à travers cette vapeur blanche, on apercevoit seulement quelques traces de rouge à la partie la plus à l'ouest, c'est-à-dire près du brouillard.

3. Sur les 8 heures & un quart on vit s'élever de l'horizon un brouillard épais, qui, quoiqu'irrégulier au commencement, prit la forme d'une zone parallèle à l'horizon, restant au-dessous de la lumière blanche. Cette zone de brouillard poussoit en haut celle de la lumière blanche dont les bords commencèrent un quart d'heure après à se colorer en rouge, en sorte qu'on observoit alors fort distinctement trois zones (fig. II.) savoir 1.° celle du brouillard opaque qui tenoit à l'horizon; 2.° celle de la lumière blanche; 3.° celle de la vapeur rouge: mais vers les 9 heures les deux premières zones prirent aussi la couleur rouge, qui devint toujours plus vive dans la dernière.

4. Quelques minutes après, la lumière rouge fut à son plus haut degré de perfection; la couleur de feu étoit d'une intensité fort grande, des jets lumineux blancs parcouroient cette atmosphère enflammée dans la direction du nord au sud. Le nuage qui étoit à l'ouest, & qui formoit pour ainsi dire une barrière à la lumière boréale, se changea en rouge vif, hormis la partie tenante à l'horizon qui resta opaque. Ce nuage, qui avoit un mouvement de tourbillon que je ne saurois mieux comparer qu'à la fumée d'un fourneau de fonderie, paroissoit continuellement fournir par ses jets de la matière

à cet embrasement électrique; ce spectacle dura environ une demi-heure, à ce terme l'aurore parut s'affoiblir & gagner du côté de l'est; lorsqu'un autre phénomène s'offrit à mes yeux.

5. L'atmosphère étoit alors uniformément rouge; le nuage, dont je viens de parler, forma, en se dissipant, une autre espèce de gros nuage isolé assez grand, & d'une couleur aussi vive que celle du sang, d'où partoient des jets lumineux, dont plusieurs arrivoient jusqu'à mon zénith: malgré la densité du rouge de feu, l'on y voyoit très-distinctement les étoiles à travers, & comme le fond du ciel étoit coloré en rouge, il sembloit y avoir dans cet endroit deux aurores boréales. Ce qui me surprit extrèmement, c'est que dans ce nuage la direction des jets lumineux étoit presque parallèle à l'horizon dans la direction de l'ouest à l'est, où ils avoient quelque déclinaison (fig. III.). Je n'ai jamais vu des jets lumineux avec cette direction dans plus de dix aurores boréales que j'ai observées; car je les ai toujours aperçus ayant la direction de l'horizon en haut presque perpendiculairement.

6. Cette magnifique aurore boréale me fournit l'occasion de faire avec l'électromètre une expérience très-intéressante. J'avois ajusté cet instrument sur une canne près de 4 toises, j'étois placé sur une tour élevée de 10 toises au-dessus du niveau de la rue. A 9 heures je commençai à apercevoir des marques d'électricité: les deux petites boules de moelle de sureau se séparèrent de deux pouces, & furent continuellement en mouvement: elles s'éloignoient même presque de 5 pouces, lorsque la lumière étoit vive, & que les jets lumineux étoient bien élevés.

Ce qu'il y eut de surprenant, c'est que, lorsque la lumière étoit si vive & si intense, & que les jets lumineux passoient au de-là de mon zénith, les boules de l'électromètre non seulement se séparèrent considérablement, mais furent encore attirées en haut vers le nuage enflammé, comme on voit dans la figure IV. Je crois cette dernière observation tout-à-fait neuve. A la vérité Canton avoit observé, dans le tems d'une aurore boréale, l'éloignement des boules, mais aucun n'avoit parlé de cette espèce d'attraction.

7. Cette vivacité de couleur ne dura pas long-tems, car sur les 9 heures, 20 minutes elle commença à diminuer de telle manière que sur les 36 min. la lumière étoit partout très-foible, & le nuage isolé qui étoit de couleur de feu avoit entièrement disparu. La lumière blanche reparut, & les brouillards denses garnirent de nouveau l'horizon comme auparavant, le rouge revint assez vif, mais la matière en étoit devenue si épaisse, qu'on n'y pouvoit plus voir les étoiles à travers; à 9 heures 50 min. il disparut: dans ce tems l'électromètre ne me donna plus aucune marque d'électricité, le vent de sud, qui dura constamment, prit pour lors un peu plus de force.

8. Sur les 10 heures, les brouillards épais reparurent à l'horizon, & poussèrent en haut la zone de lumière blanche, qui se colora comme précédemment de rouge sur son bord, quoique plus foiblement. (fig. V.). Ce qu'il y eut alors de particulier, c'est que les brouillards qui couvroient l'horizon, ne commençoient que sur la ligne du nord en venant vers l'est; du point du nord à l'ouest les montagnes se découvroient très-distinctement, de façon qu'on comptoit trois zones

du nord à l'est, & deux simplement du nord à l'ouest: la lumière blanche, quoiqu'elle ne fît qu'une seule zone, du côté de l'est étoit un peu jaunâtre & dense, tandis qu'elle étoit un peu azurée du côté de l'ouest, & assez rare pour y voir distinctement les étoiles à travers.

9. A 10 heures & demie la vapeur blanche s'affoiblit; quelquefois il reparoissoit un peu de rouge, quoique très-foible, qui se dissipa entièrement près de minuit sans qu'il se passât la moindre particularité pendant tout ce tems.

10. Durant l'observation je vis cinq ou six étoiles tombantes, qui me parurent toutes sous l'aurore boréale. Le vent continua le 1.er mars à souffler du côté du sud, & vers midi sud-sud-ouest. Le baromètre ne fit aucun changement sensible. Le soir le ciel avoit au nord une très-légère teinte blanchâtre qui ne prit jamais de la couleur: le jour suivant le tems fut couvert, il y eut même du brouillard; mais le soir on vit du côté du nord pendant une demi-heure la lumière rouge boréale que je n'eus pas le tems d'observer.

Je n'entrerai pas dans des raisonnemens sur un phénomène dont la nature est aujourd'hui connue; mais qu'il me soit permis d'ajouter ici que le Père Beccaria, à qui j'en communiquai l'observation, fut si frappé des singularités qui l'avoient accompagné, qu'il me pria de lui faire part de toutes les observations que je pouvois avoir faites sur différentes aurores boréales, & de faire attention à toutes celles qui paroîtroient. Le motif de son empressement étoit, qu'il se proposoit de donner au public un ouvrage sur ce météore, & il espéroit pouvoir l'achever, en rassemblant un grand nombre d'observations; mais la maladie douloureuse dont il étoit

attaqué, l'enleva malheureusement dans le tems qu'il pensoit d'y mettre la dernière main.

Comme j'avois déjà observé dix aurores boréales, je me fis un plaisir de lui en communiquer les observations; quoiqu'elles fussent très-imparfaites à bien des égards, parce que je n'avois eu en vue en les faisant, que de contenter ma curiosité, elles ne laissèrent pas que de l'intéresser, en y voyant décrite dans trois particulièrement la direction du vent avant le phénomène, & son changement en vent de sud après; ce qui confirmoit les observations de Mr. Wind, & l'ingénieuse explication donnée par Mr. Franklin.

Peu de tems après je me trouvai encore à même d'obliger notre Savant, en lui envoyant deux nouvelles observations, que j'eus lieu de faire la même année (1780.), l'une le 15 juin, & l'autre le 18 juillet: elles firent le sujet de deux lettres que je lui écrivis de Pinerol, & que j'ai l'honneur de rapporter à l'Académie dans l'espérance qu'elles pourront être de quelque utilité pour l'avancement de la Météorologie.

Mon Rev.d Père.

J'ai l'honneur, mon Rev.d Père, de vous adresser l'observation que j'ai faite le 15 juin sur une aurore boréale. Elle présente des faits assez intéressans pour mériter d'être jointe à celles que je vous ai déjà communiquées relativement à ce phénomène.

Cette aurore boréale a paru sur les 9 heures & $\frac{1}{2}$ du soir: son étendue n'étoit pas bien grande, car elle ne tenoit sur

l'horizon qu'un arc de 30 degrés tout au plus, dont 25 environ vers l'ouest, & 5 en deçà de la ligne du nord vers l'est: la lumière n'a jamais gagné du côté de l'est, & sa couleur n'a jamais paru ni bien vive, ni bien éclatante; j'en attribue la raison en partie au clair de la lune, qui étoit très-vif cette nuit-là. Le ciel étoit fort serein du côté du nord & de l'ouest: du côté de l'ouest la lumière étoit plus dense, l'on y voyoit cependant très-distinctement les étoiles à travers. Elle n'a duré qu'environ une heure, & ç'a été un peu avant les 11 heures qu'elle s'est dissipée entièrement sans avoir jamais donné pendant son apparition des jets lumineux, ni avoir laissé de couleur blanchâtre ou laiteuse, comme celà arrive assez fréquemment.

Il n'y a rien jusqu'ici, qui mérite votre attention, mon Rev.d Père, hormis le jour & la saison de l'apparition de cette aurore, puisqu'il est très-rare d'en observer en Italie pendant l'été: j'espère cependant que vous serez plus satisfait, lorsque je vous aurai exposé les variations du tems qui ont précédé ce phénomène, & celles qui l'ont suivi.

La journée du 15 a été tranquille, le tems calme avec quelques nuages, le soleil brillant jusqu'à 6 heures & ½ du soir, qu'il s'est élevé un vent nord & nord-ouest des plus violens; des gros nuages qui s'avançoient rapidement du nord au sud, nous annonçoient un violent orage, mais on en a été quitte pour le vent; ces nuages n'ont jamais pu gagner le zénith, mais ils ne faisoient que parcourir le long de l'horizon, au-dessus duquel ils n'ont jamais été élevés plus de 60 degrés. Le vent qui a régné constamment, même pendant le phénomène, a toujours été très-violent & vent du nord &

nord-ouest. La Ville de Pinerol est, comme vous savez, entourée de montagnes du côté du nord & de celui de l'ouest, ce qui fait changer de direction aux vents qui viennent de ces côtés-là, de manière qu'on ne peut pas en juger exactement; cependant comme les côtés de l'est & du sud sont très-libres, & que le vent a toujours eu une direction contraire, je ne crois pas m'y être mépris.

Pendant l'aurore boréale il y avoit à l'est & au sud de gros nuages qui étoient élevés tout au plus de 20 degrés au-dessus de l'horizon, & d'où il partoit de tems en tems des éclairs, mais je n'ai pas entendu gronder le tonnerre, à cause de leur grand éloignement.

Cette nuit le tems a été frais, le thermomètre de Réaumur étant à 13 degrés au-dessus du terme de la glace; pour le baromètre je n'ai pu le consulter. Le vent a continué même avec violence, mais le lendemain matin, c'est-à-dire le 16, il s'est changé entièrement en vent de sud qui a duré tout le jour & toute le nuit : à huit heures le thermomètre étoit a 16.°, & il n'a jamais passé le 18.me degré, 6 lignes de toute la journée : à cette même heure le baromètre étoit près de 28.°, & en moins de trois heures il a baissé d'un pouce 2 lignes. Le vent de sud a continué à régner pendant tout le 17.

Je n'avois pas d'électromètre prêt, durant le phénomène, mais il auroit été inutile de l'employer, puisque la lumière étoit foible, & que d'ailleurs le vent violent qui souffloit en auroit empêché toute observation.

Quoique cette aurore boréale ne présente par elle-même rien de bien particulier, cependant les circonstances qui l'ont accompagnée sont, comme vous voyez, intéressantes. Le vent

violent qui s'est levé tout-à-coup trois heures avant le phénomène ; le contraste des nuages qui ne se sont jamais élevés ; le changement du vent de nord & de nord-ouest en celui du sud arrivé en moins de six heures ; les éclairs enfin qui annonçoient abondance de matière électrique dans une atmosphère plus près de nous, tandis qu'il y en avoit quantité au nord dans une atmosphère plus éloignée ; tout mérite l'attention des Physiciens, & concourt à confirmer les observations du Capitaine Winn, & l'explication qu'en a faite Mr. Franklin, à donner enfin plus de poids aux conjectures de Mr. Saverio Poli sur les orages qui suivent les aurores boréales. Mais ce qui me flattera de plus, mon Rev.d Père, c'est que mon observation puisse vous être de quelque utilité dans le travail que vouz allez entreprendre sur cette matière.

J'ai l'honneur d'être &c.

Pinerol le 18 juin 1780.

Mon Rev.d Père.

Voici, Mon Rev.d Père, encore une observation sur une aurore boréale qui a paru le 28 juillet. Il est surprenant de voir arriver si souvent ce phénomène dans notre climat, & surtout dans les mois des plus grandes chaleurs; tandis qu'autrefois, au rapport de Mr. de La Lande, ce météore s'apercevoit très-rarement en Italie. Sa fréquente apparition doit engager les Physiciens à s'en occuper plus sérieusement pour jeter un plus grand jour sur sa nature. C'est dans cette vue

que j'ai l'honneur de vous en adresser encore cette observation.

Le 28 de ce mois on sentit, comme les quatre jours précédens, de grandes chaleurs, le thermomètre de Réaumur étant à 22.° Le tems étoit fort calme & pesant ce jour-là, le vent, comme on dit, siroc, & le baromètre à 27 pouc. 9 lign.

Ce fut sur les 10 heures & demie qu'on commença à apercevoir l'aurore boréale, qui ne dura pas beaucoup ; sa lumière ne fut jamais bien vive, cependant elle me présenta un phénomène que je n'avois jamais aperçu en faisant les autres observations. Elle étoit divisée en deux faces à l'horizon, & se joignoit sur mon zénith; l'espace entre ses deux bandes lumineuses étoit environ de 20 degrés, elles pouvoient en tenir 15 chacune, de façon que l'arc sur l'horizon, qui étoit compris par le météore, étoit a peu près de 50 degrés: elles étoient également éloignées de la ligne du nord, en sorte qu'elles formoient précisément deux aurores boréales, l'une à l'ouest-nord, & l'autre à l'est-nord, qui venoient se croiser sur ma tête & faire un angle d'environ 20 degrés. Ces deux bandes avoient leur plus grande largeur à la hauteur de l'étoile polaire, & dès ce point leur largeur diminuoit en se jetant sur l'horizon, de manière à me faire croire qu'elles alloient se rencontrer à mon nadir, & faire un angle comme sur mon zénith. La lumière ne put jamais passer d'une bande à l'autre, & remplir cet espèce de triangle au nord, qui fut constamment sans la moindre trace de vapeur lumineuse.

La planche v. donnera tout l'éclaircissement possible.

H H L'horizon.

N I Lumière boréale est-nord.

M I Lumière boréale ouest-nord.

I Point d'intersection sur mon zénith.

M N I Triangle non lumineux.

A B C D Point de la plus grande largeur des bandes à la hauteur de l'étoile polaire.

O H I Ligne du nord.

Il y eut quelques jets lumineux assez foibles, & qui parcouroient ces deux bandes sans jamais en sortir, celle de l'ouest avoit plus de couleur que celle de l'est; il y avoit quantité de nuages qui n'étoient pas beaucoup denses, ce qui ne laissoit pas de faire un beau spectacle à mesure qu'elles passoient sur la vapeur lumineuse. La lumière ne dura qu'une heure & un quart, puisqu'elle avoit entièrement disparu à minuit, & que l'on n'apercevoit à l'ouest que quelques traces de lumière laiteuse qui se dissipa aussi en très-peu de tems.

Il y eut pendant le phénomène un léger souffle de vent d'ouest un peu frais; le thermomètre à minuit étoit à 17 degrés, & le baromètre ne fit aucun changement sensible.

Le 29 au matin le vent se changea en vent de sud qui après avoir soufflé constamment pendant trois à quatre jours, céda au sud-est qui nous amena de la pluie.

Je finis en vous faisant remarquer comme un fait assez constaté & important, que le vent à la suite des aurores boréales se change toujours en vent de sud.

J'ai l'honneur d'être &c.

Pinerol le 11. août 1780.

Fig.a I

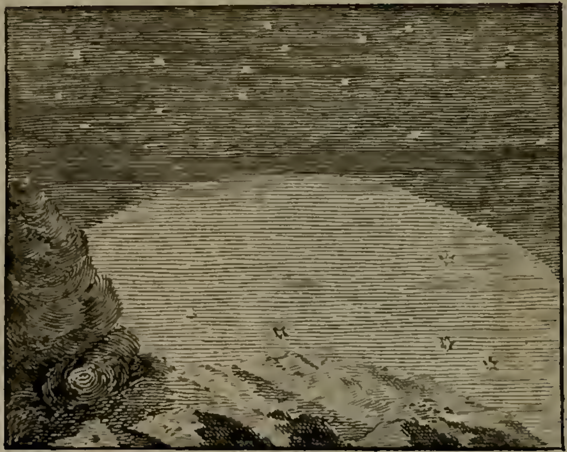


Fig.a II

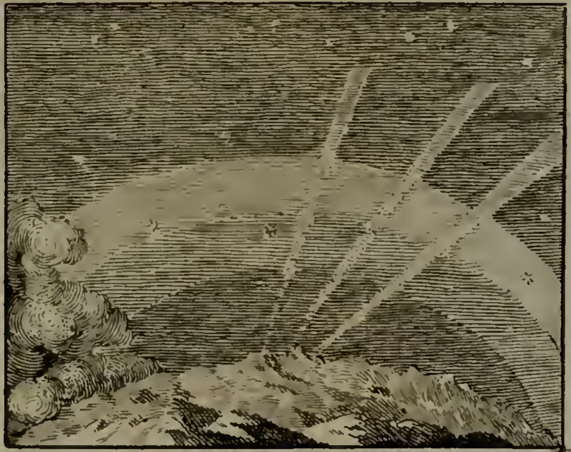


Fig.a IIII

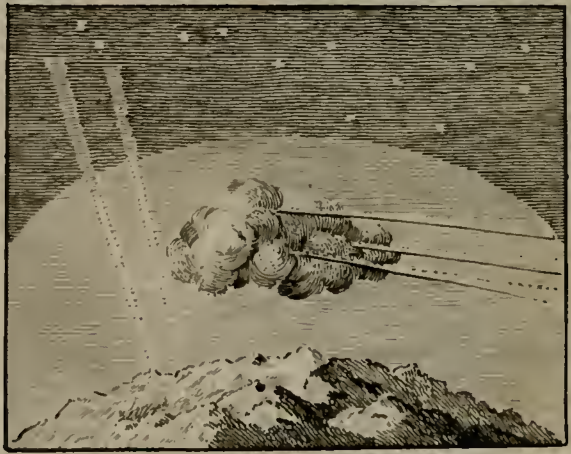
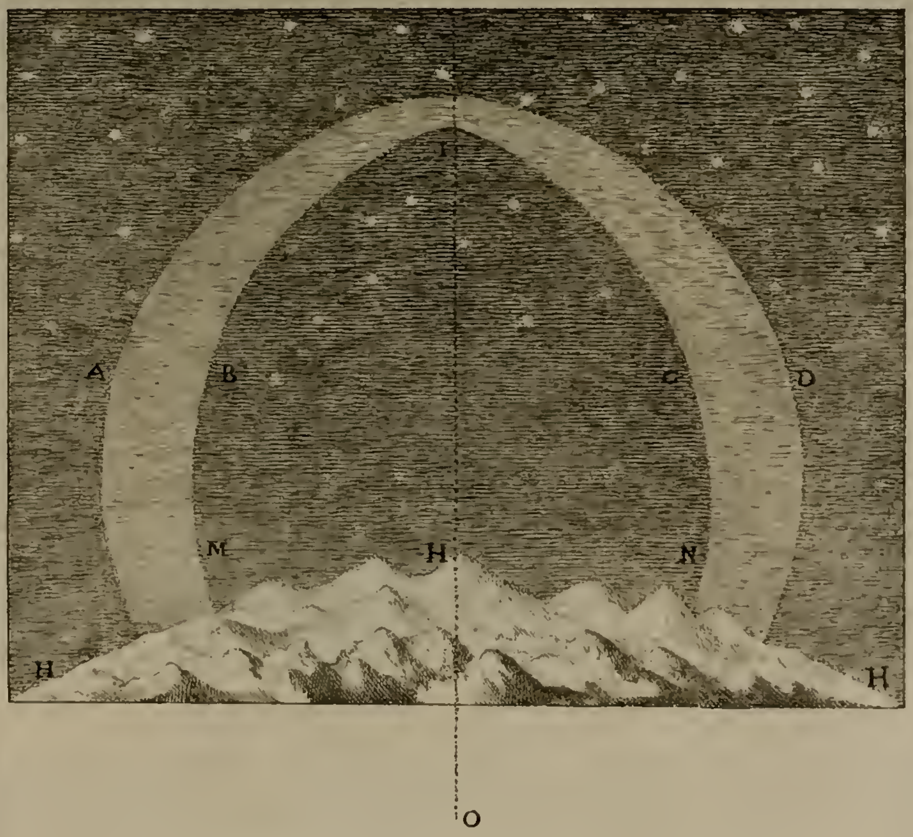


Fig.a III

Fig.a V

BRITISH NATURAL HISTORY



I
A
B
C
D
M
H
N
H
H
O

NATURAL HISTORY

MÉMOIRE

SUR LA CONSTRUCTION ET SUR L'ACCROISSEMENT DES OS.

PAR M.r PERENOTTI

PREMIÈRE PARTIE

Quoique les os ne soient que des parties passives, totalement destituées d'empire & d'action sur les autres parties de la machine animée, le rôle néanmoins qu'ils y jouent, les met au rang des parties les plus essentielles. Leur forme variée selon l'usage différent auquel chacun d'eux est destiné, leur structure qui subit des changemens d'un âge à l'autre, leur accroissement qui se fait malgré leur ferme solidité, sont autant d'objets propres à exciter l'admiration & à exercer l'attention de l'esprit observateur. Les premiers Fondateurs de l'Anatomie, & ceux qui l'ont cultivée depuis pendant une longuè suite de siècles, n'ont regardé dans les os que leur configuration & leur structure la plus sensible. Il étoit réservé aux Philosophes de ces derniers siècles d'entrer dans l'obscurité, où la nature travaille à la formation des os, à leur accroissement, & même là, où elle s'occupe de leur réparation. De grands Anatomistes & de célèbres Physiciens ont fait de ces opérations de la nature l'objet de leurs recherches. On a étudié & analysé la structure des os; on les a décomposés de manière à pouvoir distinguer la qualité & la disposition des

matériaux qui en font le massif. Mais peut-on de là se flatter que le mécanisme de l'ossification soit devenu un point anatomique des plus lumineux ? Au milieu de ce siècle un Savant l'a avancé * à l'honneur d'un des plus illustres de ses Collègues ** qui s'étoit appliqué assez longtems à éclaircir cette partie de la Physiologie.

L'importance de cette question, ou de la matière qu'elle concerne, nous engage à entrer dans la carrière que tant d'hommes illustres nous ont ouverte. Nous allons examiner les os décomposés pour en reconnoître la vraie substance & la structure; parcourir les métamorphoses étonnantes, auxquelles les os sont naturellement sujets depuis les premiers jours de l'adolescence de l'animal jusqu'à sa vieillesse; & observer enfin quelques phénomènes que les os présentent dans l'état contre nature. Ce n'est que par un pareil examen que l'on peut espérer de découvrir les moyens que la nature emploie pour la construction & pour l'accroissement des os.

PARTIE PREMIÈRE

SUR LA SUBSTANCE, ET SUR LA STRUCTURE DES OS.

Depuis la renaissance des lettres l'on sait que les os dans leur première formation ne sont que des espèces de cartilages. Gabriel Fallope dans le seizième siècle a été le

---

* Mr. de la Sône premier Médecin du Roi de France, membre de l'Acad. R. des sciences de Paris.

** Mr. du Hamel du Monceau, membre de la même Acad

premier à remarquer la jonction de plusieurs pièces d'os, qui se trouvent naturellement divisées dans le fœtus, & ne font plus que de seuls corps osseux dans l'adulte, ainsi que le passage que font les épiphyses de l'état de cartilage à celui d'os effectifs *. André Vésale qui a professé presque dans le même tems l'Anatomie à Padoue, & ailleurs en Italie, a recherché dans les os les points par où commence l'ossification & la marche qu'elle tient pour faire disparoître le cartilage, dont ils ont toute l'apparence avant ce tems ** Barthelemi Eustachius a aussi employé ses soins en de pareilles recherches avec beaucoup de succès, comme on peut le voir dans les œuvres anatomiques qu'il nous a laissées.

Ces grands hommes ont eu dans différentes régions de l'Europe des imitateurs éclairés qui se sont efforcés à l'envi les uns après les autres de perfectionner cette étude ; en sorte que par la lecture de leurs ouvrages l'on peut maintenant apprendre avec assez d'exactitude les différens degrés de consistance ou d'endurcissement, qu'acquièrent les os depuis les premiers mois de l'embryon, jusqu'à un tems bien éloigné de sa naissance.

Si Fallope & Eustachius ont accru l'un après l'autre la gloire de l'Italie savante en donnant naissance à l'étude de l'ostéogénie par des notions nouvellement acquises, cette patrie n'a pas été moins illustrée à ce même égard par d'autres savans, qui ont institué l'analyse de la structure & de la substance des os. Le grand Malpighi dans le dernier siècle

* V. Gabriel Fallop. observat anatom Venet. 1562.

** Gabriel Fallop observat anatom. examin. Venet. 1564.

passé a découvert le premier, que les os sont composés de lames ou de feuillets renfermés les uns dans les autres. Il les à observés réticulaires & unis entr'eux par le moyen des prolongemens de leur réseau; lesquels prolongemens passent d'un feuillet à l'autre & s'y anastomosent.

C'est dans des os d'embryons, ou d'animaux nouveau-nés qu'il s'est assuré de l'existence & de la forme de ces lames, après avoir fait tremper dans de l'eau ces os tendres, au point de pouvoir les en séparer les uns après les autres. Mais ce n'est pas uniquement de l'union successive de ces tissus réticulaires qu'il fait dépendre la solidité des os. Il y ajoute le concours d'un suc particulier qu'il appelle osseux, c'est-à-dire disposé à s'endurcir dans les aréoles qu'il doit remplir, & capable de produire en conséquence la dureté naturelle à toute pièce osseuse *.

Peu de tems après la découverte de Malpighi, Dominique Gagliardi fut conduit par ses propres observations à reconnoître dans les os les lames, parmi lesquelles il en a distingué de réticulaires, de cribleuses, & de plissées, ainsi que l'existence réelle du suc osseux. Il s'est exprimé plus nettement sur la nature de ce suc & sur la structure des lames, en conséquence sans doute de ce qu'il a plutôt porté son attention sur des os de sujets adultes. Il a déclaré que les lames osseuses sont composées de fibres molles & flexibles ; que ces fibres ou filamens ne deviennent durs que par l'interposition du suc osseux, & que ce suc, qu'il nomme aussi suc gypseux ou substance gypseuse, est soluble

---

* Marcel. Malpigh. *Op. posthum., anatom. plant. id. & de caudic. augmento.*

dans les liqueurs acides, autant que le sont les perles & les coraux, sans que la substance fibreuse des lames en souffre d'autre altération, que celle de devenir pliante de ferme qu'elle est avant la séparation du suc en question.

Ce Professeur Romain avoit imaginé de petits clous, les supposant nécessaires pour fixer les lames des os les unes contre les autres, mais il a fait sentir dans la suite, que ces clous n'étoient probablement que des appendices des principales fibres osseuses *; ce qui revient à peu près aux prolongemens du réseau de Malpighi.

D'illustres Anglois se sont aussitôt attachés à cette nouvelle doctrine. Néhemie Grevv a si bien adopté la construction des os par lames qu'il en a comparé l'accroissement à la manière dont croissent les arbres en grosseur **. Clopton Hawers non seulement a admis les couches dans les os, mais il en a même exagéré le nombre, & il a expliqué l'accroissement des os en long & en large par l'addition continuelle du suc osseux ***. Enfin l'explication donnée par Malpighi & Gagliardi sur la structure & la substance des os, fait le fondement de tout ce qui a été dit depuis sur le même sujet.

Il y a près d'un demi-siècle que Mr. du Hamel fut convaincu de l'existence des lames dans les os, par un moyen aussi ingénieux que nouveau : après quoi il essaya de les déployer d'une pièce entière par un expédient approchant de celui qu'avoit mis en œuvre Malpighi pour le même effet ****.

---

* *Domin. Gagliardi anatom. ossium. Romae* 1689.

** *V. Mus. Reg. Societat. Londini* 1681.

*** *Clopt. Havvers osteolog. nov. Londini* 1691., 1692.

**** V. Mém. de l'Acad. R. des scienc. de Paris an. 1739. & 1743.

Mr. de la Sône dans un mémoire qu'il a donné en 1751, dit, *que l'on sait bien positivement par les observations de Malpighi & de Mr. du Hamel, que les lames osseuses des foetus paroissent organisées à peu près comme un réseau &c.* Mr. de la Sône nous fait entendre ensuite que, pour s'assurer de la structure de la lame osseuse dans l'adulte, ayant fait tremper dans une liqueur acide minérale affoiblie, des feuillets osseux séparés d'un fémur & les ayant ainsi ramollis au point qu'ils ressembloient à une membrane, il observa en les disséquant suivant la direction des fibres, que celles-ci se séparoient avec assez de facilité; qu'il s'aperçut qu'il en coupoit sans cesse d'obliques & de transverses qui servoient de lien & qui formoient un tissu: qu'il s'est assuré que les aréoles ou mailles de Malpighi remplies d'un suc osseux qui s'y seroit extravasé, ne sont que supposées; qu'il n'y a rien absolument qui ressemble à un tissu vésiculaire rempli de suc osseux, comme Malpighi le prétend.

Mr. de la Sône n'ayant point cherché le compte de la substance enlevée aux feuillets osseux par l'acide, au défaut de laquelle il étoit naturel d'attribuer leur ramollissement, se crut en devoir de rejeter absolument le suc osseux, au lieu de l'adopter & de le qualifier tel que Gagliardi l'avoit indiqué en des termes assez clairs *.

Mr. Hérissant a rempli savamment le vide laissé par Mr. de la Sône, quant au résultat des expériences que nous venons d'exposer. En répétant les mêmes essais d'une manière

* Sur l'organisation par Mr. de la Sône. V Mém. de l'Acad. R. des Scienc. de Paris an. 1751.

plus étendue, Mr. Hérissant en a tiré un plus grand parti, & il a publié sa découverte dans un mémoire dont j'ai entendu la lecture au printems de l'année 1758, à la rentrée de l'Académie Royale des Sciences de Paris. Mr. Hérissant a découvert & démontré que le caractère essentiel & distinctif des os, est d'être composés de deux substances principales dont l'une sert de base à l'autre. La première selon lui est une espèce de parenchyme cartilagineux, qui ne change jamais de nature tant que l'os est existant, & qui entre pour la plus grande partie dans la composition des pièces osseuses. La seconde substance est purement terreuse ou crétacée. Il avoit trouvé cette matière crétacée dans la liqueur dont il s'étoit servi pour ramollir les pièces des os destinées à ses expériences, & il a reconnu que cette matière étoit d'un poids égal à celui qui manquoit à ces mêmes pièces après leur ramollissement.

De plus ayant fait calciner à blancheur dans un creuset un morceau de la partie moyenne d'un fémur humain, dans l'intention de lui enlever le parenchyme cartilagineux, il s'aperçut après la calcination que le volume de cet os étoit bien diminué, ainsi que son poids dont il ne lui restoit guère plus que le tiers *.

Mr. Hérissant paroît s'accorder avec Malpighi par rapport au parenchyme cartilagineux qu'il dit être un tissu en forme de réseau, disposé par couches & par feuillets, & s'accorder aussi bien avantageusement avec Gagliardi (quoiqu'il ne le cite aucunement) pour avoir fait paroître au grand jour la ma-

---

* Éclaircissement sur l'ossification. V. Mém. de l'Acad R. des Scienc de Paris an. 1758.

tière crétacée, que Gagliardi n'a fait que mentionner sous le nom de substance gypseuse; Mr. de la Sône au contraire s'éloigne du sentiment de Malpighi à l'égard de la forme réticulaire des lames osseuses, ne les ayant pu observer telles qu'elles ont été vues par Malpighi, faute d'avoir fait ses observations sur des pièces convenables. Car Mr. de la Sône s'est servi pour ses expériences d'os non seulement adultes, mais aussi vieillis aux intempéries de l'atmosphère, & il a aussi employé des os calcinés, dans lesquels, comme l'a fort bien prévu & démontré Mr. Herissant, il ne reste plus qu'un amas de particules calcaires, le reste se trouvant réduit à une très-petite quantité de cendre qui s'y trouve confondue.

Mais la substance fibreuse des os est-elle, ainsi que Mr. Herissant l'a déclarée, un vrai parenchyme, l'organe secrétoire de la matière crétacée, ou ce qui revient à peu près au même, un tissu de vaisseaux fins & déliés, où se fait la circulation des liqueurs destinées à la nourriture des os? Les feuillets osseux sont-ils libres entr'eux, c'est-à-dire, ont-ils chacun deux surfaces disposées de façon qu'ils puissent être démêlés, ou séparés les uns des autres sans être endommagés? Leur nombre est-il toujours le même dans l'enfant & dans l'adulte, ou bien se multiplient-ils pendant l'adolescence? Conservent-ils dans l'adulte la forme de réseau, que l'on a remarqué dans les os d'embryons ou d'animaux nouveau-nés?

Depuis Malpighi personne, que je sache, n'a tenté de voir séparément les couches osseuses suivant leur ordre naturel, jusqu'à Mr. du Hamel, quoique tous les Écrivains d'ostéologie, qui en ont fait mention avant lui, fussent persuadés

de l'existence de ces couches, soit par rapport à l'expérience authentique de Malpighi, soit parce qu'on les distingue dans les os épais sciés en travers, ou parce qu'il arrive assez souvent de remarquer des exfoliations sur les os malades & sur des os exposés long tems aux injures de l'air. Mr. du Hamel indépendemment de la preuve qu'il en eut dans des os d'animaux nourris de garance par intervalles, où les couches se montrèrent alternativement rouges ou blanches, en fut encore assuré autrement. Il fit bouillir dans une forte lessive l'os de la jambe d'un veau nouveau-né. Il exposa ensuite cet os à l'air, & au bout de quelque tems il vit des lames d'une finesse extrème se détacher d'elles-mêmes de dessus la surface de cet os *.

Après Mr. du Hamel, Mr. Fougeroux son digne neveu fut le premier à démontrer toutes les lames d'une pièce d'os épanouies. Car ayant plongé un instant dans l'eau bouillante un gros os de bœuf scié en deux suivant sa longueur, & réduit sous la forme de cartilage transparent & flexible par le moyen de l'acide nitreux affoibli, il observa ce cartilage, qui paroissoit d'abord tout d'une pièce, se diviser sur le champ avec une facilité étonnante en un grand nombre de lames semblables aux feuillets d'un livre **.

Mr. Fougeroux fait valoir à bon droit cette expérience pour prouver incontestablement que les os sont formés par lames; mais il n'entre dans aucun détail sur la structure de ces lames;

---

* V. Mém. de l'Acad. R. des Scienc. de Paris an. 1739., 1743.

** Mémoires sur les os, pour servir de réponse &c. à Paris 1760. Par Mr. Fougeroux de l'Acad. R. des Scienc.

il se borne à donner la figure de la pièce d'os exfoliée *. Cependant Mr. de la Sône avoit dit que la disposition, l'agrégation & l'union réciproque des lames osseuses lui ont paru être précisément les mêmes que celles des principales fibres entr'elles dans le plan particulier de chaque feuillet, & il avoit fait sentir assez clairement que la division de la substance compacte des os en lames n'est jamais qu'accidentelle **.

Pour éclaircir ces différens points problématiques je vais exposer le résultat des expériences que j'ai faites il y a vingt-cinq ans, à l'imitation de celles de Mr. de la Sône & de Mr. Herissant & que j'ai eu occasion de répéter de tems à autre, & d'y en ajouter des nouvelles pour le même but. Mais avant tout je dois avertir que par l'ébullition d'un os, surtout pris sur un animal nouveau-né, dans une forte lessive, il arrivera, si l'on n'y prend garde, que cet os se résoudra en bouillie ou en putrilage, ou que sa substance en sera entamée çà & là, plutôt que de se disposer à s'épanouir, étant ensuite exposé à l'air. En second lieu qu'on ne réussit pas souvent de faire ouvrir les lames des os ramollis, par la seule immersion momentanée de ces os dans l'eau bouillante; enfin que l'esprit de nitre fumant, quoiqu'affoibli par quatre parties d'eau sur une seule de cet esprit, donnera aux os une couleur de rouille, qui résiste à toute lotion & à la macération; ce qui doit être un effet de la vapeur phlogistique dont cet esprit est chargé, laquelle cautérise, pour ainsi dire, les lames des os; vû que si l'on laisse évaporer assez de tems le mélange, cet incon-

* Ibid. Planche II. Fig. I.

** *Loc. cit.*

vénient ne s'observe plus, comme il ne s'observe pas, lorsque l'on y emploie de l'esprit de nitre vulgaire. C'est pourquoi j'ai eu soin d'employer ce dissolvant conditionné, comme je viens de le dire, toutes les fois que j'ai eu besoin de faire paroître les lames osseuses dans leur couleur naturelle.

J'ai soumis à mes expériences des os larges & des longs de sujets de tout âge & d'espèces différentes. Je les employois tantôt cruds, tantôt bouillis, mais toujours frais, dépouillés de leur périoste, sciés en travers & vidés de leur moelle, ainsi que de leur suc moelleux autant qu'il étoit possible, afin qu'ils fussent plus susceptibles des atteintes de la liqueur acide. Je les laissois dans la liqueur jusqu'à ce que je les trouvasse plians de tous côtés; après quoi je les en retirois & les plongeois dans de l'eau simple que j'avois soin de changer dans les premiers jours, ayant aussi l'attention de placer le vaisseau dans un endroit d'atmosphère tempérée.

Au bout de trois ou quatre jours de macération je fendois d'un côté les pièces d'os longs du bout de leur diaphyse jusqu'à leur tête, & je faisois une incision longitudinale d'une marge à l'autre sur les surfaces des os larges, par laquelle incision je tranchois leur substance compacte jusqu'à la cellulaire. Je replongeois dans l'eau propre ces pièces & par la suite j'essayois tous les jours, en pliant en différens sens les os larges & en comprimant çà & là avec le bout des doigts les os cylindriques, si j'y découvrirois des lames désunies, ou prêtes à se détacher des leurs voisines pour les en développer à mesure.

Voici ce que j'ai pu apprendre par cette méthode concernant le nombre, la couleur, & la structure des lames

osseuses en général, & concernant leur épaisseur & leur solidité, proportionnellement à l'âge des sujets dont j'avois pris les os, à la grosseur & à la densité des pièces dans leur partie corticale compacte.

Les os des animaux bien jeunes ont des lames fort minces d'une texture assez rare, & si bien arrêtées les unes contre les autres, qu'il est difficile de les obtenir entières & nettes d'une extrémité à l'autre du corps de l'os, malgré qu'on use pour les détacher toute l'adresse possible. Cette forte adhésion dépend des filamens vasculaires ou autres qui les traversent plus ou moins obliquement. Dans les os des animaux surannés les lames sont aussi d'une séparation difficile à cause de la complication de leurs fibres & d'une certaine roideur qui les rend cassantes ; comme aussi à cause que les lames se trouvent engrenées les unes avec les autres dans différens endroits de leur étendue, où elles ont souffert un déchet par l'âge

Au contraire dans les os d'animaux avancés dans l'adolescence ou pleinement adultes, les lames étant plus épaisses en raison de la plus grande épaisseur des parois dans les os cylindriques & de la partie corticale dans les os larges, & se trouvant dans toute leur étendue plus complètes, on les en sépare avec assez de facilité dans leur entier & presqu'aussi longues que le corps de l'os qui en est formé. Il arrive cependant de trouver parmi les os d'un même sujet les uns plus divisibles, les autres moins ou même point du tout disposés à livrer leurs lames. Il arrive également qu'après que l'on aura partagé les parois d'un os cylindrique ou la substance compacte d'un os large en un certain nombre de lames,

on ne pourra diviser, ou réduire au même nombre de lames, d'autres os de même ordre & d'égale grosseur, qui en fourniront bien moins, & dont les unes seront plus épaisses que les autres. Mais j'ai appris par l'usage que cette disposition réfractaire n'est qu'accidentelle, soit dans la diaphyse des os longs, soit dans la surface des os plats, comme aussi dans les couches épaisses qui se refusent à une division ultérieure, puisque cette épaisseur est formée tantôt des lames les plus proches de la surface extérieure, tantôt de celles du milieu, tantôt des plus reculées. C'est pourquoi pour juger à peu près du nombre des lames qui entrent dans la composition des parois des os cylindriques, & de la substance compacte des os larges, il faut compter d'abord les lames qui présentent une épaisseur indivisible, c'est-à-dire celles qui paroissent constamment être les plus minces & par conséquent simples; & calculer ensuite combien il en faut de pareilles pour former toute l'épaisseur restante des parois ou de la substance compacte d'un os qu'on ne peut diviser d'une manière complète.

Ce procédé autant il est sûr, autant est-il nécessaire pour définir le nombre des lames dans les os des jeunes sujets. L'épaisseur de leurs parois plus considérable en général que dans les os des adultes, en proportion de leur longueur, promet d'abord plus de lames qu'on n'en peut débrouiller. On diroit que le nombre en est plus grand que dans les os des adultes, eu égard à leur peu d'épaisseur. Cependant le nombre des lames dans les os de l'âge tendre n'est ni plus grand ni moindre que dans ceux d'un âge avancé, quoique

la consistance & l'épaisseur en soit différente; ce qui est important à savoir, ainsi qu'on le verra dans la suite.

Par le calcul proposé, ainsi que par la séparation effective des lames osseuses que j'ai réussi par fois d'exécuter assez pleinement, je suis porté à croire qu'il en entre moins de douze dans la formation des os cylindriques, savoir des plus gros des quatre extrémités du corps; que moins de trois lames concourent à former la partie compacte de la face extérieure des os larges, & qu'une lame seule encroûte leur face intérieure. Il est vrai cependant que ces derniers en fourniroient quelqu'une de plus, si après que l'on en a enlevé les premières, la substance de l'os ne se présentoit pas réticulaire & si rare, que l'on ne sauroit de quel côté s'y prendre pour la diviser davantage. De plus il y a une exception à faire à l'égard des omoplates & des os des îles; car dans les endroits, où ces os se trouvent avoir perdu leur spongiosité, & être devenus compactes, ils se divisent en un nombre de lames proportionné à l'épaisseur qu'ils y présentent.

Les lames des os cylindriques sont irrégulièrement concentriques, c'est-à-dire, elles forment autant de tuyaux renfermés les uns dans les autres, mais les uns plus épais d'un côté, les autres l'étant plus de l'autre.

Les premières lames des os longs & même celles des larges sont plus épaisses dans les endroits où l'os a des éminences & des angles compactes, que dans le reste de son étendue. C'est pourquoi l'on voit les angles & les éminences s'abaisser & disparoître même, à mesure que l'on enlève des lames. J'ai appris aussi que les trous ou le conduit des os, par où passent des vaisseaux considérables jusque dans leur

intérieur, sont encroûtés par une lame fort mince, qui est une continuation de la lame la plus extérieure de ces os, laquelle s'y prolonge en forme de tuyau.

Les lames des os larges, ou plutôt leur lame extérieure, après avoir couvert toute la largeur d'une face, s'étend sur la face opposée; ce qui est bien visible, lorsque la marge sur laquelle passe la lame, est solide & compacte; mais si elle se trouve spongieuse, les fibres longitudinales de la lame y disparoissent.

Enfin toutes les lames des os s'étendent d'un bout à l'autre de la longueur de l'os auquel elles appartiennent; mais ce n'est que les plus extérieures qui conservent leur forme jusqu'à la fin. Les autres vont la perdre dans la spongiosité, qui se trouve à l'extrémité de chaque os.

Les lames osseuses ont la couleur, la consistance & l'élasticité à peu près des vrais cartilages. Elles sont visiblement composées de fibres rangées les unes à côté des autres suivant la longueur de l'os. Ces fibres paroissent avoir des petites branches qui s'entrelacent avec d'autres branches des fibres voisines, ou qui vont s'entrelacer aussi avec les fibres de la lame qui se trouve dessous immédiatement. Ce qui donne aux fibres osseuses l'apparence de ramification, est que si l'on tire une lame par les deux côtés assez fort pour la déchirer dans sa longueur, il semble que l'on casse des fibres obliques: & que lors que l'on détache une lame d'avec sa voisine, l'on soulève des fibres, comme si elles tenoient aux deux lames; lesquelles fibres se rompent également, ou se séparent du moins de l'une des deux lames. Cependant si l'on y fait bien attention, l'on reconnoîtra que les fibres, qui

se brisent lors du déchirement de la lame en long, ne sont que des fibres longitudinales, qui en quittant la ligne verticale se séparent de leurs voisines; & que celles, qui se détachent dans la séparation des lames, sont aussi des fibres droites délogées de la surface de l'une des deux lames qui perdent leur contact réciproque, comme nous le verrons mieux bientôt.

C'est toujours sur la surface interne de chaque lame que j'ai examiné les fibres osseuses, parce qu'elles s'y présentent bien à découvert. Mais ce n'est pas uniquement de ces fibres que les lames osseuses sont composées, quoique leur épaisseur en dépende principalement.

Les lames osseuses sont garnies à leur surface extérieure d'une écorce mince, tissue d'une manière qu'elle laisse entrevoir les fibres qu'elle recouvre, & rend néanmoins l'aspect de cette surface différent de celui de la surface interne. On s'aperçoit de l'existence & de la ténacité de cette écorce, en pliant suivant sa longueur une lame tirée récemment de l'eau, en la pliant, dis-je de dehors en dedans, & du dedans en dehors pour la rompre. Cette écorce ne se trouve pas également épaisse & résistante dans toutes les lames, mais plus celles-ci sont proches de la ligne centrale de l'os, plus elle se trouve être déliée.

De cette écorce enfin partent des filamens ramifiés, qui se mêlent avec les fibres osseuses, & que l'on ne peut confondre avec elles, attendu que celles-ci sont roides, élastiques, & transparentes, pendant que ces filamens sont souples, blancs ou rougeâtres sans transparence. Ces filamens paroissent faire la liaison des fibres entr'elles & d'une lame avec

l'autre, puisqu'il y a de leurs ramifications qui s'étendent hors de la lame & de ses fibres, & vont percer très-obliquement la lame qui suit. Il y a lieu de croire que la vue de ces filamens puisse faire prendre le change à l'égard de la forme des fibres osseuses, les faisant paroître ramifiées & entrelassées les unes avec les autres par des ramifications supposées. Enfin c'est en rompant de ces filamens que l'on dérange les fibres, lors de la séparation ou du déchirement des lames.

Les fibres osseuses, quoiqu'elles se trouvent étendues sur les lames à peu près en droite ligne, ne sont pas pour cela faites d'une seule pièce dans toute la longueur du corps de l'os. On les voit au contraire composées de plusieurs bouts, qui se suivent plus au moins directement; ce qui facilite leur dérangement par la moindre force, & fait qu'elles paroissent se rompre en travers dans les deux cas que nous venons de rapporter.

Dans une lame fraîchement détachée de sa compagne les fibres paroissent au premier abord assez unies; mais regardées attentivement de près on les voit hérissées de petits grains, qui les rendent comme ridées dans leur étendue. Regardées toutes ensemble dans leur ordre naturel sur cette lame, elles représentent assez bien les filamens longitudinaux de la surface intérieure d'une canne ou d'un roseau.

Enfin les mêmes fibres qui sont proches entr'elles, & serrées dans le milieu des os larges, & encore plus dans le corps des os longs, deviennent fort divergentes vers les extrémités des uns & vers les marges des autres. En effet dans ces endroits les lames extérieures ont une texture rare, elles sont plus minces & traversées en outre par un nombre de fila-

mens ligamenteux, tendineux ou aponevrotiques ; & les lames intérieures s'y confondent avec la substance cellulaire; c'est pourquoi l'on ne sauroit en pousser la division au de-là de ces points sans les déchirer.

C'est plutôt des faisceaux de fibres que des fibres simples qu'offrent à la vue les lames osseuses des animaux adultes: mais dans les os des animaux jeunes, les lames sont formées de fibres plus rares, plus fines & plus simples, & elles demeurent longtems réticulaires le long de la cavité des os cylindriques. Les lames osseuses des animaux avancés dans la vieillesse, ont leur fibres plus écartées les unes des autres, mais plus grosses que dans les os de sujets simplement adultes. On diroit qu'à cet âge les fibres osseuses quittent leur ligne ou leur place, pour s'assembler & y former de plus gros faisceaux, qui sont séparés par des vides, ainsi qu'on le voit le long de la cavité médullaire des os longs, qui est tapissée d'un réseau très-grossier. Mais il est plus naturel de croire que les vides que ces faisceaux laissent entr'eux, sont des marques de la destruction d'autant de fibres qu'ils pourroient contenir.

Je n'ai parlé jusqu'ici que de la structure qui regarde la substance compacte des os. Je n'ai pas beaucoup de choses à dire sur leur partie cellulaire ou spongieuse, ni sur la réticulaire. Car la premiere n'étant formée que d'un nombre de feuillets froncés, irrégulièrement dirigés pour laisser entr'eux une infinité de cellules de diamètre divers, on n'en peut tirer tout au plus que de petits lambeaux cribleux & si minces, que l'on ne sauroit y découvrir la direction de leurs fibres. La seconde se refuse pareillement à une séparation suivie, & elle permet simplement d'y examiner des faisceaux de

fibres autrement dirigées que dans les lames, ainsi que son nom le fait assez sentir, puisqu'il en exprime la forme.

A ces trois parties, dont est formée la substance principale des os considérés dans l'état de flexibilité, se joint la matière crétacée, pour compléter la composition des pièces osseuses, & leur procurer la dureté qui leur est propre & nécessaire. La substance crétacée se trouve dans les os en raison directe de leur masse plutôt que de leur volume. Il ne seroit donc pas nécessaire de dire, qu'elle abonde plus dans leur partie compacte que dans la spongieuse ou dans la cellulaire, & moins dans les os des jeunes sujets que dans ceux des sujets adultes. Il est cependant bon d'avertir que les os des vieux sujets s'écartent de cette règle générale pour les autres; car, pendant que leur substance fibreuse souffre un décroissement, la crétacée en occupe la place, & s'y accumule.

Pour chercher le terme moyen de la quantité de la substance crétacée, j'ai pris des os entiers d'animaux de tout âge, mais d'une même espèce, que j'ai sciés en travers, pour mieux les dépouiller de leur moelle, ainsi que de leur suc moelleux, par l'ébullition.

Je les ai fait ramollir séparément, après les avoir pesés chacun à part; j'ai fait ensuite précipiter leur craie par le moyen de l'huile de tartre par défaillance, que j'ai jetée dans sa dissolution. Ayant décanté la liqueur, j'ai lavé par différentes fois cette craie avec de l'eau pure, & je l'ai à la fin laissée bien sécher. En comparant après cela le produit de chaque os de même ordre, j'ai trouvé que la quantité mitoyenne de la substance crétacée est égale à peu près à deux septièmes du poids total qu'ont les os avant que d'être ramollis.

J'ai une exception à faire par rapport aux os des animaux amphibies, sur lesquels j'ai fait les mêmes essais, aussitôt que j'ai pu en avoir d'assez gros.

En 1763. notre bon Souverain, actuellement régnant, alors Duc de Savoie, m'envoya un gros cigne sauvage, que les chasseurs du Roi avoient tué d'une couple, qu'ils en avoient rencontrée sur les bords du Sangon, & qui étoit assurément venue de fort loin. Ayant fait ramollir par l'acide un humérus & un fémur de cette bête, bien dégraissés auparavant, j'eus une grande facilité à les diviser en lames très-minces; mais la craie qu'ils déposèrent dans la liqueur, se trouva ne faire que le cinquième de leur poids total. J'ai soumis deux ans après le fémur & le tibia d'une loutre aux mêmes épreuves, & le résultat n'en a pas été bien différent.

Parmi tout ce que mes recherches m'ont fait voir dans les os décomposés, je n'ai jamais pu y apercevoir aucune de six espèces de tuyaux dont Leeuwenhoek a dit, il y a près d'un siècle, que les os sont composés, tant dans leur longueur, que dans leur grosseur *, ni découvrir des cavités canaliculaires dans leurs fibres proprement osseuses, pour croire qu'ils reçoivent d'elles leur nourriture. Mais les Anatomistes savent assez que les os sont d'ailleurs pourvus d'un nombre considérable de vaisseaux, que l'on voit effectivement parcourir leur surface & se répandre dans leur substance par de petites ramifications, ou percer sensiblement leur parois par des rameaux assez forts en diamètre. Albinus a démontré tous ces vaisseaux injectés avec leurs ramifications, dans l'epais-

* *V. Ant. Leeuwenhoek Epist. P.* 11 *& act erudit an.* 1691.

seur des parois d'un humérus humain, pris dans un corps adulte & scié par sa longueur; comme on peut le voir dans la figure que cet Anatomiste célèbre nous a laissée parmi ses annotations Académiques*.

Les petits rameaux de vaisseaux sanguins se distinguent d'ailleurs dans les os des jeunes sujets, où l'on remarque constamment une certaine rougeur. Ils cessent de paroître dans l'adulte à cause de la compression qu'il souffrent de la part des fibres qui les environnent, ou parce qu'ils demeurent cachés derrière les particules calcaires, qui s'y accumulent pour augmenter la dureté de l'os. Cependant ces petites ramifications reparoissent dans les fractures, lorsque par la lacération des parties molles les bouts des os se rendent visibles. Elles se manifestent dans les endroits exfoliés des os, ainsi que dans leur carie, par la teinte rougeâtre qu'elles donnent à l'humeur qui en suinte.

Enfin ces rameaux sont ces filamens mêmes que nous avons remarqués sortans de l'écorce des lames osseuses, qui passent d'une lame à l'autre, après s'être entremêles à leurs fibres. Or comme ces petits vaisseaux se distribuent à toute la substance des os, il n'y a aucune nécessité d'attribuer aux fibres de l'os la charge de le nourrir, ou pour mieux dire de se nourrir d'elles-mêmes.

Au reste la substance fibreuse des os est d'une nature telle, que si après que l'on a fait ramollir un os par l'acide, & qu'on l'a laissé tremper quelques jours dans l'eau tempérée, on le jette dans l'eau bouillante, il ne tarde pas à se dis-

---

* Lib. III. cap. III. tab. V. fig. 2.

soudre, ainsi que le feroit un morceau de colle. On ne voit pas que cela arrive si aisément à d'autres parties de l'animal fibreuses ou vasculaires. J'ai même remarqué que les os d'agneaux ou de veaux ainsi traités résistent mieux à la force de l'eau bouillante, à cause apparemment qu'ils sont plus soutenus par leurs vaisseaux, qui composent un plus grand volume en comparaison du reste, & qui se trouvent n'avoir pas été affoiblis par une longue compression, ni rongés par les particules calcaires.

Enfin les lames osseuses rendues molles & abandonnées pour un tems suffisant à la macération dans l'eau, se réduisent à n'être plus qu'un réseau transparent & fort mince, se trouvant avoir déposé la substance de leurs fibres dans l'eau, qui prend pour lors la ressemblance d'un bouillon épais. Si l'on veut se convaincre de ce fait, on n'a qu'à étendre sur un verre blanc des lames réduites en cet état de subtilité, & les regarder contre la lumiére. On verra sur une membrane extrémement déliée, qui ne peut être que celle qui fait l'écorce de chaque lame en particulier, des fibres saillantes, disposées en forme d'un filet, dont les mailles seroient fines & irrégulières. Lesquelles fibres se feront connoître pour de vrais vaisseaux, toutes les fois que les lames destinées à l'observation auront été prises sur des os injectés avec de la matière colorée. Ce qui me le fait croire, est que j'ai vu ce filet bien clairement sur des lames tirées d'un fémur d'un mouton, lequel fémur se trouvoit, je ne sais par quel accident attaqué d'inflammation, avant que d'être préparé pour servir à mon dessein. J'ai vu encore une seconde fois ce filet de vaisseaux capillaires sur une lame enlevée à la surface d'une côte

d'un jeune bœuf, laquelle étoit pareillement enflammée. L'acide minéral avoit assez condensé le sang dans le réseau vasculaire de ces lames, pour que leur macération dans l'eau simple ne pût l'emporter entièrement.

Dans les os ramollis de sujets bien jeunes, les lames, aussitôt qu'elles en sont séparées, présentent à la vue leur réseau bien distinct. On diroit qu'elles sont uniquement formées de ce réseau, si l'on n'y apercevoit un plan extrémement mince qui en soutient les mailles, & quelques fibres qui croisent les mailles sans les cacher. Il est aisé néanmoins d'en nier l'existence à l'égard des lames osseuses des sujets adultes, parce qu'on ne l'y aperçoit pas au premier abord, à cause qu'il se trouve comme effacé par le suc qui en comble les aréoles, & qu'il est comprimé à la longue & couvert par une rangée de fibres longitudinales qui forment une couche nouvelle sur la surface intérieure de chaque lame primitive.

Il est donc permis de conclure que les os sont essentiellement construits de lames réticulaires dont les plus extérieures, & toutes celles qui concourent à former la substance compacte, deviennent solides par un suc extravasé qui en remplit les vides ou les aréoles, & acquierent de l'épaisseur par la formation des fibres longitudinales qui couvrent leur surface intérieure. Ces fibres ne sont certainement en substance que ce même suc gélatineux épais qui remplit les aréoles de la lame primitive & s'y fige; puisque ces fibres se dissolvent aussi bien que lui dans l'eau par la longue macération. Leur formation dépend donc d'un suc extravasé qui, suivant l'impulsion du sang dont il se sépare & la direction

des extrémités des vaisseaux capillaires qui le déposent, produit des fibres plutôt longitudinales qu'autrement dirigées. Voilà par conséquent l'interposition d'un suc extravasé dans les feuillets primitifs des os, comme l'ont publié au siècle passé Malpighi, Gagliardi & Clopton Hawers; & voilà une extravasation de suc qui perfectionne l'organisation des os en raison de la multiplication de leurs fibres, qui en dépend essentiellement.

Comme cette première partie de mon raisonnement sur les os comprend l'examen de la substance qui leur est propre, il semble que je ne devrois finir sans décider, si les couches osseuses, considérées à part de la matière calcaire, ont les mêmes propriétés que les vrais cartilages, comme elles en ont l'apparence. Mais pour résoudre convenablement ce problème, il faudroit un Mémoire exprès qui embrassât tout ce qui appartient aux cartilages en général & en particulier concernant leur nature. J'entreprendrai de bon gré ce travail & je le présenterai à l'Académie: mais ce ne sera qu'après que j'aurai fait assez de recherches sur ce sujet intéressant.

SECONDE PARTIE

Changemens des os dans l'ordre naturel & phénomènes hors de nature.

Les os, en passant de l'état de flexibilité sensible à celui de roideur immobile, changent tellement de structure, qu'ils semblent des êtres de nouvelle formation. Pour s'en convaincre, on n'a qu'à consulter les Écrivains d'ostéogénie, ou bien à comparer un cartilage à une pièce osseuse. Néanmoins malgré ce nouvel état de solidité, non seulement les os continuent de croître dans toutes leurs dimensions, mais ils ne cessent de passer par une suite de changemens qui va jusqu'à la dernière décrépitude de l'animal. Dans l'examen analytique de la substance des os décomposés nous avons remarqué dans des os de même ordre des différences, qui dépendent de l'âge des sujets auxquels ils appartiennent. Les os dans leur état naturel présentent aussi des variations qui se rapportent pareillement à l'âge. Je n'en rappelerai ici que les plus sensibles & les plus essentielles pour l'éclaircissement du sujet que je traite.

La cavité du crâne d'un homme adulte est conformé de manière, que l'on y distingue les différens sièges destinés pour loger le cerveau, le cervelet & la moelle allongée, & des enfoncemens pour quelques-unes de leurs dépendances. Sa voûte & ses parois ont des élévations & des concavités qui s'accommodent à la division du cerveau en deux hémisphères & à la division de chacun des hémisphères en trois

lobes ; aux anfractuosités de ce viscère & à la conformation particulière du cervelet. On y voit des sillons ramifiés, assez profonds dans leur tronc, qui sont parcourus par des artères; des gouttières profondes, des rainures & des sillons occupés par des sinus de la dure mère, & toutes les éminences y sont fort saillantes.

Le crâne d'un enfant au contraire n'a que des cavités légères, des éminences peu saillantes; les sillons des artères y sont plus superficiels & plus simples; les gouttières ou les demi-canaux & les sillons pour les sinus sont peu profonds, ou ils manquent absolument; enfin sa concavité, sa voûte & ses parois sont plus uniformes. C'est pourquoi Albinus n'a pas hésité de conclure que le crâne en croissant se conforme aux parties qui en sont contenues *, ainsi que son disciple Fischer l'avoit publié quinze ans avant lui **.

A l'extérieur les côtés du crâne dans les enfans sont tant soit peu convexes ; la partie postérieure en est d'une convexité presqu'égale. A cette même partie dans l'adulte on voit au-dessous d'une bosse deux arcades transversales plus ou moins saillantes, dont l'inférieure est coupée à angles droits par une crête perpendiculaire: & les os des tempes se trouvent aplatis dans leur milieu, plus minces, plus compactes & transparens.

L'omoplate & les os des îles dans l'endroit où ils supportent l'effort des muscles, dont chacun de ces os est garni à ses deux faces opposées, deviennent plus minces & plus

---

* *Acad. annot. lib. 4 cap. 1 1758.* ** *Fischer dissert. de modo quo ossa &c. Lugd. Bat.* 1743.

compactes qu'ils ne sont dans l'âge tendre *. Les côtes dans l'adulte sont plus larges & moins épaisses à proportion, & elles ont la rainure, qui loge les vaisseaux intercostaux, beaucoup plus profonde que dans les enfans, où elles ont un tour plus uni & presqu'elliptique. Les os longs perdent après l'enfance beaucoup de leur roideur primitive & deviennent angulaires le long de leur diaphyse par les empreintes musculaires qui s'y forment de côté & d'autre.

Ces différences & d'autres qui regardent la conformation extérieure, ne sont pas les seules qui distinguent d'une manière sensible les os des enfans d'avec ceux des sujets adultes. Leur structure en présente aussi plusieurs dont trois méritent principalement d'être considérées. C'est premièrement la formation des sinus frontaux, ou sourcilliers qui manquent dans les enfans & se font dans la suite par l'écartement des deux tables de l'os coronal, les cellules du diploé cédant leur place à deux cavités divisées par une cloison. En second lieu les sinuosités des apophyses mastoides des os des tempes, lesquelles sinuosités s'agrandissent à mesure que l'apophyse se grossit, & dans le tems même que ses parois acquierent de la densité. Enfin la cavité qui loge la moelle dans les os longs cylindriques; laquelle cavité manque absolument dans les petits enfans **, & lors qu'elle y est une fois creusée, s'agrandit sans cesse en diamètre & en longueur jusqu'à la fin & au de-là même de l'adolescence, sans que la fermeté des parois y mette d'obstacle.

---

* *Mauro anatom. Cheselden. anatom., Albin. Acad. annot. lib. 7. cap. 6.*

** *Albin. ibid.*

Dans l'âge parfait, qui suit immédiatement l'adolescence, les os ne laissent pas d'acquerir de la densité & de l'épaisseur; puisque l'on trouve communément à cet âge plus d'épaisseur & de solidité soit dans les parois des cylindres osseux, soit dans la partie compacte des os larges; que l'on ne voit plus au milieu des parois intérieures des premiers, qu'une surface unie, le tissu réticulaire s'y étant effacé, & qu'il n'est pas rare de rencontrer dans les uns & dans les autres des suites de cellules comblées, surtout auprès de leur partie compacte.

Tout cela nous prouve que la nature est long tems appliquée à perfectionner les os, ce que l'on ne pourroit pas dire avec autant de raison à l'égard des autres parties qui n'opposent pas autant de difficulté à leur perfection. Mais à la fin arrive la vieillesse dont l'entrée n'est pas plus fixe que celle de l'âge parfait, vu qu'à l'égard même d'animaux d'une même espèce, dans les uns elle commence plutôt, dans les autres plus tard. La nature paroît alors abandonner les os à leur destruction; du moins en voit-on les effets & le progrès à mesure que la vieillesse fait des pas, ainsi que Mr. Hérissant l'a fait remarquer par la lecture d'un second mémoire sur les os à l'Académie R. des sciences de Paris *.

Dans les vieux sujets les vaisseaux répandus dans la substance des os, ayant été fatigués long tems par la compression des fibres dures & grossières, & rongés par l'aspérité de la matière terreuse, s'anéantissent à la fin. Les fibres mêmes se détruisent en partie & en partie se dérangent. De là les

* Mem. de l'Acad. des scienc. de Paris an. 1758.

couches deviennent plus minces & inégales, surtout à leur face intérieure, qui prend la ressemblance d'un crépi; & de là on rencontre çà & là des vides entre les lames, ou bien des particules calcaires à la place de la substance fibreuse. L'ouvrage réticulaire reparoît à la concavité des os cylindriques, mais ce n'est plus qu'un débris de celui qui existoit dans le jeune âge : car les faisceaux des fibres osseuses qui le formoient en se croisant, se trouvent ici fort endommagés. Cependant les os continuent de perdre de plus en plus de leur épaisseur, de leur densité, de leur élasticité : enfin ils se trouvent dans la décrépitude très-sensiblement diminués dans toutes leurs dimensions, & prêts à se casser pour la moindre violence.

Cependant dans aucun des os l'on ne voit si clair les effets des injures du tems, comme dans le bord alvéolaire des deux mâchoires. Car des dents qui auront paru bien courtes quelques années auparavant, présentent à cet âge une longueur déforme, sans que l'on puisse raisonnablement soupçonner qu'elles se soient allongées dans cet intervalle. La raison de cela est que leurs alvéoles s'abaissent peu à peu jusqu'à se réduire au plan de leur fond ; ce qui fait, qu'après la chûte d'un reste de dents chanchelantes & hors de service, la hauteur des mâchoires se trouve tellement diminuée dans les personnes surannées, que le visage en est considérablement raccourci.

Ce passage des os d'un accroissement long & gradué à une diminution consécutive & finale, autant il est sûr & constant, autant peut-il nous éclairer pour déterminer avec toute la probabilité possible le dernier terme, auquel peut parvenir

en général la vie des hommes bien constitués, & celle d'autres animaux soutenus par un ossement. Il faudroit juger de ce terme d'après un calcul fondé sur tous les degrés de dégât, opéré dans les os de plusieurs individus par le long usage de la vie, à l'exclusion de toute autre cause.

Outre ces changemens qui dépendent de l'âge des os & qui sont attachés à leur nature, il arrive aussi de remarquer des phénomènes encore plus étonnans dans les os réduits dans un état extraordinaire. Lorsqu'une articulation demeure longtems oisive pour quelque infirmité du membre dont elle fait partie, les extrémités des os, dont l'articulation est formée, non seulement se joignent entr'elles, mais elles communiquent ensemble par leurs cellules, comme si ces os n'avoient jamais été qu'une seule & même pièce. Mr. Hérissant nous a donné dans son second mémoire sur les os * une description d'un pareil phénomène, ce qui nous épargne la peine d'en chercher des exemples auprès des Praticiens qui en ont rapporté d'après leur propre inspection.

Les Maîtres de l'art de guérir nous ont aussi fait part d'histoires d'os régénérés après qu'une carie ou quelque accident en avoit détruit ou emporté une partie ou le total. Je ne rapporterai cependant que celle de l'humérus d'une fille, qui s'est régénéré sous les yeux, pour ainsi dire de Mr. du Hamel qui en a fait le récit dans un mémoire. Cet os ayant été détruit presqu'en entier, s'est réparé avec rétablissement de la forme du bras & de ses fonctions. **. J'y ajouterai la régénération d'un *calcaneum* que je tirai jadis tout noir & raboteux

---

* *Loc. cit.* ** V. Mém. de l'Acad. R. des scienc. de Paris an. 1742.

du pied d'un jeune savetier âgé d'environ seize ans, qui demeuroit dans la vieille maison que l'on a démolie dernièrement & rebatie pour agrandir l'hôtel de S. A. R. Monseigneur le Duc de Chablais. Ce garçon se trouva si bien rétabli de son pied, qu'environ dix-huit mois après que je l'eus quitté, il se présenta pour être reçu coureur au service de S. A. R.

Les os étant sciés en travers dans les vivans, comme il arrive dans les amputations des extrémités, se bouchent à leurs bouts mutilés, où se trouve un reste de la cavité médullaire que l'on a emportée. Sciés à plat, ainsi qu'on le fait par l'opération du trépan, ils poussent, de la circonférence du trou qui en résulte, une substance qui remplace la pièce ronde que l'on a enlevée. La même chose arrive dans les trous que l'on opère dans les os par le trépan perforatif pour donner issue à quelque humeur.

Dans les fractures des os, si les bouts en sont remis parfaitement à contact, une humeur plus ou moins teinte en rouge suinte des interstices de leurs fibres rompues, & en s'y figeant en empêche un épanchement ultérieur. L'on voit bientôt à la place de cette humeur un cartilage qui est remplacé à son tour par une substance osseuse, & c'est ce qu'on appelle le cal qui tient les bouts de la fracture collés ensemble. Si au contraire les deux bouts en demeurent éloignés l'un de l'autre ou bien montés l'un sur l'autre, le tuyau de la moelle est comblé aux deux bouts par cette même humeur, ceux-ci en sont arrondis, & forment quelques fois entr'eux une espèce d'articulation.

J'ai eu plusieurs occasions d'examiner des bouts d'os amputés, de ceux de fractures negligées, des cals plus ou moins parfaits, & des crânes sur lesquels on avoit appliqué une ou plusieurs fois la couronne du trépan. Dans ceux-ci la nouvelle substance a pour l'ordinaire peu de diploé ; elle est plus mince que ne sont ses environs, mais aussi plus transparente. Dans les bouts osseux cicatrisés, en ayant scié en long, j'ai trouvé une substance fine cellulaire, couverte au dehors d'une écorce assez compacte, qui par fois tenoit dans quelques points un peu de la nature cartilagineuse. Mais j'ai constamment trouvé ces bouts plus gros, que ne sont les os du membre entier en pareille place.

Pour ce qui regarde les os rejoints par le cal, voici le précis des observations que j'ai faites sur des jeunes animaux, qui me tomboient entre les mains avec quelqu'un de leurs os cassé, appartenant aux extrémités.

J'ai trouvé les os rejoints plus ou moins approchans du naturel, selon que je me pressois de faire tuer les animaux pour examiner les progrès du cal, ou que je me déterminois à leur prolonger la vie de quelques mois, pour me mettre au fait des différences qui en résulteroient.

Les os cassés des jeunes animaux se tuméfient à leurs bouts & quelques fois jusqu'à leurs épiphyses, de manière que lorsqu'ils sont une fois fondés, ils se trouvent encore plus gros que leurs pareils, à cause que bien loin de pouvoir y appliquer un bandage convenable qui assujettisse l'os dans sa longueur, on a même de la peine à contenir les bouts à contact réciproque après la fracture. Cette grosseur extraordinaire se fait par l'écartement des lames de ces os, qui de-

viennent même spongieuses: mais elles se rapprochent entr'elles avec le tems, au point que l'animal se trouvant avoir pris son parfait accroissement, l'on y distingue beaucoup moins de différence entre ces os & leurs pareils.

De plus le cal, quoique déjà ossifié, est au commencement d'une structure peu organique, & il occupe pour l'ordinaire, surtout dans les jeunes sujets, une partie de la cavité médullaire vis-à-vis de la fracture. Mais cette cavité dans la suite est délivrée de l'embarras de cette substance qui lui est étrangère, soit que celle-ci se contracte & se retire vers les parois de l'os, soit qu'elle se détruise: & le cal devient presqu'aussi bien organisé que tout le reste de l'os, ou du moins l'organisation de cet os ne paroît guère interrompue, malgré cette addition hors de nature.

Il en arrive autrement toutes les fois que dans les fractures le périoste, qui selon l'avis du célèbre Duverney doit servir de moule au cal *, se trouve déchiré; car la gelée, ou le suc osseux qui coule des bouts rompus, se répand en trop grande quantité; une portion en est dispersée parmi les parties voisines & l'autre s'arrête auprès de l'os, pour y former un cal difforme. Il arrive aussi quelque chose de fort singulier aux os gonflés dès le commencement de leur fracture. C'est que se trouvant comprimés à une de leurs extrémités ou ailleurs par la force des muscles ou de leurs tendons, ou par le battement de quelque artère qui y passe par dessus, ils s'y aplatissent ou s'y creusent: c'est pourquoi on les trouve ensuite avoir perdu dans ces endroits une partie de leur épais-

* V. des malad. des os par Mr. Duverney.

seur & avoir acquis en revanche des angles fort saillans, ou bien une largeur bien au de-là de celle qui leur est naturelle.

En preuve des faits que je viens d'avancer, je présenterai un débris d'une nombreuse collection que j'avois d'os qui avoient essuyé quelqu'une de ces vicissitudes. Premièrement la côte fracturée d'un jeune bœuf, qui fut tué avant que le cal y fût perfectionné : les bouts en sont visiblement enflés, sans aucune addition extrinsèque qui change la surface de cette côte ; qui au contraire est toute du long d'une texture uniforme, seulement on y aperçoit des cellules fort agrandies sous la substance corticale que j'ai tranchée d'un côté & c'est de la dilatation de ces cellules que dépend la tuméfaction des bouts. Mais on y voit aussi des faisceaux de fibres qui s'étendent d'un bout à l'autre, & en font une jonction bien solide.

En second lieu un fémur d'un jeune chapon, lequel fémur est plus gros que le naturel, à cause de l'écartement de ses lames devenues spongieuses après la fracture. On y observe cependant la fracture parfaitement soudée par un cal fort uni & régulier, qui ne laisse point de doute que le gonflement de l'os ne soit survenu à sa fracture.

En troisième lieu l'os du coude d'une poule, que j'avois laissée vivre assez long tems après son malheur, pour que le gonflement de l'os pût disparoître. Cet os est soudé d'une façon uniforme avec un peu de spongiosité au dedans, & une double lame qui traverse obliquement sa cavité vis-à-vis du cal en forme d'une double barre.

En quatrième lieu le tibia d'une poule qui a survécu plus de deux mois à la guérison de sa fracture. Ce tibia est trois

fois plus large à sa partie supérieure qu'à l'extrémité inférieure. A côté de cette largeur on voit le péroné qui y est collé & fixe : au milieu on y distingue une trace légère de la fracture qui étoit oblique, & l'on aperçoit au devant & au derrière de cette largeur des impressions assez profondes des muscles, dont les tendons déscendent le long de l'os du tarse que l'on prend vulgairement pour l'os de la jambe.

Finalement un humérus d'une poule ayant un cal difforme au milieu de sa longueur. La tête de cet os est bien convexe & polie par en haut, mais fort aplatie, mince & large le double qu'elle ne seroit naturellement. Son corps au-dessus & au-dessous du cal se trouve aussi large au de-là du naturel, & aplati par le jeu des muscles qui y étoient placés : mais d'ailleurs d'une surface & d'une texture très-naturelle, au cal près qui est saillant & raboteux.

TROISIÈME PARTIE

Examen du sentiment de Mr. du Hamel sur ce sujet, & sa confutation.

Après avoir fait nos observations sur la substance & sur l'organisation des os dans des pièces osseuses réduites en état de mollesse traitable, & divisibles en autant de lames qu'il en entre dans leur épaisseur, nous avons vu en passant les changemens les plus remarquables qui arrivent aux os durant leur accroissement, & qui par conséquent font partie de leur construction. Nous avons aussi jeté un coup d'œil sur la destruction dont les os sont menacés dès l'entrée de la vieillesse, ainsi que le sont presque toutes les autres parties du corps de l'animal. Nous avons observé les phénomènes étonnans qui arrivent aux os dans certains cas hors de nature. Lesquels phénomènes, comme ils se font avec plus de facilité & d'éclat dans des sujets le moins avancés en âge, doivent certainement dépendre de la même cause qui influe à la subsistance & à l'accroissement des os demeurans dans leur état naturel.

Il nous faut maintenant trouver une cause assez puissante pour produire tous ces phénomènes, & ces métamorphoses, ou du moins favorable à la production de tout également, pour pouvoir justement nous flatter de connoître les moyens que la nature met en œuvre pour la construction & pour l'accroissement des os.

Mr. du Hamel, en conséquence de plusieures expériences & de beaucoup d'observations qu'il a faites dans la bonne intention d'enrichir la physiologie de lumières sur l'accroissement des os & sur la formation du cal dans les fractures, a fait du périoste le principal instrument de la nature pour l'exécution de ces deux opérations essentielles. Il a avancé comme une chose bien assurée que *les os augmentent de grosseur par les couches du périoste qui s'endurcissent & qui s'attachent sur les lames osseuses déjà formées* * ; *ou comme il s'est expliqué ailleurs, le périoste est aux os ce que l'écorce est aux arbres ; les lames intérieures de cette membrane s'ossifient & elles augmentent la grosseur des os*, comme les lames intérieures de l'écorce augmentent la grosseur du corps ligneux, à mesure qu'elles s'y endurcissent **.

Il a donné aussi pour un fait certain que *c'est le périoste qui après avoir rempli les plaies des os, ou s'être épaissi autour de leurs fractures, prend ensuite la consistance de cartilage, & acquiert enfin la dureté des os* *** ; ou ce qui exprime mieux son idée ; *qu'il est prouvé qu'il se détache du périoste des couches qui s'endurcissent & qui s'accumulant les unes sur les autres forment les cals* ****.

Cette doctrine fut reçue à la vérité & applaudie par des Savans illustres qui l'ont répandue dans leurs écrits : mais elle fut aussi combattue par des Écrivains célèbres & prudens, qui ne l'ont pas trouvée assez fondée pour se croire en devoir de l'adopter.

---

* Mém. de l'Acad. R. des scienc. de Paris an. 1742. ** Ibid an 1743. Ibid. an. 1743. *** Ibid. an. 1741. **** Ibid. an, 1742.

Puisque Mr. du Hamel a dit & répété que *l'on voit beaucoup de ressemblance entre l'écorce des arbres & le périoste qui recouvre les os, & entre le bois & les os, & qu'il y a beaucoup de rapport entre la crue des os dans l'animal, & celle du corps ligneux dans les végétaux* *; il ne sera pas hors de propos d'avertir que lui-même nous a fait sentir dans la suite le peu d'accord qui se trouve parmi les principaux Auteurs qui ont écrit sur la crue des arbres, ainsi que la différence des résultats de quelques expériences qu'il a faites pour se mettre à même de décider, lequel d'entre les sentimens divers de ces Ecrivains doit prévaloir. Malpighi avoit déclaré que l'augmentation du corps ligneux en grosseur se fait par les couches les plus intérieures de l'écorce, savoir celles qu'on nomme *liber*, qui se convertissent en bois, & s'attachent au bois déjà formé. Grew, qui parut d'abord d'un sentiment approchant de celui de Malpighi, à la fin, sans plus admettre la conversion du *liber* en bois, se borna à conclure que l'écorce est l'organe destiné à produire les couches ligneuses. Hales au contraire s'est écarté de l'avis de l'un & de l'autre, en prononçant que les couches ligneuses émanent immédiatement du corps ligneux ou du bois précédemment formé. Cependant du nombre des expériences que Mr. du Hamel a publiées en 1751, onze confirment le sentiment de Malpighi, mais la douzième avec deux autres que Mr. du Hamel avoit publiées en 1746, paroissent confirmer l'opinion d'Hales; car dans un endroit d'un arbre dépouillé d'é-

---

* Ibid.

corce on voit qu'il se forme non seulement de l'écorce nouvelle, mais aussi une couche ligneuse par dessous *.

On comprend assez de là que l'analogie entre les os & les arbres, adoptée par Mr. du Hamel, n'est pas assez bien établie, pour qu'elle dût éblouir ce savant Physicien qui mérite d'ailleurs à plusieurs titres le nom de Columelle François.

Quoiqu'il en soit, les principales preuves sur lesquelles est fondé le sentiment de Mr. du Hamel, à l'égard de l'accroissement des os par la métamorphose du périoste, sont.

1.° Que *dans les jeunes animaux une couche est très-souvent périoste dans une partie, & osseuse dans une autre* *2.

2.° Que *le périoste se prolonge entre l'épiphyse & le corps de l'os, pour y former le cartilage intermédiaire* *3.

3.° Que *le cartilage qui revêt la tête de l'épiphyse* *4 *ou la tête de l'os qui forme l'articulation; celui qui revêt les cavités & les éminences articulaires, est une continuation du périoste* *5.

4.° Que, *le périoste est fort adhérent au corps de l'épiphyse, qu'il y jette quantité de faisceaux, un nombre prodigieux de fibres* *6.

5.° Que *dans les animaux fort jeunes l'épiphyse ne paroît tenir au corps de l'os que par le périoste*, & que *quand on enlève de dessus un os tout le périoste, l'épiphyse se détache très-*

* Mém. de l'Acad. R. des scienc. de Paris an. 1751. Recherch. sur la format. des couches lign. 1746. sur la Greffe.

*2 Mém. de l'Acad. R. des Scienc. de Paris an. 1742., 1743.

*3 *Ibidem.*

*4 *Ibidem an.* 1742.

*5 *Ibidem an.* 1743.

*6 *Ibid.* 1742. 1743.

aisément, sans qu'il paroisse qu'il y ait presque d'adhérence entre l'os & l'épiphyse *.

Finalement que *dans des jeunes animaux nourris pendant un certain tems avec des alimens, où l'on avoit mêlé de la garance; ensuite avec des alimens ordinaires purs, & par un autre espace de tems encore avec le mélange de garance, les os se sont trouvés avoir leurs couches blanches ou rouges suivant l'alternative de la nourriture, dont on avoit fait vivre ces animaux* **.

A l'égard de la formation du cal par le concours du périoste qui s'y ossifie, Mr. du Hamel en a porté pour preuve que *le périoste se gonfle à l'entour de la fracture, & que ce gonflement dispose ses couches à s'endurcir; que sa lame intérieure paroît plus solide, & même cartilagineuse lorsqu'il se trouve ainsi tuméfié; qu'on le trouve fort adhérent & même inséré dans le cal.*

Que dans les premiers jours de la fracture, en détachant le périoste depuis l'extrémité de l'os fracturé jusqu'au-delà des bouts divisés, on emporte la tumeur qui les environnoit, & que ceux-ci paroissent à découvert. Mais que la fracture étant plus ancienne, ces bouts demeurent couverts d'un feuillet osseux après que l'on a emporté le périoste avec une partie de la tumeur. Qu'il a observé que souvent le périoste interne se joignoit à l'externe pour réunir la fracture par leurs productions.

Albinus a dit avec raison, qu'avant de prononcer que l'on trouve dans les os des lames du périoste, dont une partie est ossifiée & l'autre membraneuse, il faudroit être sûr que ce

---

* *Ibid. an.* 1743.

** *Ibid. an.* 1742.

qui est ossifié, fut originairement du périoste *. Or comme il n'est pas possible d'avoir cette assurance, on ne peut pas non plus faire valoir ce phénomène en faveur de Mr. du Hamel, d'autant plus qu'il ne se rencontre pas constamment. J'ai cherché ce phénomène sur des os d'agneaux, de chevreaux, de veaux, en les dépouillant de leur périoste, & rien ne m'a jamais empêché de l'en séparer entièrement, à la réserve des crêtes & des promontoires ou des tubérosités, où se fait l'insertion des tendons & des ligamens. Car dans ces endroits le périoste est si adhérent & croisé à la fois par des fibres qui lui sont étrangères, qu'il paroît naître de ces éminences.

Le cartilage intermédiaire des épiphyses n'a que faire du périoste pour sa formation. Ce cartilage existe d'avance dans le cartilage primitif, destiné à se changer en os, qui contient en une seule pièce le corps & les épiphyses de l'os futur dans l'embryon.

Par une providence supérieure à notre entendement, l'ossification commence à se faire à la partie moyenne de ce cartilage, & pendant qu'elle y fait du progrès, elle se déclare dans les deux extrémités & y occupe une espace déterminé entre lequel & le tronc le cartilage retient sa qualité primitive. La pièce entière devient par là divisible en corps & en épiphyses, & le cartilage restant procure au tronc la facilité de se prolonger à l'avenir vers les épiphyses, comme il laisse à celles-ci la liberté de s'étendre tant soit peu vers le tronc **. On ne doit pas juger autrement à l'égard des

---

* *Albin. Academ. Annot. lib.* VI. *cap.* 1. ** *Albin. Icon. oss. foet. hum. & Acad. annot. l. c.*

cartilages qui recouvrent la tête des os, les cavités & les éminences articulaires. Ils ne sont que des restes du cartilage primitif, qui ne s'y est pas ossifié * & par conséquent ils n'ont aucun intérêt avec le périoste.

Quant à la forte adhésion du périoste à l'epiphyse & au grand nombre de fibres que le corps de l'épiphyse reçoit du périoste, ou l'on doit penser que cela regarde uniquement la nutrition ou l'arrosement des extrémités des os, ou bien conclure que les ligamens & les tendons qui s'y insèrent également, ont le même droit que le périoste à la formation des os & à leur accroissement, ce qui n'entre point dans le plan du système de Mr du Hamel. Conséquemment pour éviter une pareille conclusion de ce que les épiphyses se séparent aisément du corps de l'os, dès qu'il est dépouillé de son périoste, nous n'en tirerons d'autre conséquence, si non que le périoste a assez de force pour affermir l'union des épiphyses avec le corps de l'os, comme l'a pensé Ruisch **, sans quoi nous pourrions exciter ici un doute, savoir si le périoste est autant fait pour le corps des os, que pour leurs épiphyses.

La variété de la couleur des couches osseuses suivant la variation des alimens fournis aux animaux, c'est-à-dire tantôt mêlés de garance, tantôt sans ce mélange, ne prouve rien moins qu'une addition de couches sur couches de la part du périoste métamorphosé, comme l'ont cru après Mr. du Hamel les personnages célèbres qui ont embrassé son système. Les os des animaux qui ont passé le terme de leur crue se teignent aussi en rouge par l'usage interne de ce végétal: mais comme les os des jeunes animaux se colorent mieux & dans

* *Idem Acad. annot. l. c.*

** *Ruisch Thes. anatom.* III.

un ordre différent, cette différence peut-elle conclure en faveur de Mr du Hamel? J'en appelle aux expériences qu'il a faites sur trois jeunes cochons, & qui sont les plus décisives. Comme elles ont été exécutées toutes à peu près de la même manière, & qu'elles ne sont pas moins concluantes l'une que l'autre, je ne rapporterai, avec le texte même de l'Auteur, que ce qui regarde le premier de ces animaux.

Le premier (dit Mr. du Hamel) *qui étoit âgé de six semaines fut nourri pendant un mois avec la nourriture ordinaire dans laquelle on mettoit tous les jours une once de garance grappe ; au bout du mois on supprima la garance, & l'ayant nourri à l'ordinaire pendant six semaines, on le tua. Je sciai* (poursuit Mr. du Hamel) *transversalement les os de ses cuisses & de ses jambes, & j'eus le plaisir de m'assurer que j'avois bien prévu ce qui devoit arriver. La moelle étoit environnée par une couche d'os blanc assez épaisse . . . Ce cercle d'os blanc étoit environné par une zone aussi épaisse d'os rouge. Enfin cette zone rouge étoit recouverte par une couche assez épaisse d'os blanc* *.

Comme je me réserve de rendre raison plus bas de cette matière colorante déposée dans une couche plutôt que dans l'autre, je dirai seulement ici, que je ne vois pas que l'on puisse inférer autre chose de cette expérience, si non que ces os étoient bien visiblement formés de couches, ce qui doit servir de démonstration à l'égard d'autres os semblables. Cependant Mr. du Hamel prévenu toujours pour la formation des couches osseuses par la conversion du périoste en os, n'a pas hésité de conclure, que la couche d'os blanc qui environnoit la

* Mém. de l'Acad. R. des Scienc. de Paris an. 1742.

moelle, *étoit la portion d'os qui s'étoit formée pendant les six semaines*, *que ce cochon avoit vécu d'abord sans garance*; que la zone rouge qui environnoit ce cercle d'os blanc, *étoit la portion d'os qui s'étoit formé pendant l'usage de la garance* : & enfin que la couche d'os blanc qui recouvroit la zone rouge, *étoit la couche d'os qui s'étoit formée depuis qu'on avoit retranché la garance à cet animal.* Mais quiconque voudra bien y faire un peu d'attention, sentira aisément qu'on ne peut admettre un pareil jugement, à moins de croire que cet animal fût né avec la moelle enveloppée du seul périoste, à la place des os des jambes & des cuisses.

Les faits que Mr. du Hamel a allégués pour nous persuader que le cal dans les fractures se forme par l'intervention du périoste ossifié, ne prouvent point du tout l'ossification de cette membrane, & par conséquent ne sont pas propres à confirmer ce qu'il a dit de son ossification pour l'augmentation de la grosseur des os. Si le périoste, par une disposition propre de toute partie molle de l'animal, est sujet à se gonfler pour des contusions, il n'est point nécessaire qu'il y ait un dessein particulier de la nature, pour qu'il s'enfle à la suite d'une fracture, où il est tiraillé du moment que les os se rompent, jusqu'au tems de la réduction des bouts rompus dans leur situation naturelle. Ne voit-on pas se tuméfier souvent le membre entier qui contient l'os cassé, sans que l'on s'avise de soupçonner aucune des parties molles qui le composent, d'être disposée à s'ossifier?

Le périoste étant formé d'un tissu cellulaire & spongieux, ainsi que l'ont aperçu quelques Anatomistes & que je le ferai voir bientôt, doit après la fracture s'abreuver d'une partie

de l'humeur mucilagineuse qui suinte des bouts divisés de l'os; ce qui augmentera son gonflement & la tension de ses cellules. Cette humeur dense par elle-même le deviendra davantage par le séjour dans ces cellules & par la chaleur de la partie, & comme tant que le sang ne s'y méle pas, elle est blanche aussi bien que le périoste, elle fera prendre à celui-ci l'apparence d'un cartilage tendre: mais cette apparence s'évanouit aussi-tôt que l'on y fait quelques incisions par-dessus, ainsi que j'en ai été convaincu par l'expérience.

Il est naturel que le périoste ainsi tuméfié & tendu en tous sens, paroisse plus adhérent à la fracture qu'il ne l'a jamais été auparavant à l'os entier, & qu'il s'engage même dans le cal, étant pincé entre les deux bouts de l'os, ou trouvant entr'eux de l'espace pour s'y pousser. Il est aussi naturel que quand on emporte le périoste de dessus la fracture, la tumeur en disparoisse, & que les bouts en demeurent à découvert: mais tout cela ne signifie point que le cal doive être formé par le périoste.

Si dans les premiers jours d'une fracture les bouts de l'os ne sont couverts que par la tumeur du périoste, & au contraire, la fracture étant plus ancienne, les bouts se trouvent couverts par un feuillet osseux plus ou moins solide, suivant le plus, ou le moins de tems qui s'est écoulé depuis qu'elle a été faite; & si l'on y trouve la tumeur du périoste affaissée, ou totalement dissipée, c'est que dans ce second cas les cellules du périoste ont eu assez de loisir pour pouvoir déposer petit à petit sur la fracture la gelée ou le suc qu'elles en ont recueilli, sans y ajouter de leur substance. Effectivement le périoste, examiné quelque tems après la consolidation

d'une fracture simple & bien guérie, se trouve n'y avoir rien laissé du sien.

J'ai été assuré de ce fait en comparant l'un avec l'autre le périoste de deux tibia d'une brebis, guérie depuis environ trois semaines d'une fracture simple à un de ces deux os. Après avoir macéré ces os couverts de leur périoste pendant une semaine dans la froide saison; & les avoir à la fin bien exprimés & essuyés avec du linge, je poussai entre leur périoste & leur corps, de l'air avec une certaine force; & je vis s'élever autant de cellules sur le cal, qu'il en parut sur l'os entier en pareille place.

Il n'est pas nécessaire de faire sentir que le périoste interne, ou ce qui est la même chose, la membrane de la moelle des os, ne peut rien contribuer à la formation du cal. Cette enveloppe est si mince & si foible, qu'elle n'a pu être divisée en lames par aucun Anatomiste que je sache, & qu'elle auroit de la peine à contenir la moelle qu'elle environne, si elle n'étoit soutenue par les parois des os. Enfin ce qui nous doit désabuser de la formation du cal par l'ossification des couches intérieures du périoste, & nous convaincre que le cal se forme du suc même provenant des os, c'est la marque perpétuelle qui reste dans l'endroit de la fracture, malgré qu'elle soit simple, & que la réduction en soit prompte & parfaitement exécutée. Cela ne seroit pas, si le périoste y étendoit dessus, une après l'autre, ses lames intérieures réellement ossifiées; comme l'on ne verroit point de cicatrices sur la peau à la suite de légères blessures, si après que les lèvres de la playe se sont réunies, une peau nouvelle recouvroit celle qui a été blessée.

On ne sauroit porter un jugement différent à l'égard des bouchons osseux qui remplissent les trous faits aux os avec le trépan perforatif, & que Mr. du Hamel a pris pour des émanations du périoste. Hales qui pour un autre but avoit fait deux trous dans l'os de la jambe d'un poulet, a pu les y apercevoir à découvert deux mois après * malgré l'accroissement que devoit avoir pris cet os dans un pareil espace de tems, eu égard à la jeunesse de l'animal.

Dans l'opération du trépan l'on emporte un assez grand lambeau de péricrâne, avant d'appliquer à l'os le perforatif ou la couronne, & cependant nous avons vu qu'il se fait dans le trou une régénération osseuse pour remplacer la pièce emportée ; sans qu'on puisse non plus l'attribuer à la dure mère qui dans ces occasions est toujours détachée de la circonférence du trou, avant l'opération, ou bien immédiatement après par la main de l'opérateur , afin d'obtenir le but qu'il s'est proposé.

La régénération des pièces osseuses dans les membres se fait aussi dans des occasions, où le périoste se trouve avoir souffert un détriment d'une étendue égale pour le moins à celle de la pièce qui en a été séparée.

Après les amputations la suppuration, dont elles sont suivies, détruit, à l'extrémité du moignon, les fibres de toutes les parties molles qui environnent les os, & par conséquent celles du périoste aussi; cependant j'ai observé la cavité médullaire de ces os remplie d'une substance cartilagineuse assez solide,

* V. Statique des végétaux chap. VIII.

avant que le périoste & la peau fussent parvenus à les recouvrir à leur bout.

Dans les fractures negligées le périoste est trop éloigné de son assiette naturelle, pour qu'on le croye en état de fournir ce dont les bouts divisés son bientôt remplis. En un mot il n'y a point de cas où la nature ait besoin de changer en os le périoste pour accomplir ses desseins.

Or pourquoi ne croiroit-on pas plutôt que les os sont organisés, quoiqu'obscurement, & formés par couches dans leur première origine, que d'attendre du périoste une génération de lames fort tardive qui, contre l'ordre de la nature, étendroit sa durée jusqu'à la fin de l'adolescence de l'animal? Quelle nécessité de faire paroître la nature arriérée dans une opération aussi importante que l'est la construction des os ? Quel besoin aussi d'attribuer au périoste la formation du cartilage primitif des os; de regarder ce cartilage comme un périoste fort épais? Est-ce prouver la chose, que de dire, comme l'a fait Mr. du Hamel, que le cartilage dans l'embryon ressemble fort au périoste; qu'ayant examiné les extrémités cartilagineuses des os du fœtus, il a cru y avoir aperçu une organisation assez semblable à celle du périoste; que l'injection prouve que la distribution des vaisseaux est la même dans ces cartilages & dans le périoste? Toutes ces ressemblances & ces apparences d'identité disparoissent aux yeux de l'Anatomiste qui examine les choses sans prévention.

Clopton Hawers a dit avoir compté quarante lames dans l'épaisseur de l'os tibia d'un bœuf, avouant qu'il n'a pu les distinguer toutes, & qu'il estimoit qu'il y en avoit au moins

cinquante cinq * Mr. du Hamel a ajouté là-dessus, que quoique ce nombre paroisse considérable, il pouvoit assurer que ce célèbre Anatomiste n'avoit pas encore une juste idée de la finesse, & du nombre de ces lames ; d'où il paroît que Mr. du Hamel en supposoit un nombre plus grand. Cette supposition & l'apparence d'une analogie entre la crue des os & celle des arbres, ont sans doute concouru à faire croire à Mr. du Hamel, que la conversion du périoste en substance osseuse fût nécessaire pour l'augmentation de la grosseur de l'os: mais il eût rejeté ces idées, s'il avoit fait un juste parallèle d'un os de veau par exemple avec un os de bœuf, quant au nombre & à l'épaisseur de leurs feuillets; & s'il avoit mis un peu plus d'analogie entre les os & les autres parties de l'animal, concernant leur manière de se nourrir & de croître: il eût expliqué autrement la construction & l'accroissement des os, sans diminuer le prix de ses observations & de ses expériences, fort utiles d'ailleurs, & fort instructives; puisque, comme nous l'avons observé, le nombre des couches dans les os en général est bien au-dessous de celui qu'a annoncé Hawers; qu'il n'est pas moindre dans les os d'agneau & de veau que dans ceux de mouton & de bœuf; que ce n'est que l'épaisseur qui en est différente, & que c'est précisément de l'épaisseur des feuillets que dépend la grosseur des os toujours plus considérable dans l'adulte.

Au reste si l'épaisseur des os étoit accrue absolument par la superaddition des couches ossifiées du périoste, non seulement on ne pourroit rendre raison de l'augmentation de

* Ostéolog. nov.

diamètre du canal médullaire dans les os longs, ainsi que Mr. du Hamel l'a avoué *, mais on auroit même de la peine à se persuader que cette augmentation fût possible. Cette superaddition seroit un obstacle à l'agrandissement des sinus maxillaires, à la formation des sinus frontaux, & des sinuosités des apophyses mastoides. Elle est directement opposée à l'amincissement de la partie écailleuse des os des tempes, de la partie moyenne des omoplates & des os des îles, ainsi qu'à l'aplatissement qui se fait par la force des muscles le long de la diaphyse des divers os cylindriques.

Par cette addition successive des couches le canal de la moelle épinière se trouveroit plus étroit dans l'âge parfait qu'il ne l'est dans l'adolescence, à cause de l'épaisseur augmentée dans le corps des vertèbres qui en rétréciroit le grand trou. Enfin ce surcroît de lames empêcheroit l'agrandissement du crâne, sans nous fournir d'explication à l'égard des sillons, des gouttières, des enfoncemens, des élévations, des promontoires & des crêtes qui s'y forment pendant l'adolescence. Le peu d'épaisseur de la table vitrée ne nous permet pas d'attribuer à la dure mère, ou à son ossification les changemens qui se font dans l'intérieur du crâne; comme l'uniformité de surface, que l'on voit à l'extérieur du crâne d'un enfant, nous empêche de croire que les enfoncemens, les bosses, & les crêtes qui s'y font dans la suite, soit l'ouvrage résultant du péricrâne ossifié, qui est lui-même une membrane uniforme.

---

* V. Mém. de l'Acad. R. des Scienc. de Paris an. 1743.

De plus comment concevoir dans cette hypothèse, que les os, après avoir été renforcés par un grand nombre de lames, dont les dernières formées seroient, ou devroient être plus fortes, soient susceptibles du décroissement auquel ils succombent dans le cours de la vieillesse? Comment les os cassés dans les jeunes sujets pourroient se gonfler au loin de la fracture, admettre au-dessous de leurs premières lames de la spongiosité à la place des couches déjà formées, ou bien acquérir une largeur extraordinaire de diamètre, ou devenir larges en s'aplatissant; le tout malgré le prétendu renfort des couches qui ne cesseroient de s'y multiplier.

QUATRIÈME PARTIE

Conclusion du Mémoire

J'ose penser que, si les réflexions que nous venons de faire s'étoient présentées à l'esprit de Mr. du Hamel & des Savans qui ont suivi son système, ils auroient jugé, ainsi que je le fais, qu'il est indispensable de chercher ailleurs, que dans l'ossification des lames du périoste, une cause qui en se conformant aux différens phénomènes que nous avons repassés, soit reconnue capable d'opérer la construction & l'accroissement des os.

Mr. du Hamel avoit dit avec toute la raison possible que *comme l'on sait que tous les organes, que l'Anatomiste découvre dans l'adulte, existent dans l'enfant, on est porté à penser que l'accroissement de tous les organes ne dépend que de l'extension de chacune des petites parties dont ils sont composés, & que cette extension ne dérange point leur forme, parce qu'elle est produite par l'interposition du suc nourricier.* Mais il finit par conclure que *cette explication qui peut avoir un air de vraisemblance pour les parties molles, ne convient en aucune façon aux os, puisqu'ils sont durs, roides & incapables d'extension* *.

Cependant Clopton Havvers avoit publié dans son ostéologie, que *tant que les os sont cartilagineux, ou qu'ils approchent de l'état de cartilage ; tant que leurs parties peuvent*

* Mém. de l'Acad. R. des scienc. de Paris an. 1742.

s'écarter ou vers les extrémités ou vers les côtés, ils acquièrent de l'étendue : car la pression du suc nourricier, en agissant vers les côtés, augmentera la grosseur de l'os, & en agissant suivant la longueur de l'os, elle dilatera les interstices qui sont entre les parties ossifiées, & en se fixant en ces endroits, elle augmentera la longueur des os. Mais quand les particules osseuses seront unies les unes contre les autres, l'effort du suc nourricier ne pourra plus les écarter, & c'est alors que les os ne croîtront plus.

On comprend d'ici que l'Anatomiste Anglois, persuadé que les os conservent la faculté de s'étendre jusqu'à leur accroissement complet, a jugé que cet accroissement se fait à peu près de la manière qui est commune aux autres organes de la machine animée. Mr. du Hamel n'ignoroit pas cette théorie, puisque c'est de lui que j'en ai tiré ce précis : mais il s'est cru en droit d'y opposer qu'*il n'est question dans tout ceci que du gonflement de l'os primitif, ou d'une intus-susception, qui ne rend point raison de la formation des lames osseuses* . . . que *les os ne croissent pas uniquement par l'interposition du suc osseux, qui écarte les parties de l'os précédemment formées*; qu'*une telle mécanique produiroit une masse & non pas les lames* . . . que *si les os croissoient uniquement à la façon de Hawers, on n'obtiendroit pas ces couches alternativement rouges & blanches* . . . & enfin qu'*il ne croyoit pas qu'on puisse soutenir que les couches osseuses soient formées par un simple épanchement d'un suc gélatineux* *.

* Mém. de l'Acad. R. des scienc. de Paris an. 1743.

Mr. du Hamel a également improuvé un autre sentiment qui étoit presque généralement reçu par les Anatomistes modernes dans le tems qu'il en parloit, & qui consiste en ce que l'on suppose que toutes les couches osseuses existent distinguées les unes des autres dans le cartilage du plus petit embryon, qui doit former un os quelconque; que toutes ces couches s'étendent en longueur, en largeur & en épaisseur, & que l'extension de ce cartilage produit l'accroissement de l'os dans toutes ses dimensions *.

Je n'oserois assurer que les lames se trouvent toutes formées dans le cartilage primitif des os, mais nous savons que Malpighi les a observées dans des os d'embryons. On voit ici encore que les os sont censés se nourrir & croître de la même manière que les autres parties de la machine, ainsi que l'a pensé Havvers; mais comme ils sont supposés organisés de leur naissance, les difficultés que Mr. du Hamel a opposées à cet Auteur n'ont pas également lieu ici. Néanmoins Mr. du Hamel y a objecté: que les os en croissant par la distribution du suc nourricier dans toutes leurs parties, les particules colorantes de la garance devroient donc se distribuer également dans toutes les parties des os, & leur donner une teinte uniforme; ce qui est détruit, dit-il, par ses expériences **.

C'est pourquoi Mr. du Hamel a montré plus de déférence pour une autre opinion qui explique l'accroissement des os par le moyen des lames osseuses qui se formeroient dans

---

* *Ibidem* ** *Loc. cit.*

un tissu cellulaire que l'on soupçonne s'épanouir pour cet effet entre les os & leur périoste. Il avoit été séduit, dit-il, de cette idée au point d'être disposé à l'adopter. " Moyen-„ nant ce tissu tout lui paroissoit prendre un ordre naturel; „ c'étoit une membrane organisée qui formoit des feuillets „ osseux aussi organisés. „ C'est-à-dire, que cette idée étoit en droit de lui plaire parce qu'elle quadroit en plusieurs points à celle qu'il avoit déjà conçue sur ce sujet *.

Il est assez croyable qu'un tissu pareil ait beaucoup de part à la formation du cartilage primitif des os, & que ce soit précisément le réseau vu par Malpighi, dont sont construites les lames des os dans l'embryon; mais il ne s'en suit pas de là, que ce tissu soit destiné à produire sans cesse des lames jusqu'au parfait accroissement des os. Cette production continuée long tems après l'ossification des cartilages, entraîneroit avec elle à peu près les mêmes difficultés, que nous avons vu émaner du système des couches du périoste ossifiées; & il faudroit d'ailleurs, en conséquence de cette multiplication de couches, en trouver un plus grand nombre aux os d'un adulte qu'à ceux d'un enfant.

Quelle que soit la valeur de ce dernier sentiment, on pourroit franchir les difficultés excitées par Mr. du Hamel contre les deux autres, & conclure par cet argument qui paroît bien tranchant. La décomposition des os ramollis nous apprend, que dans les sujets adultes les lames des os longs en occupent la diaphyse d'un bout à l'autre, & celles des os larges

* Voyez le même mém.

s'y étendent d'une marge à l'autre; & que le nombre des lames des uns & des autres ne surpasse point celui qu'on en trouve aux os des jeunes sujets. Donc les lames s'étendent autant en longueur, en largeur & en épaisseur, que les os se trouvent à la fin avoir fait d'accroissement en toutes ces dimensions; donc la crue des os se fait par l'extension en longueur, en largeur & en épaisseur de leurs lames primitives. Néanmoins la solution de ces mêmes difficultés peut nous fournir un plus grand jour pour la connoissance de la vérité que nous cherchons.

Les os ne sont pas durs tout d'un coup, mais ils le deviennent de jour à autre par le dépôt successif de la matière crétacée; & quelque durs qu'ils paroissent en tout âge, ils ne le sont jamais au point d'avoir perdu toute flexibilité, excepté peut-être dans l'extrême vieillesse. L'huile de la moelle, & l'humeur gélatineuse qui les arrosent sans cesse, en éloigne la roideur que tendent à lui donner les particules terreuses mêlées à leur fibres; en sorte qu'ils ne sont qu'élastiques, par la disposition de leurs couches, qui ont le jeu des ressorts d'une voiture bien concertée.

Si après que l'on a privé un os de sa matière crétacée, on le laisse bien sécher, les fibres de sa substance cartilagineuse en se rapprochant, font disparoître tous les pores que l'on voyoit auparavant dans toute sa surface, & la pièce devient fort petite en comparaison de ce qu'elle étoit. Pour savoir si le desséchement produiroit de même une diminution de volume dans des pièces d'os entières; je sciai en travers des os longs, dépouillés de leur périosre; je les vidai de leur moelle; je les serrai dans une endroit quelconque de leur dia-

physe par un tour ou deux de fil d'archal assez pliant pour former un anneau bien adapté & immobile. Je les fis bouillir l'espace d'environ trois heures dans de l'eau simple, & je les fis ensuite sécher à l'air libre pendant plusieurs jours. L'anneau se trouvant alors trop large pour le diamètre de chaque os, en marquoit bien clairement la grosseur diminuée.

Cette diminution étoit constamment plus sensible dans les os plus jeunes; elle étoit quelquefois bien sensible aussi dans des os qui avoient fait plus des deux tiers de leur crue, & même assez marquée dans des os d'animaux plus avancés en âge. Le même moyen mis en œuvre sur la longueur de ces os, m'en a fait voir le décroissement.

J'ai remarqué que parmi les os d'un même animal les uns diminuent plus que les autres, & que dans les os des extrémités la diminution étoit moindre à mesure qu'ils étoient des plus éloignés du tronc; d'où j'ai appris que la nature prend soin de les durcir les premiers & de leur donner une plus ferme consistance qu'aux autres, afin qu'il ne leur arrive pas de succomber sous le fardeau du corps qu'ils doivent soutenir, ni de plier par la violence des fonctions qu'exercent les membres.

Les os larges pareillement entourés de fil d'archal, cuits & séchés m'ont donné des marques de décroissement proportionné à l'âge des sujets dont je les avois pris; & dans cette même proportion d'âge, l'épaisseur des os larges, & celle des parois des os longs se trouvoit plus ou moins diminuée, ainsi que je m'en suis assuré, les mesurant, avant & après l'ébullition & le desséchement, avec un compas fait pour mesurer l'épaisseur des corps plats.

Mais comme l'on pourroit soupçonner que l'amoindrissement des os dans ces épreuves soit l'effet d'un enlèvement de substance, opéré sur leur surface par l'ébullition, ce qui ne peut être vrai qu'en partie, je rapporterai les résultats des essais que j'en ai faits sur des os frais non cuits, mais seulement privés de leur périoste & de leur moelle, les laissant quelques semaines exposés à l'air jusqu'à leur parfait dessèchement. Le volume n'en fut guère moins diminué que dans les autres, à cette différence près, que laissés ensuite quelques jours en macération, ils rattrapoient leur volume naturel, ou peu s'en falloit; pendant que la macération ne rendoit jamais aux os cuits tout à fait ce qu'ils avoient perdu de leur volume.

Or, puisque la décroissement de volume des os dans ces cas n'a pu se faire que par l'approche de leurs lames & de leurs fibres entr'elles, on est en droit d'attribuer aux lames & aux fibres osseuses la faculté de s'étendre, comme elles font voir ici celle de se restreindre, malgré la matière crétacée qui y est entremêlée. Et si la retraite des lames & des fibres osseuses en conséquence de l'évaporation de l'humidité des os, est corrigée par la simple macération de ces mêmes os, sans aucune autre force active qui les étende, il y a tout lieu de croire que l'effort des sucs nourriciers qui y sont poussés par la circulation, & s'y arrêtent, opérera une distention plus forte, & favorable à l'accroissement des os.

Dans le tems que je cherchois sur des os de différens animaux, plus ou moins jeunes, des lames du périoste à demi-ossifiées, selon l'idée qu'en avoient donnée MMrs. du Hamel, de la Haie & Fougeroux, après que j'avois enlevé de la sur-

face des os avec beaucoup de facilité le périoste, ayant l'attention de n'y rien gâter, la surface m'en paroissoit d'abord d'une uniformité de consistance & de couleur partout égale. Cependant en promenant la pointe émoussée d'un scalpel, que je tenois à la main, sur la surface de plusieurs de ces os tant des larges comme des longs, je rencontrois sur quelques-uns d'entr'eux çà & là une souplesse cartilagineuse, que je sillonnois à mon aise par la moindre force. J'ai d'abord compris que c'est d'ici qu'a pris son origine l'idée du périoste à demi-ossifié : mais on va voir dans l'instant que cette membrane n'a point de part à ce phénomène, attendu qu'il se présente même, où le périoste n'est pas. Car en parcourant avec la même pointe les parois intérieures de quelques os cylindriques, que j'avois fendus exprés en long, pour les tâter de ce côté, j'y ai trouvé cette qualité cartilagineuse, ou soit-disant telle dans quelques-uns.

En outre ayant remarqué sur la tranche de quelques gros os de veau, pareillement fendus en deux d'un bout à l'autre, des traces de lames qui paroissoient plus tendres ou moins dures que les autres par leur couleur qui différoit un peu de la couleur des lames voisines, j'y poussai la pointe du même instrument, & je réussis à en parcourir la longueur, n'y trouvant d'obstacle qu'à moitié chemin, à cause de la solidité, qui y étoit un peu plus résistante. Enfin en répétant cette manœuvre sur plusieurs os d'animaux même avancés dans l'adolescence, j'ai découvert que les lames tendres étoient tantôt au-dessous de la plus extérieure, ou peu éloignées d'elles, tantôt plus proches de l'intérieure, ou bien à une distance à peu près égale de l'une & de l'autre. Mais ce qui est constant, est que lors

que celles qui approchent plus de la moelle sont plus souples, les autres qui en sont plus éloignées ont plus de roideur, & au contraire les plus extérieures étant plus molles, les plus internes sont plus fermes.

Ces faits nous confirment de plus en plus que c'est par la faculté qu'ont les lames de s'étendre, que se fait l'accroissement des os. Pour ce qui concerne leur alongement, tous les Anatomistes savent que la nature y a pourvu en laissant en général une certaine souplesse à leurs extrémités & à leurs marges, & en particulier en leur donnant des épiphyses & des cartilages, qui ne se durcissent bien qu'à la fin de l'adolescence, & même au de-là, afin qu'ils soient susceptibles d'extension jusqu'à ce terme. Mais quant à l'augmentation de leur grosseur, il est évident par ces dernières observations que la nature attentive à l'exécution de cet ouvrage important, a eu soin de disposer les lames osseuses à céder les unes après les autres à l'effort du suc nourricier, à le recevoir & à le retenir entre leurs fibres. En cette occasion les fibres s'écartant les unes des autres, les lames deviennent en conséquence lâches & pour ainsi dire, raréfiées dans leur étendue en large & en long, & dans leur épaisseur. Elles demeurent molles & enflées, jusqu'à ce qu'ayant reçu une quantité de particules terreuses proportionnée à la dimension nouvellement acquise, & ayant rejeté le surplus de l'humidité mêlée à la gelée qui en fait grossir les fibres, elles se condensent & se durcissent de nouveau, laissant en même tems un espace commode pour la dilatation des lames voisines.

Comme l'extension des lames en largeur & en épaisseur doit nécessairement se faire du centre vers la circonférence

ou du dedans en déhors, pour permettre l'agrandissement des cavités particulières à chaque os, ainsi que de celles qui résultent de l'union de plusieurs os ensemble, on ne peut pas douter que l'espèce de ramollissement qui se fait dans chaque lame ne commence dans les plus extérieures, & qu'il passe successivement & par degrés jusqu'à l'intérieure; qu'il recommence ensuite & qu'il se répète jusqu'à ce que les os aient atteint leur parfait accroissement.

Ce ramollissement qui passe & repasse naturellement d'une lame osseuse à l'autre dans la jeunesse de l'animal, & une certaine ductilité des fibres de chaque lame, qui dure jusqu'à la vieillesse avancée, donnent la facilité à tous les changemens qui surviennent dans la structure intérieure, ou sur la surface des os dans les différens âges de la vie. C'est de là aussi que proviennent les phénomènes admirables, qui se manifestent dans les os réduits hors de leur état naturel, & dont nous avons examiné les principaux. Pour se convaincre de ces vérités, on n'a qu'à y faire les réflexions nécessaires à loisir, sans que nous nous arrêtions ici à passer en revue ces changemens & ces phénomènes, pour comparer les effets à leur cause.

Finalement cette manière dont les os prennent leur accroissement, nous fait comprendre la raison pourquoi dans les os d'animaux nourris de garance, la couleur rouge paroit plutôt & plus vive dans une lame, que dans une autre. C'est la matière crétacée, selon la juste décision de Mr. Hérissant qui est susceptible de recevoir cette teinture; & comme cette matière se porte préférablement aux lames &

aux os qui font actuellement leur crue, ces lames & ces os deviendront plus rouges, que toute pièce osseuse qui ne croît plus. C'est pourquoi le cal des fractures est constamment plus rouge que le reste de l'os, dans les animaux nourris de garance ; en sorte que la rougeur introduite ne signifie rien qu'un surcroît de particules crétacées dans la partie.

MÉMOIRE

SUR

LE SABLE AURIFÈRE DE L'ORCO ET DES ENVIRONS

PAR M.r LE COMTE BALBE

Ce ne seroit pas donner à l'Académie une preuve suffisante de mon zèle que de lui présenter simplement du sable aurifère de l'*Orco*, sans lui rendre compte en même tems des recherches que j'entrepris sur ce sujet, à l'occasion d'une course que je fis dans le mois de mai 1784. aux terres du *Valpergato* situées à la droite de ce fleuve. Mes illustres Confrères voudront, j'espère, agréer le détail de quelques faits qui m'ont paru dignes de fixer leur attention; car ce n'est pas la première fois que cette savante Assemblée, parmi tant d'autres objets patriotiques dont elle s'occupe, ait porté ses regards sur les rivières du pays, qui roulent des paillettes d'or, & sur le moyen d'en tirer parti mieux qu'on n'a fait jusqu'à présent *.

* Réaumur ayant fait avec sa diligence ordinaire des recherches sur les fleuves de la France, qui charient des paillettes d'or, & ayant même été aidé dans son travail par le gouvernement, il parvint à en compter jusqu'à dix, y compris quatre ou cinq ruisseaux. Ce nombre lui parut suffisant pour avancer " qu'il y a peu de pays de „ l'étendue de la France où il y ait au- „ tant de rivières aurifères „ (*Essais de l'histoire des rivières, & des ruisseaux*

L'Orco que les naturels du pays nomment *Eva d'or* (eau d'or) tire sa source des petits lacs de *Seru* & de l'*Agnel* dans le territoire de *Cerisole*, près des limites qui séparent le *Canavois* ou la *province d'Ivrée* de la *Maurienne* & de la *Tarentaise* au couchant, & du *Duché d'Aoste* au Nord. La montagne très-vaste & très-élevée, sur laquelle ces lacs se trouvent, est connue par les Géographes & par les Naturalistes sous le nom d'*Iseran*, mais les habitans du Canavois l'appellent *la Galesia* *: quatre fleuves y prennent leur source; l'*Arc*, & l'*Isère* en Savoye ; l'Orco & la *Stura* en Piémont. Le lac de l'Agnel, qui est le plus à l'orient, se décharge de deux côtés, savoir au Nord vers le Duché d'Aoste, & au Sud vers le Canavois. Le ruisseau qui coule de ce côté, à un demi-mille environ de sa source, se joint dans le même territoire de Cerisole à celui qui sort du lac de Seru, & c'est de leur réunion que l'Orco est formé. Ce fleuve coupe les vallées de *Locana*, & de *Pont* laissant à sa gauche les villages de *Cerisole*, *Novasca*, *Locana*, *Sparon*, & *Pont* **. Il suit toujours à

---

du Royaume qui roulent des paillettes d'or, avec des observations sur la manière dont on ramasse ces paillettes &c. dans les mémoires de l'Acad. Roy. des sciences de Paris pour l'année 1718.) Il ne savoit pas, & probablement il ne soupçonnoit pas même que nous étions à cet égard plus riches que nos voisins les François, quoique dans un espace presque de douze fois moindre que ce Royaume. Je me flatte qu'on verra avec plaisir le tableau, que je joins à mon mémoire, de nos richesses en ce genre. Il est à espérer que les recherches de minéralogie, & d'histoire nationale dont le goût paroît s'accroître chaque jour, contribueront aux progrès de nos connoissances, autant qu'à l'avantage du pays.

* *Description minéralogique des montagnes du Canavois par Mr. le Chevalier Napion* dans la 1.ere partie de ce vol. pag. 374.

** Entre Cerisole, & Novasca l'Orco tombe en une cascade que Mr. le Chevalier de Robilant a jugée de 400. toises de chûte verticale (*Essai géographique*

peu près la même direction du N-O. au S-E., & se jette ensuite dans le Po à la droite de *Chivas* à 24 milles ou à peu près de sa source en ligne droite *. Au-dessous du village de Pont, c'est-à-dire où aboutit la vallée qui porte le même nom, l'Orco reçoit à sa gauche la *Soana* petite rivière qui coule de la montagne de *Rancio* située sur le territoire de *Cogne* dans le Duché d'Aoste.

Personne n'ignore qu'on fait dans l'Orco la pêche de l'or, l'ancienneté de cet usage pourroit même intéresser les amateurs des recherches historiques **: mais je ne crois point

des États de S. M. en terre ferme dans la 1.ere partie de ce volum. pag. 206. §. 16.) Cette magnifique cascade, ainsi que les autres du même fleuve plus près de sa source, ont aussi été décrites par Mr. le Chevalier Napion (1.ere part. de ce vol. pag. 368.)

* Nos milles sont réglés actuellement à 800. *trabucchi* qui répondent à 1265. toises de Paris.

** Les *Salasses* s'occupoient beaucoup aux recherches, & aux lavages de l'or (L'on peut consulter les ouvrages suivans de Mr. le *Collatéral Durandi*; *Dell' antica condizione del Vercellese* pag. 23. 63. & suiv. *Saggio sugli antichi popoli d'Italia* pag. 80. 149. & suiv. ainsi que le livre du P. de Gregory qui a pour titre *L'antichità di Crescentino* pag. 2. & suiv.) Ce peuple habitoit peut-être les mêmes endroits que j'ai visités : car il semble qu'il ne tenoit pas seulement la vallée d'Aoste & le haut-Canavois, mais qu'il s'étendoit jusqu'en deçà de l'Orco, puisqu'il y a encore à la droite de ce fleuve un village qui en a exactement conservé le nom : c'est *Salassa* près de Valperga. De tout tems les investitures du Comté de Valperga, & de celui de Rivara ont porté expressement le droit sur les mines, & sur la pêche de l'or. Il paroît que la recherche de ce précieux métal étoit en grande activité au quatorzième siècle par ce qu'en a dit un Auteur qui écrivoit l'année 1363. Voici ses paroles. *In quo* (Orco) *magna quantitas auri colligitur*, *& grana tam grossa reperiuntur, quod vidi granum esse valoris florenorum* 16. (Petri Azarii *de bello Canapiciano* in princ. *Rerum Ital. script.* tom. XVI. col. 427.) Le *florin* d'or de Florence étoit dans ce tems du poids de 72. grains de la même Ville & au titre de 24. kar. Les autres états d'Italie qui commençoient à battre de la même monnoye y méloient tant

qu'il soit également connu que ce n'est pas seulement dans le lit du fleuve qu'on rencontre de l'or, mais que c'est encore dans l'étendue de plusieurs milles que les particules de ce métal se trouvent par tout plus ou moins mêlées avec le sable. L'on assure très-positivement qu'on en trouve dans tous les petits ruisseaux qui coulent entre *Valperga*, & *Rivara :* celui de *Viana* près de ce dernier village est le seul qui en soit excepté. Je ne connois pas assez la gauche de l'Orco pour parler avec assurance de la nature de son sol*:* je me bornerai par conséquent aux endroits que j'ai visités. Je tachai donc soigneusement de découvrir, si toutes les eaux qui les arrosent ont leurs sources assez proches l'une de l'autre, pour donner lieu à croire qu'elles tirent toutes également de la même mine l'or qu'elles amènent *:* telle étant la façon dont le vulgaire & même la plupart des Savans ont coutume de rendre raison de l'or qu'on trouve dans les rivières *. Mais j'ai été pleinement convaincu, que les eaux dont je parle viennent de différentes hauteurs assez éloignées entr'elles, de sorte, que comme l'on ne sauroit imaginer que dans tous ces endroits il y ait des mines qui puissent leur fournir de l'or, il faut nécessairement avouer que les paillettes de ce métal ne sont pas détachées chaque jour par l'action des eaux, & entraînées par leurs courans ,

---

soit peu d'alliage en retenant le même poids (V. Carli *delle monete* diss. IV. tom. IV. *delle Opere* pag. 205. & alibi) Le morceau d'or dont parle Azarius devoit donc être à peu près du poids d'une de nos onces. 20 den. 4 grains. (V. Tillet *Saggio sul rapporto dei pesi stranieri con il marco di Francia letto all' Accademia Reale delle Scienze li* 9. *aprile* 1766. *traduzione accresciuta ec. Firenze* 1769.

* Agricola *de ortu & causis subterraneis* lib. V. Joh. Henr. Schuttei , ορυκτογραφια *Jenuensis* cap. IX. §. 7. 8. 9 Réaumur dans le mém. cité, Encyclop. art. *mines* & *or* &c.

mais que ceux-ci les trouvent déjà dans le sol même sur lequel ils passent. C'est un fait si vrai pour toute personne qui observe le local avec attention, qu'il n'y en a point sur les lieux qui le mette en doute. J'en fus d'abord si pleinement convaincu, que dans le même mois de mai 1784 j'en rendis compte à une assemblée littéraire de cette ville à laquelle assistoit Mr. le Chev.[er] de Lamanon membre étranger de notre Académie. Que si j'avois encore eu quelque doute sur ce point les mémoires de MMrs. les Chev.[rs] de Robilant & Napion auroient achevé de le dissiper, puisque leur opinion, qui doit être d'un très-grand poids, se trouve entièrement conforme à la mienne *.

J'ai vu depuis qu'un observateur des environs de l'Ariège a remarqué exactement les mêmes faits au sujet de l'or qu'on trouve dans cette rivière du haut Languedoc **. C'est d'après ses remarques que Mr. Guettard a corrigé la méprise de Réaumur, & l'on peut même dire de presque tous les minéralogistes anciens ***: il est peut-être le premier qui ait pré-

---

* De Robilant. *Essai géogr.* &c. Voy. p. 234. & 268. de la 1[ère] part. de ce vol. Napion. *Montagnes du Canavois* mém. cit. pag. 363.

** *Mémoire sur les paillettes, & les grains d'or de l'Ariège fait d'après les lettres, & les remarques de Mr. Pailhès Changeur pour le Roi à Pamiers, envoyées à Mr. l'Abbé Nollet par Mr. Guettard* dans les mém. de l'Acad. Roy. des scienc. de Paris pour l'an. 1761.

*** Il paroît qu'on doit en excepter Beccher, & plus anciennement Albert le grand (*De mineralibus* lib. III. cap. 4. Ils ont entrevu l'un & l'autre la fausseté de l'opinion commune, mais ils ont donné dans l'excès opposé en soutenant que l'or du sable des rivières y avoit été formé (V. sur Albert le grand Agricola *loc. cit.*, sur Beccher l'Encyclop. Art. *or.*

senté dans son vrai point de vue cette partie très- intéressante de la science minéralogique.

Il est donc constaté par ce que nous avons dit, que les eaux de l'Orco & des environs ne font autre chose que soulever le sable, & renouveller ainsi de tems à autre la surface du terrain : ce qui arrive surtout à l'occasion des débordemens, & c'est justement alors que les orpailleurs trouvent de l'or plus aisément & en plus grande quantité.

Ce qui achève de prouver le système que je soutiens, c'est qu'on ne trouve point de l'or en tous les endroits du fleuve: l'on assure qu'il n'y en a plus dans son lit au-dessus de *Courgné*, & l'on croit communément qu'il cesse dans les environs à peu près à la même hauteur. Il est vrai que suivant les indications, dont à fait usage Mr. le Chev.er de Robilant, ses couches aurifères s'étendroient encore pour quelque mille au-dessus de Courgné, c'est-à-dire jusqu'à Pont *. Je ne dois pas non plus dissimuler que, selon quelque renseignement qui m'a été donné, il se trouve de l'or sur la montagne de *Bellengarde* qui est à la droite de l'Orco & près de sa source. Cependant Mr. le Chev.er Napion ne l'a pas observé, quoiqu'il ait visité cette montagne, & qu'il parle même de ses mines, & des fables que les paysans débitent sur ce sujet **. Peut être que l'existence de l'or en est une. On a plusieurs fois trouvé de l'or dans les torrens qui tombent dans l'Orco de la montagne de *Lilieto* située entre ce fleuve & la Soana, & surtout quand la fonte totale des neiges a laissé à découvert

---

* *Loc. cit.*

** *Mém. cit. pag.* 369.

cette montagne, ce qui arrive fort rarement. L'on prétend aussi que l'on en a trouvé à la gauche de la Soana dans les montagnes de *Frassineto* *. Quoiqu'il en soit, tous ces faits pourroient bien servir à expliquer d'où & comment l'or a été porté anciennement dans les plaines, mais ils ne doivent point nous faire changer d'avis sur l'état actuel des couches aurifères, puisqu'on demeure d'accord qu'elles disparoissent en remontant l'Orco; que l'on n'en trouve tout au plus que jusqu'à Pont; & que plus haut on en perd la trace, quoiqu'on soit encore très-éloigné de la source, tandis qu'en descendant dans la plaine ces couches sont mises chaque jour à découvert par l'action des eaux, & surtout à l'occasion des débordemens.

La couche de terrain aurifère, qui paroît avoir une largeur de deux ou trois milles, s'étend en longueur jusqu'à dix ou douze : l'on en trouve encore en assez grande quantité dans le *Mallon* petite rivière qui coule à la gauche de *Lombardor*, de là à la droite de *S. Benigno* & se jette ensuite dans le Po un peu au-dessus de l'embouchure de l'Orco.

Dans toute l'étendue dont j'ai parlé il y a des paysans qui s'occupent quelquefois à la recherche de l'or, mais ce n'est qu'à une certaine hauteur, c'est-à-dire aux environs de *Rivarol* & de Valperga, qu'on y travaille avec un peu d'activité. Il est à espérer qu'on trouvera le moyen d'ôter les entraves qui gênent l'industrie d'une peuplade très-nombreuse, & très-

* Je tiens ces faits de Mr. Perini Notaire de Valperga : il m'a beaucoup aidé dans mes recherches, ainsi que Mr. l'Abbé Leret Curé de la même Paroisse.

agissante de son naturel. Il est vrai que selon eux la journée qu'ils employent à ce travail ne leur rapporte ordinairement que 15 à 20 sous ; mais aussi sont-ils toujours flattés de l'espoir de trouver des veines de sable fort riches, ou même des grains d'or d'une certaine valeur, comme on en cite des exemples. L'on m'a parlé d'un de ces grains qui pesoit 5 deniers, & même d'un autre qui fut payé plus de 100. livres. Ils ont été trouvés tous les deux dans un ruisseau que l'on nomme la *Marcoera* qui coule près de Valperga, & se dirige vers *Pertus*. L'on se souvient de quelques ouvriers qui ont gagné 300. livres dans une seule journée.

Au reste on pourroit tirer un profit plus considérable de ces mines superficielles, si l'on perfectionnoit la méthode des lavages, comme on peut en juger par le détail que je vais donner de celle qu'on suit à l'ordinaire : je la décrirai d'après les opérations que j'ai vu faire par deux villageois dans un petit ruisseau, ou pour mieux dire dans le fossé d'un chemin près de Pertus, village situé entre Valperga & Rivara *.

* Le parallèle de cette méthode avec celles, qui sont en usage en différens pays me porteroit trop loin. Je me contenterai de citer en général l'article *Lavage* de l'Encyclopédie, & Agricola *de re metallica* lib. VIII.; & en particulier pour le Rhône, le Rhin, le Ceze, le Gardon, & l'Ariège en France le mémoire de Réaumur : pour les rivières de l'Hongrie l'artic. *Or* de l'Encyclop.: pour les lavages que les Bohémiens, ou Egyptiens font dans la Transylvanie les notes de Scopoli à l'art. du dict. de Maquer *Travaux sur les mines d'or natif* : & enfin pour ce qui regarde les terrains aurifères du Perou, du Potosi & du Chili, que les Espagnols nomment *Lavaderos*, l'artic. *Or* de l'Encyclop. & le *Voyage de la mer du Sud* par Mr Frezier, & particulièrement pour les cantons de Citara, & de Novita dans la province de Choco, où avec l'or on trouve la platine: *Transunto d'una memoria sopra il Platino letta dal sig. L.... nell'Accad. delle scienz. di Parigi opusc. di Milano* 1786. part. I.

Quand les orpailleurs ne connoissent pas encore le terrain qu'ils veulent exploiter, ils commencent à s'assurer de sa qualité par de petits essais. Voici comment ils s'y prennent. Ils délayent du sable dans une espèce de sébille de bois, qui est faite à façon de cône renversé, mais d'une pente très-douce. Les parties les plus pesantes se réunissent au centre: on rejette ce qui reste en haut, & on recommence à laver le résidu. L'on réitère ces lotions autant de fois qu'il le faut pour connoître si l'or, qu'on en obtient en dernier résultat, est en assez grande quantité pour donner un profit proportionné au travail. Dans ce cas ces gens ne suivent plus la même méthode qui selon eux leur prendroit trop de tems, mais ils se servent d'une planche entrecoupée selon sa largeur par des traverses de la hauteur d'un quart d'*once* * placées à la distance de deux ou trois *onces* de l'une à l'autre **. Les deux côtés de la planche sont garnis d'un rebord plus haut que les traverses. L'on met cette planche dans quelque courant d'eau, l'un des bouts appuyé au sol, & l'autre élevé sur un treteau ou sur des pierres, en sorte que la planche ait une inclinaison à peu près de 30, ou 35 degrés dans la même direction du courant. L'ouvrier se place au-dessus du bord supérieur. Il tient à la main la même sébille dont nous avons parlé, remplie de sable, qu'il laisse tomber peu à peu sur la partie la plus élevée de la planche. Le courant d'eau le délaye, &

* Notre *once* mesure linéaire est la douzième partie *du pied liprand* qui répond à un pied, 6 pouces, 11 lignes & $\frac{7}{10}$ mesure de Paris.

** Il y a des laveurs qui entaillent dans leur planche de petites rigoles au lieu de la couper par des traverses.

l'entraîne avec lui, laissant derrière l'or, & les autres corps d'un grand poids, qui restent adossés contre les traverses par lesquelles ils sont arrêtés. C'est là que l'ouvrier les ramasse ensuite en les versant dans la sébille, & de celle-ci dans une corne creusée, dont on a coupé sur sa longueur un segment d'un quart ou environ de son diamètre. On y fait à l'aide d'une brochette, &, s'il le faut, des lunettes, la dernière séparation de l'or des matières étrangères qui y sont encore mêlées, telles que de petits cailloux, ou quelque fois d'autres corps pesans qui se trouvoient par hasard dans le sable, comme des cloux, du menu plomb de chasse &c.

Il ne m'a pas été possible jusqu'ici d'avoir de la poudre d'or en quantité suffisante pour en faire l'essai: c'est pourquoi il a fallu me contenter d'en trouver le titre par induction du prix de vente ordinaire. On paye cet or à Rivarol deux sous & demi le grain, ce qui fait 576. liv. le marc *. Ce prix comparé à la valeur du marc d'or fin fixée en l'année 1755. à 663. liv. 15. sous ** nous donneroit pour l'or du Canavois le titre de 20. kar. 19. den. 20. gr. & $\frac{121}{295}$ de grain ***. Mais si l'on fait attention au profit que doit s'assurer celui qui l'achète en détail, d'autant plus que ce commerce se fait en cachette à cause du droit féodal des Seigneurs de Valperga & de Rivara; si l'on réfléchit aussi que l'acheteur court risque de ne pas trouver tout l'or du même titre; on croira aisément,

* Notre marc est de huit onces; l'once se divise en 24. deniers, & le denier en 24 grains: il répond à un marc, 22 grains & un quart poids de France.

** Par billet du Roi à la Chambre des comptes du 12 février de la dite année.

*** Nous divisons le karat en 24 deniers, & le denier en 24 grains.

que ce titre doit être pour l'ordinaire plus haut de 21 kar. ce qui reviendroit à peu près à celui de l'or du Rhin, & surpasseroit de beaucoup celui du Rhône, & du Ceze: il seroit seulement plus bas, que celui de l'Ariège selon les essais de Réaumur *.

Il me reste à parler des qualités du sable aurifère, & de la nature du sol des environs. Le sable est gras au toucher à cause de l'argile qui lui est mêlée: il est noir à cause du fer, dont il est chargé en très-grande quantité. Il est à observer qu'on ne trouve peut-être nulle part du sable aurifère qui ne soit en même tems ferrugineux: ce qui semble ajouter une preuve au sentiment de Mr. le Chevalier Napion qui pense que l'or des sables a pu passer auparavant par l'état de pyrite**. Autrefois l'on avoit de la peine à croire qu'il y eût de l'or dans les pyrites: depuis que ce fait a été averé, on s'est retranché à juger que du moins étoit-il bien rare; mais il paroît par beaucoup d'observations récentes, que presque toutes les pyrites en contiennent ***, au moins est-il sûr que notre

---

* " Or de la rivière de Ceze 18 kar. 8. gr.
,, Rhône 20.
,, Rhin 21 $\frac{1}{4}$
,, Ariège 22 $\frac{1}{4}$
,, Ces essais ne peuvent pas être des ,, règles constantes; l'on peut seulement ,, en conclure que l'un est plus pur ,, que l'autre,, Réaumur mém. cit.

** *Montagnes du Canavois* 1.[ere] part. de ce vol. p. 346. 347 Le Docteur Demeste, a avancé le même sentiment. (*Lettres au Docteur Bernard sur la Chimie, la minéralogie* &c. Lett. 44.) mais sans l'avoir soutenu par aucune preuve.

*** Scopoli en a trouvé dans toutes les pyrites qu'il a analysées de la basse Hongrie. (V. ses notes à l'artic. *Pyrite* du dict. de Maquer) L'on sait que Becher, Cramer & Sage ont cru voir de l'or par tout: ce qui prouve au moins qu'il n'est pas si rare comme on pourroit le penser, quoiqu'il se trouve le plus souvent en si petite quantité qu'il

Académicien en a trouvé dans celles des vallées d'Aoste & *Brozzo*, & ce qui fait plus encore à notre sujet dans celles de la vallée de Pont *.

Tout le sol de ces environs est formé par les débris des montagnes, & des collines d'alentour, ou par les produits de leur décomposition, c'est-à-dire des cailloux roulés, du sable, & de l'argile. La plus élevée des hauteurs voisines est celle de *Belmont*. Du château de Valperga jusqu'à l'Eglise qui est à son sommet il y a une petite heure de chemin un peu roide, mais suffisant pour y faire passer des chevaux. Cette montagne, toute basse qu'elle est, tient encore à la chaîne des alpes primitives dont elle est pour ainsi dire le dernier degré. Son noyau est de granit ou d'une brèche dure qui fait feu à l'acier, & ne fait pas effervescence avec les acides. Ce granit est composé de trois parties, une rouge & deux blanches, mais celles-ci d'espèces différentes. Le rouge est très-vif dans les endroits qui sont à l'abri: on en trouve de toutes les nuances depuis le plus foncé jusqu'au plus foible. Quant aux parties blanches les unes sont à façon de petits fragmens irréguliers à cassure angulaire; elles sont très-dures, & d'un blanc luisant. Les autres sont d'un blanc de sucre; je les ai trouvées quelquefois assez friables: jointes aux parties rouges elles servent pour ainsi dire de ciment à l'autre espèce de parties blanches, en remplissant les interstices que ces dernières laissent entr'elles. Ce n'est pas seulement en grandes

---

ne defrayeroit pas des recherches. Ce qui paroît sûr, c'est qu'il n'y a point d'autre métal, si on en excepte le fer, qui soit autant répandu sous cette forme qu'on nomme *mine de lavage*, ou *de transport*

* *Mém. cit.* pag. 345. 346.

masses que l'on trouve ce granit, mais aussi en cailloux polis & arrondis, surtout aux pieds de la montagne & dans les collines qui l'entourent, comme celle du château de Valperga. Dans les endroits où il est à découvert il se brise plus aisément, & il augmente au contraire de dureté à mesure qu'il s'éloigne de la surface: il m'a paru qu'il en augmente aussi à mesure que l'on monte en haut, de façon que l'on observe toute la dégradation de cette pierre depuis le maximum de sa dureté jusqu'à sa friabilité totale. Ce qui est à remarquer, c'est qu'en plusieurs endroits l'on peut très-bien observer le passage de ce même granit en argile. Cette transformation est insensible de sorte que l'on ne sauroit tirer entre les deux une ligne de séparation. C'est aux extrêmes que la différence est très-marquée. L'argile est ordinairement chargée de sable, quelquefois aussi elle en est dégagée. On la trouve en différens états, c'est-à-dire de schistes plus ou moins friables & micacés, de terre labourable, & même d'une sorte de brèche secondaire qui est liée par un ciment très foible. L'on a déjà * observé ailleurs

* Baumé (*mém. sur les argiles*) est d'avis que le quartz n'est qu'une argile modifiée d'une certaine façon. *Henkel de lapidum origine* cité dans l'article *Quartz* de l'Encyclop.) croit pareillement que le quartz tire son origine d'une terre marneuse (*terra margacea*), par où il entend l'argile. Ne seroit-ce pas au contraire la terre argileuse qui fût formée par la décomposition du quartz! Et ne pourroit-on pas le prouver par la transformation du granit en argile! Car outre les parties quartzeuses qui entrent sans doute dans la formation du granit, Charpentier (*méneralog. géograph.* pag. 206. cité par Scopoli dans le notes à l'art. *Quartz* du diction. de Maquer) croit avoir observé que le granit tout entier peut se changer en quartz. Le même Auteur soutient aussi la dérivation de l'argile de la terre du Feld-spath (*ibi* pag 18.) Scopoli & Cronstedt ont observé le passage de l'argile à l'état de jaspe art. *Selce* silex ajouté à la traduction

de semblables métamorphoses qui méritent sans doute l'attention des observateurs éclairés.

Italienne du diction. de Maquer). Le premier (*ibi*) cite aussi l'auteur d'un mémoire sur l'hydrophane, qui prétend avoir vu cette pierre se former par l'argile & se décomposer en argile. Ferber & Dietrich ont aussi observé un changement semblable des matières volcaniques vitreuses. (*Lettres sur la minéralogie d'Italie*. Lett. II. pag. 258. Strasbourg 1776.)

CATALOGUE

DES RIVIÈRES AURIFÈRES DES ÉTATS DU ROI EN TERRE FERME.

1 Le TESIN. Ce n'est qu'en passant que Mr. le Chev.[er] de Robilant a eu occasion de parler dans son *essai Géographique* (pag. 201. de la 1.[ere] part. de ce vol.) de l'or qui se trouve dans ce fleuve. J'en suis assuré d'ailleurs soit par des renseignemens que je me suis procurés, soit par un ban, dont j'ai connoissance, donné par le Prince Eugène de Savoye en qualité de Gouverneur de Milan le 17. avril 1709. portant défense de la pêche du poisson & de l'or réservée aux Comtes Lezzaldi dans les sables, & dans les rivages des territoires de *Cesano* dans la Province de *Novare*, & de *Casolo* dans celle de *Vigevano* arrosées par l'eau tirée du Tesin dont ces MMrs. avoient la jouissance.

2 Le CERVO (de Robilant loc. cit. pag. 217. & 262.) Mr. Mullatera Médecin de Bielle (ville comme l'on sait à la droite du Cervo) dit dans un livre imprimé l'année 1776. (*Ricerche su l'origine, e fondazione di Biella ec. pag.* 15.) que " 25 ou 30 ans auparavant on cherchoit de l'or dans ce fleuve un peu au-dessus du pont qui est près de la chapelle de S. Marie Magdelaine ". L'auteur se souvient " qu'un Marchand de la même ville, qui achetoit une bonne partie de cet or, disoit qu'on lui en avoit apporté souvent des morceaux du poids d'un sequin, & quelquefois d'un louis d'or". Mais ajoute-t-il " on a discontinué les recherches dans cet endroit ".

3 L'OROPA. C'est un ruisseau, qui se jette à la droite du Cervo. Les Biellois tirent l'éthymologie de son nom de ce qu'on y trouve des paillettes d'or en

quantité. Je pourrai citer pour garans de ce fait plusieurs personnages très-dignes de foi, mais je me contenterai de nommer Mr. le Comte Marenco *sous-Secrétaire* de l'Académie : il a sejourné longtems à Bielle, qui est sur la gauche de l'Oropa.

4 L'OREMO ruisseau, qui se décharge à la gauche de l'Elvo. L'on croit pareillement que sa dénomination est dérivée de l'or qui s'y trouve, quoiqu'en petite quantité (*V. Description de Bielle* dans le *théatre du Piémont* imprimé plusieurs fois en Hollande, soit en latin, soit en François in fol. *Memorie cronologiche, e corograficne della Città di Biella raccolte da Gio. Tommaso Mullatera* pag. 3.

5. L'ELVO rivière qui se jette à la droite de la Sesia " Les lotions de l'or ,, durent pendant toute l'année le long ,, de cette rivière, & des ruisseaux qui ,, s'y déchargent depuis *Saluzzola* jus- ,, qu'à *Mont-grand* ,, (de Robilant au §. 13. du mémoire lu à l'Académie dans le moi de mai 1786. qui a pour titre *Rifleffi su lu posizion del paese, e sua natura dalla valle di Susa ad Alagna.*) Voici ce qu'en dit l'auteur que nous avons déjà cité des *recherches* sur l'origine de Bielle (pag. 16.) " On continue la pêche de l'or dans l'Elvo, & dans un ,, autre ruisseau qu'on nomme le LOBBIA. Une personne de ma connois- ,, sance qui en achete, m'assure, qu'on ,, lui en apporte chaque année pour la ,, somme de 1200. à 1300. livres.

6 L'EVANÇON ruisseau qui entre à la gauche de la Dora Baltea (de Robilant pag. 221. & 265. Ferber *lettres sur la minéralogie d'Italie* lett. 23. pag. 460.)

7 La DORA BALTEA (de Robilant pag. 218.) J'en ai aussi reçu d'autre part des indications assez circonstanciées. Pierre Azario (*de bello Canapiciano loc. cit.*) s'étoit un peu trop pressé à décider *in Duria nusquam aurum reperitur.* Il n'avoit en vue dans ce passage que de faire un contraste plus frappant que vrai entre la Dora & l'Orco.

8 L'ORCO (de Robilant pag. 233. & 268.

9 Le Mallon (id. pag 234.)

10 Le TANARO. Quoique nos naturalistes modernes n'ayent pas connu de l'or dans ce fleuve, je ne puis me dispenser de le placer dans ce catalogue: ce n'est pas seulement sur la foi d'Agricola, qui en parle même comme d'une chose dont il n'étoit pas bien sûr (*de veterib. & nov. metal.* lib. II. in princ.) mais c'est sur le témoignage très-positif & circonstancié de Raphael de Volterra, qui écrivoit aussi au commencement du seizième siècle. Voici ses paroles *Tanarus fluvius in Padum influens . . . in hoc auri ramenta Antoninus Trottus eques Alexandrinus legit unde torquem factum ostentat* (*Raphaelis Volaterrani commentariorum urbanorum lib.* IV. *Regio subalpina.*) Ceux qui pensent que l'or est entraîné par les eaux seront portés à croire, que celui qui a été trouvé dans ce fleuve, y ait été porté par la *Bormida* qui reçoit trois rivières ou ruisseaux aurifères que nous allons nommer.

11 L'ERRO qui se décharge à la droite de la Bormida (de Robilant pag 253. & pag. 279.)

12 Le VISON ruisseau qui se décharge de même dans la Bormida plus bas que l'Erro près du Village qui porte le même nom de *Vison*. On se souvient dans les environs que c'est avec de l'or de ce ruisseau, qu'un honnête Ecclésiastique trouva dans sa jeunesse le moyen de suivre les études, & de se pousser dans sa carrière. C'est Mr. Stella qui est à présent Correspondant de l'Académie & Curé de *Murabel*, village peu éloigné du Vison. Il assure que bien souvent il gagnoit jusqu'à quatre livres & demie par journée. Je tiens ce fait de Mr. l'Abbé Vassalli membre de la Société d'Agriculture de Turin, & professeur de Philosophie à Tortone.

13 L'ORBA qui entre dans la Bormida au-dessous du Vison (de Robilant pag. 254. & 280.) Mr. le Marquis Ghilini Correspondant de l'Académie lui a envoyé du sable de cette rivière assez riche en or, & très-chargé de fer.

14 L'ARVE en Savoye (de Robilant pag. 291.)

Je n'ai point compris dans ce catalogue la CHIUSELLA rivière, ou ruisseau qui arrose une vallée considérable du Canavois, & se décharge à la droite de la Dora Baltea. J'ai oui dire qu'on y trouve de l'or, & on pourroit le croire sans blesser la vraisemblance, puisque le sol en est graniteux (*Napion* montagnes du Canavois pag. 355.) & que les fleuves qui coulent à ces côtés sont certainement aurifères, l'Orco à la droite, & la Dora Baltea à la gauche. J'en doute pourtant encore, soit à cause de quelques renseignemens contraires, que j'ai reçus de ces environs, soit parce que Mr. le Chevalier Napion qui a fait des observations dans cette vallée, n'a pas eu connoissance de l'or qu'on lui suppose (*V. loc. cit.*)

Je devrois ajouter qu'il s'en trouve aussi dans la SOANA autre petite rivière du Canavois, dont j'ai parlé dans mon mémoire, si je voulois m'en rapporter simplement au témoignage de l'Auteur de la *Descrizione degli Stati del Re di Sardegna* dans le premier vol. de l'ouvrage qui a pour titre. *Nuova descrizione storica, e geografica dell' Italia dell' Avvocato Giuseppe Maria Galanti. Napoli* 1782. 8. *V. ib. pag.* 225.

Du tems de Pline le PO étoit compté parmi les fleuves qui charioient de l'or (*lib.* XXXIII. *sect.* 21. *ad us. Delph. in princ.*) Je pourrai citer plusieurs passages d'auteurs, que Mr. Malacarne a receuillis, depuis le XIV. siècle jusqu'à XVII., qui ont tous répété la même chose, mais je crains qu'ils ne l'aient fait que d'après le témoignage du naturaliste ancien sans avoir des observations plus récentes. Quelques-uns de nos écrivains du pays ont appliqué le passage de Pline aux environs de *Crisol* sur le *Mont-Viso* où il y a une grotte nommée la *Balma del Rio Martin*. La tradition porte qu'elle a été creusée pour l'exploitation des mines d'or. (Mr. le Chevalier de Robilant en par-

le aussi *loc. cit.* pag. 241.) L'on ajoute que vis-à-vis de cette grotte on trouve dans le Po des paillettes de ce metal. Mr. Malacarne a traité ce point avec beaucoup d'érudition dans deux de ses ouvrages qui ne sont pas publiés: *Lettere dal Monviso*; & *Monumenti della letteratura Saluzzese sotto il dominio di Ludovico II.*, *e Margarita di Foix.*

Il est bon d'observer, que si l'or étoit entraîné par les eaux, comme on l'a cru, c'est dans le Po qu'il devroit se réunir en plus grande quantité, puisque tous les fleuves & ruisseaux que nous avons nommés s'y déchargent, soit directement, soit par le moyen des autres, dans lesquels ils entrent auparavant. L'on voit au contraire, que c'est précisément dans le Po, le plus bas de nos fleuves, que l'on trouve le moins d'or; & l'on croiroit presque, qu'il n'y en a vraiment pas, si ce n'est au commencement de son cours. Il est donc bien clair que la gravité spécifique de l'or, de 19. fois plus grande que celle de l'eau, ne lui permet pas d'être roulé si aisement par les courans; & que jointe à la petitesse ordinaire de ses paillettes, ou molécules, elle doit être cause qu'il soit arrêté par toutes sortes d'entraves, de la même façon qu'il arrive dans les lavages artificiels. C'est pourquoi il semble que les couches aurifères sont ordinairement situées dans les hautes vallées au pied des montagnes, où l'or a pu être porté, soit par de grandes révolutions, qui tiennent à des causes plus générales, soit aussi, si l'on veut, par la chute presque verticale des eaux des montagnes, qui peut vaincre les obstacles, dont nous avons parlé; soit enfin, ce qui nous a paru plus probable, par la réunion dans ces endroits d'une quantité immense de pyrites, dont la decomposition lente & progressive peut enrichir les terrains, où elles se trouvent, & en renouveller chaque jour les richesses.

Je pense que la réunion sous un seul point de vue de ce que nous savons jusqu'à présent sur l'or qui est charié par nos rivières, doit suffire pour détromper M. de Buffon, qui ne pouvant pas connoître ces faits, & jugeant sur ceux que les minéralogistes François lui avoient fournis, en a tiré la conséquence que » les rivières aurifères sont » plus souvent situées au couchant » qu'au levant des montagnes", & que » la France qui est à l'Ouest des alpes » a beaucoup plus de cet or de trans» port, que l'Italie & l'Allemagne, qui » sont situées à l'Est (*Hist. natur. des Minéraux* artic. *de l'Or.* edit. in 8.° tom. 4. pag. 314.) Il s'est bien douté lui-même que cette observation ne devoit pas être présentée comme un fait général, & il l'auroit certainement supprimé s'il eût pu croire que la mineralogie Italienne, & surtout la Piémontoise étoient encore très-méconnues en France. D'après le tableau que j'ai présenté l'on seroit presque tenté de fonder sur la ruine de son observation une opinion directement contraire, si l'on n'en étoit retenu par l'exemple des erreurs, auxquels le défaut de connoissances locales peut in-

duire le plus grand philosophe. Je me bornerai donc à faire remarquer que la direction du grand bassin de la haute Italie, dont le fond est coupé par le Po, est à peu près du couchant au levant. Les vallées principales qui y aboutissent & qui y dechargent leurs eaux, font ordinairement avec la ligne tracée par ce fleuve un angle moindre que le droit. Ainsi la direction des rivières qui entrent à la gauche du Po est en général du NO. au SE. tels que le Tesin, la Dora Baltea, l'Orco. De l'autre côté du Po la direction doit donc être du SO. au NE. comme celle du Tanaro en prenant le medium des sinuosités fort grandes de son cours. Dans une partie assez considérable du cours du Po, c'est-à-dire après le grand coude qu'il fait à *Carmagnola*, ce fleuve marche du Sud au Nord jusqu'à ce qu'il se replie à Chivas pour reprendre sa première direction : c'est pourquoi les rivières qui dans cet espace se jettent à sa gauche ne doivent pas être dans une direction parallèle aux autres: & aussi l'Orco & la *Stura* commencent à pencher beaucoup plus vers le levant: ensuite la *Dora Riparia*, qui entre dans le Po à Turin, coule presque directement du couchant au levant ; les ruisseaux qui viennent après jusqu'à Carmagnola tournent même un peu vers le NE. Mais ce bassin qui est compris entre le Po & la Stura, & dont le milieu est coupé par la Dora Riparia, ne tient pas de fort près à notre sujet, puisqu'on n'y connoît point d'or. Pour ce qui est des vallées du second ordre elles suivent à la vérité les mêmes loix relativement aux principales, que celles-ci relativement au Po,& ainsi de suite les autres vallées inférieures : mais on voit que la pente générale est toujours déterminée vers le levant, ce qui fait qu'on ne trouve dans aucune de nos rivières la direction opposée. En suivant sur une carte les indications que nous avons données dans notre catalogue, l'on verra que toutes les rivières qui charient de l'or à la gauche du Po, coulent à peu près du NO. au SE., hormis l'Evançon qui se dirige du Nord au Sud; & toutes celles qui en charient à la droite de ce même fleuve, se dirigent du Sud au Nord, si l'on en excepte le Tanaro qui se dirige du SO. au NE. comme nous avons déjà remarqué. L'Arve au contraire qui sort de l'autre côté de la grande chaîne des alpes coule dans la direction du SE. au NO. Il est par conséquent le seul parmi les fleuves aurifères que nous connoissons dans nos États, qui puisse être rangé sous une même classe avec ceux de France, dont le grand historien de la nature a remarqué la direction.

ANALYSE

DES PRINCIPALES EAUX MINÈRALES DE LA SAVOIE

PAR M.r LE DOCTEUR BONVOISIN

Natura semper & ubique spagiricam exercet artem. Per totum mundum corporeum continue solvit & coagulat, maxima e minimis procreat, solidissima e fluidis, vicissimque firmissima liquefacit, immo etiam in auras resolvit Fit hoc plerumque lente clanculum & nobis fere insciis ..... Sed physicus in sua officina varias materias variis modis naturae viribus sagaciter exponit, & ita strenue peragendo tandem arcanas quantum fieri potest expiscatur causas. Bergman de productis Vulcaniis.

Quoique les Médecins & les Chimistes se soient de tout tems occupés de l'analyse des eaux minérales, on ne devra pas être surpris qu'on y revienne continuellement, & que l'on reprenne sans cesse des travaux qui ont déjà été faits avec toute la diligence possible. Cet objet trop essentiel à l'art de guérir, étant un point des plus difficiles de la Chimie, ne pouvoit acquérir de perfection qu'en raison des avancemens de cette science: mais comme ce n'est que de nos jours qu'elle a fait des progrès rapides, ce n'est aussi qu'à présent qu'on a pu porter ce même objet à un degré de précision qu'on avoit cherché inutilement avant nous.

En effet il y a peu de tems qu'on ignoroit encore quelques espèces de terre, une infinité d'acides, toute la doctrine des gas & une quantité de réagens qui ont répandu beaucoup de jour sur la nature intime des eaux, de même que sur toutes les branches les plus difficiles des sciences naturelles. C'est d'après ces considérations que l'Académie s'est déterminée de faire analyser les eaux minérales qui abondent dans notre pays, & m'a fait l'honneur de me charger de l'examen de celles de la Savoie. Pour répondre à ses vues j'ai employé & employerai toutes mes forces dans ce travail, en faisant surtout usage des lumières de nos plus grands maîtres modernes de la Chimie.

Avant que d'entrer en matière je crois devoir décrire le voyage que j'ai fait dans ce Duché pour l'examen de toutes les sources les plus remarquables : il servira pour commencer à donner une idée des analyses dont je ne puis pas encore m'occuper à présent.

J'ai entrepris ce voyage en 1784 dans le mois d'août. Mon premier soin fut de me transporter à Aix, où je fis un plus long séjour qu'ailleurs; la nature singulière de ses sources salutaires paroissoit l'exiger.

Je me rendis ensuite à Évian pour être à portée d'examiner les eaux minérales d'Amphion, qui en sont fort près. Leur importance m'engagea aussi à y séjourner quelque tems. L'on sait très-bien que les eaux d'Aix sont des thermales chaudes, & que celles d'Amphion sont des eaux minérales froides & ferrugineuses ; j'ajouterai seulement

que dans ces dernières le fer s'y tient dissous à la faveur de l'air fixe.

Évian me fournit aussi l'occasion d'examiner une autre fontaine que l'on appelle de la Grande Rive. Son eau est martiale & gaseuse comme celle d'Amphion, mais elle est plus purgative.

A mon retour d'Evian je passai à l'inspection analytique de l'eau de Marclas, qui est encore plus chargée de fer, mais beaucoup moins fondante.

Arrivé à Carouge je soumis à mes recherches une eau thermale froide, qui se trouve au bord de l'Arve, & que l'on appelle l'eau d'Étrambière, qui est près du village de ce nom, situé au pied du petit mont Salève. Elle est très-chargée de foie de soufre volatil, puisqu'on en peut précipiter ce minéral très-aisément & avec abondance.

En continuant mon voyage vers Annecy je m'arrêtai à la Caille pour visiter des eaux thermales d'une chaleur tempérée, qui sont près des Usses. Le Thermomètre y monte au 25 degré. Ces eaux sont très-abondantes & méritent d'être connues.

A Annecy je fus à même de faire des expériences sur les fontaines minérales de Planchamp, dont l'eau est martiale & approchante de celles de Courmayeur, mais beaucoup plus foible. Les Médecins de ces environs en font un grand cas.

Revenant à la Capitale de la Savoie, je fis aussi quelques essais sur les eaux de la Boisse, & je vis que l'on avoit tort de leur nier toute sorte de principe minéral.

Sur la grande route de Turin à une demi-poste en deçà de Montmeillan & vis-à-vis du château de Coise, il est une source

d'eau minérale froide, très-chargée de magnésie qui a déjà quelque renommée par la résolution des obstructions & des tumeurs des glandes; l'on prétend qu'elle peut même fondre les tophus de la goutte & remédier à cette maladie qui brave encore les ressources de la Médecine. Son analyse doit donc intéresser l'humanité; aussi me suis-je proposé de la faire avec toute l'exactitude possible. En attendant que je l'expose, je rapporterai un phénomène physique de cette fontaine, qui m'a surpris. Il consiste en ce que cette source en recèle une autre intermittente de gas, c'est-à-dire qu'après quelques minutes l'on voit constamment paroître une quantité prodigieuse de petites bulles, qui se dégagent avec fracas du fond de la fontaine creusée en bassin, & vont se crever & se perdre à sa superficie. Deux ou trois de ces éruptions gasiformes suffisent pour en remplir une bouteille pleine d'eau, que l'on y a renversée dessus avec un entonnoir. Cet air a la propriété non seulement de s'enflammer avec une bougie allumée, mais même de détonner, comme je l'ai observé le premier; ce qui le distingue de l'air des marais, & le rapproche du véritable air inflammable.

Près de Maltaverne on rencontre encore une fontaine d'eau chargée de principe martial, de gas crayeux, de quelques autres terres & de sels.

Au Nord & à côté de St. Jean de Maurienne il sort une eau salée chaude & acidûle au bord & au-delà de l'Arc, contre & entre les fentes du granit qui sert de base à une haute montagne. Ses vertus médicinales, la vigilance & le zèle de Mr. le Chevalier de St. Real, mon ami, Intendant de cette Province & Correspondant de l'Académie, ont en-

gagé le Gouvernement à faire construire un pont sur cette rivière pour faciliter en toutes saisons aux habitans de la Ville l'usage de cette ressource naturelle.

Sur la pente de la haute montagne qui est au sud-ouest de la même ville on trouve, à la distance d'un mille & près d'un petit village, une fontaine ferrugineuse qui mérite d'être connue.

Enfin au bord oriental du lac du Mont-Cenis, entre le lac & la maison de l'hôpital, je découvris une fontaine jusqu'alors inconnue, qui fournit une petite quantité d'eau bien ferrugineuse: elle découle parmi le gravier pierreux & blanc, en y laissant un depôt ocreux & jaune foncé, comme j'eus le plaisir de le faire observer à Mr. le Chevalier Napion & à d'autres. Cette fontaine est à la vérité peu abondante, mais elle pourroit bien être utile à ceux qui vont demeurer quelque tems sur le Mont-Cenis pour recouvrer des forces.

Voilà les matériaux du travail dont l'Académie m'a fait l'honneur de me charger: je l'ai entrepris avec ardeur, & quoiqu'il me reste encore beaucoup à faire, je tâcherai de répondre de mon mieux aux louables vues de mes Confrères. Je ne dois point dissimuler ici que Mr. l'Abbé Michel Donaudi ayant eu la bonté de m'accompagner dans ce voyage hydrologique, m'a été d'une grande utilité tant par rapport à ses connoissances, que parce qu'il est difficile qu'une personne puisse achever seule ces sortes d'expériences dans des lieux où l'on manque de toute ressource.

Les expériences des réactifs ont été faites sur l'endroit même des sources avec de l'eau récemment puisée,

& répétées à différentes reprises, lorsqu'il a été possible : je les rapporterai fidellement, avant de passer à celles que j'ai faites, ou que je ferai sur les dépôts. Pour obtenir les résidus avec l'évaporation de beaucoup d'eau, je me suis toujours servi, autant que je l'ai pu, de vaisseaux évaporatoires de verre ou d'argent.

Je ne donnerai dans ce mémoire que la description & l'analyse des eaux thermales d'Aix, qui, selon moi, sont les plus essentielles à beaucoup d'égards. Quant aux analyses des autres sources de la Savoie, je les publierai à mesure que je les aurai achevées.

DES EAUX THERMALES

D'Aix en Savoie.

La Ville d'Aix située à deux lieues de Chamberi sur le grand chemin qui conduit à Génève, est célèbre par les antiquités & les monumens des Romains. Je n'entreprendrai pas ici d'en faire la description : des Auteurs de beaucoup de mérite ont déjà rempli cet objet. Il me suffira de dire que les Romains même ont fait beaucoup de cas de ses eaux minérales, comme on peut le voir par les restes des bâtimens toujours admirables, que ces Maîtres du monde ont construits dans ces lieux, & dont une partie a été faite pour la commodité de ceux qui vouloient faire usage des eaux.

Cette ville est à l'orient de la vallée & du lac du Bourget dont elle n'est séparée que par une petite colline : elle

se trouve au pied de la montagne du côté qui regarde l'occident.

L'air y est très-doux*, mais un peu humide à cause de la petite distance du lac. On y trouve suffisamment de toutes sortes de vivres de bonne qualité. Des sources d'eau fraîche & assez pure, qui naissent au-dessus & dans le centre même de la ville ; des promenades assez agréables qu'offrent le grand chemin & quelques autres endroits ; des appartemens commodes; d'assez bonnes auberges; des Villageois affables & complaisans ; la facilité de s'y rendre aisément en voiture ; tout contribue à rendre ces eaux minérales précieuses, & d'une utilité facile, d'autant plus que ces sortes de sources se trouvent ordinairement dans des lieux sauvages où l'on ne parvient fort souvent que par des routes très-difficiles.

Les fontaines minérales d'Aix sont au nombre de deux, & d'espèce différente : l'une porte le nom d'eau de soufre, & l'autre celui d'eau d'alun. L'on verra par l'analyse si ce nom leur convient.

Ces deux sources, surtout la première, sont si abondantes qu'elles suffiroient pour un édifice à moulin. Elles sourdent à l'extrémité supérieure de la ville située sur une petite pente d'orient en occident, de façon qu'on pourroit avec des bourneaux en distribuer l'eau dans les maisons de presque tous les habitans. L'une & l'autre de ces sources servent à la boisson & aux bains des malades; mais celle de soufre est particulièrerement destinée pour les douches, & se trouve au nord des eaux d'alun, dont elle est éloignée d'environ 80 à 100 pas. La Bienfaisance de nos

Souverains a fait construire à la fontaine soufreuse un superbe édifice de l'invention du feu Comte de Robilant qui excelloit dans l'Architecture & dans les beaux Arts, autant que son illustre frère, Membre éclairé de l'Académie excelle dans la Chimie, la Minéralogie & l'Histoire naturelle. Ce bâtiment est demi-circulaire, & contient divers cabinets pour les douches, les bains & les bouillons, auxquels l'on parvient par un corridor de même figure. Le centre de la cour est occupé par un grand bassin qui sert de réservoir aux eaux. Des deux côtés de la même cour l'on voit deux bourneaux placés dans le mur à la hauteur de deux pieds qui fournissent de l'eau minérale pure pour la commodité du public. A gauche & au déhors de cet emplacement il y a encore deux cabinets pour les douches & la boisson des pauvres; et à droite un appartement pour les Princes, avec des douches & des bains.

Toutes les douches tombent de la hauteur d'environ 48 onces, & les bourneaux qui les fournissent ont plus d'une demi-once de diamètre. L'on appelle bouillons, des bassins creusés dans le pavé & remplis d'eau minérale qui en sort du fond avec impétuosité & abondance.

Je finirai la description des eaux sulfureuses en faisant observer que les voûtes des chambres de ces fontaines, construites en maçonnerie, de même que celles qui sont naturellement formées dans le roc calcaire, sont couvertes de concrétions spatho-calcaires, dont une partie est cristallisée en figure régulière, & l'autre est amorphe ou stalactiteuse.

Le lieu d'où découle l'eau d'alun n'est point fermé; c'est un arc bâti & appuyé contre le roc, sous lequel trois gros

tuyaux jettent l'eau de la hauteur d'environ deux pieds dans un réservoir semi-circulaire.

De ce récipient les eaux minérales passent dans un autre plus bas, qui est ancien, grand & de figure ronde, ayant des escaliers & pentes qui y aboutissent & en rendent l'accès & l'usage très-aisé aux hommes & aux animaux.

Outre les sources que je viens de nommer, il y a encore un autre gros fil d'eau de la même nature, qui s'ouvre dans le jardin de la maison Fleuri, & qui prend origine un peu plus bas & au midi de la fontaine d'eau d'alun. A côté de ce filet sort une autre fontaine d'eau fraîche; de façon que l'on peut facilement arroser ce jardin d'eau chaude, froide ou mêlée ou tempérée en toutes saisons, & voir ainsi prospérer la végétation en dépit de l'hiver.

La montagne d'où découlent ces sources singulières, de même que celles qui lui sont contigues, est entièrement formée d'un marbre ou pierre calcaire dure & blanche. Sa hauteur dans ces endroits est fort considérable : elle est néanmoins beaucoup moindre que celle des autres Alpes qui bordent l'Arc, & avec lesquelles elle forme une suite de la chaîne. L'on sçait que depuis Chamberi toutes ces hauteurs vont toujours en s'abaissant vers le Nord. Je n'ai observé dans ces environs ni d'empreinte de coquillages, ni des vestiges lithophitiques; ce qui prouve que ces montagnes sont d'une haute antiquité, comme il est aussi démontré par leurs stratifications & couches supérieures, lesquelles sont presque partout parallèles à leur figure extérieure; preuve évidente qu'elles sont les résultats de la terre des végétaux qui ont vécu & dépéri à leur surface.

L'odeur des eaux d'Aix est celle des œufs couvis ou de foie de soufre, mais cette odeur est beaucoup plus marquée dans celle que l'on appelle sulfureuse, que dans celle d'alun.

La chaleur de ces deux sources est, à ce qu'on m'a dit, constante presque en toutes saisons; lorsque je l'ai examinée elle faisoit monter le thermomètre de Réaumur au 35 degré.

DESCRIPTION
Des cavernes des eaux d'Aix.

Les eaux sulfureuses ne peuvent être examinées que dans les fontaines qui sont dans le bâtiment Royal; mais on peut faire des observations sur celles d'alun, avant qu'elles arrivent aux bourneaux, parce qu'on connoît des cavernes naturelles qui leur servent de réservoirs cachés, où l'on peut entrer, & où je suis entré plusieurs fois.

Le premier de ces creux naturels est derrière la source d'alun à la distance de 20 pas environ; l'on y parvient en droite ligne par une espèce de galerie qui s'ouvre à la droite de l'arc & qu'on tient fermée avec une porte.

Cette grotte est de figure sphéroïde aplatie du diamètre de deux trabucs environ. L'eau qui s'y trouve à la hauteur d'un pied & demi, est plus chaude d'un degré que l'extérieure: elle y vient par un seul trou naturellement formé dans le roc du côté de l'occident pour se rendre à un autre qui va aboutir au bourneau extérieur. A ces choses près, ce souterrain ne présente rien de remarquable, mais il n'en est pas de même d'un autre que je vais décrire.

A côté du chemin qui va en montant vers l'Est à 200 pas environ au-dessus de la fontaine d'alun & vis-à-vis d'une maison qui étoit autrefois l'eglise de St. Paul, l'on trouve dans un pré un creux rempli d'herbages & de pierres d'où l'on voit sortir une épaisse fumée. On m'avoit dit que sur le chemin même, mais un peu plus bas, il y avoit un autre trou qui fumoit aussi autrefois, & qu'on l'avoit fermé exactement. Je résolus de les faire ouvrir; ils sont tous les deux profonds d'environ deux toises, & aboutissent à deux cavernes qui communiquent entr'elles & forment un bassin de la longueur à peu près de huit toises & de la largeur de deux ou trois: l'eau y est plus chaude qu'ailleurs, puisque le thermomètre y monte au 38 degré.

L'on conçoit par ce que je viens de dire que ces cavernes dont la forme est irrégulière & rabouteuse, sont creusées dans le roc calcaire, qui est très-blanc; mais ce qui mérite plus d'attention, c'est que toute la superficie interne, soit des puits inférieurs qui y aboutissent, soit des latéraux, qui en sont proches, est incrustée de cristaux de gyps transparens en forme d'aiguilles aplaties, réunies en faisceaux. Les parois de leurs voûtes intérieures qui sont plus éloignées du contact de l'air extérieur, ont très-peu de ces mêmes cristaux gypseux.

Un autre phénomène plus remarquable encore, c'est qu'aux environs & à quelque distance de la bouche supérieure toujours fumante de la caverne qui aboutit au pré, & surtout dans une sinuosité latérale où il n'y a point d'eau, ce spath séléniteux est couvert de soufre & d'ocre. Il y a plus: l'on n'aperçoit point de cristallisation sur les voûtes les

plus proches de ce trou; toute la superficie est au contraire chargée d'une terre blanche, pâteuse & molle en forme mamelonaire, dont tous les bouts stalactiteux ont une goutte de liqueur claire & très-acide.

Cette liqueur combinée avec la dissolution de terre pesante me donna du spath pesant: unie à l'alkali végétal elle produisit du tartre vitriolé; c'est par conséquent de l'acide vitriolique, voici donc de l'acide vitriolique naturel *.

La terre blanche & pâteuse, dont je viens de parler, est aussi très-acide; & les expériences chimiques font voir qu'elle n'est que de la sélénite surchargée du même acide vitriolique; l'on sait que ce sel devient plus soluble quand il a surabondance de cet acide: c'est pour cette même raison que le résidu étoit réduit en pâte.

Les qualités extérieures de cette terre pâteuse ont peut-être porté les Anciens à la prendre pour du véritable alun; on connoissoit encore trop peu les ressources de la Chimie pour ne pas s'y méprendre; & c'est peut-être de cette méprise que cette source a pris & conservé le nom d'eau d'alun.

L'on verra par l'analyse que ces eaux ne contiennent pas le moindre indice de ce minéral; par conséquent, comme le

* Il y a très-peu d'exemples de l'existence de l'acide vitriolique libre en nature; l'on croyoit même qu'il ne pouvoit point s'en trouver qu'il ne fût entièrement combiné & neutralisé. Baldassari en a découvert dans la montagne de Ste Fiera, à quelque distance de Sienne (voyez le vol. 5 des Mémoires de l'Académie de Sienne, & le Journal de Physique). Les chimistes ne conviendront point avec cet auteur, que l'acide naturel de ces endroits soit tout-à-fait pur, concret, privé de la partie aqueuse, & nullement combiné: la forme lanugineuse qu'il dit avoir, fait présumer que c'est du gyps soyeux avec surabondance d'acide vitriolique.

nom impropre pourroit en imposer à quelques gens de l'art, j'appellerai dorenavant ces sources les fontaines de St. Paul, puisqu'elles viennent d'une caverne de ce nom; & les autres retiendront le nom d'eaux sulfureuses, ou auront celui d'eaux du bâtiment Royal.

Je ne donnerai l'explication des phénomènes observés dans la caverne de St.Paul, qu'après avoir cherché par l'analyse chimique la nature & les principes constitutifs de l'eau qui y court, & de celle qui séjourne en partie dans le bas & qui remplit de son gas le reste du creux. En attendant je commencerai par analyser les eaux connues sous le nom d'eaux de soufre, que je nommerai, comme j'ai dit, simplement sulfureuses, pour faire sentir qu'elles contiennent bien du soufre masqué & réduit à l'état de gas hépatique, mais non pas du véritable soufre pur, & pour les différencier en même tems de celles de l'autre fontaine, qui sont encore moins chargées de soufre gaseux & hépatisé. Je décrirai, comme à l'ordinaire, les expériences faites à la source avec les réagens sur les eaux des deux fontaines; je passerai ensuite à l'analyse des résidus tirés par évaporation.

ACTION

Des réagens chimiques sur l'eau sulfureuse ou autrement du bâtiment Royal.

Le bassin des eaux soufreuses, qui est au centre du bâtiment Royal, outre les plantes aquatiques & mousseuses, ordinaires aux eaux thermales, contient aussi un sédiment

noir, & des flocons blancs. Ces flocons sont du soufre mêlé à un peu de terre calcaire, & à une petite quantité de fer, comme je m'en suis assuré par l'expérience : le sédiment noir est aussi de la terre calcaire unie aux autres principes fixes des eaux, & à un peu de soufre & de fer.

Si l'on jette une pièce d'argent dans ce bassin, de même que dans l'eau des autres sources, elle rougit & noircit dans peu de tems.

L'eau sulfureuse a, comme j'ai dit, une odeur d'œufs couvis, mais cette odeur n'est cependant pas si forte que celle du véritable foie de soufre.

Les acides en général mêlés dans cette eau ne produisent aucun précipité; elle ne contient donc point du foie de soufre ordinaire. Lorsque cette eau séjourne quelque tems dans de grands récipiens, & qu'elle est exposée ensuite au contact de l'air, comme il arrive dans le bassin de la cour de l'édifice, elle dépose alors du véritable soufre.

L'acide nitreux déphlogistiqué & fumant, instillé peu à peu & à diverses reprises dans l'eau, y cause quelque léger nuage : elle contient donc du gas hépatique très-subtil.

Digéré quelque tems sur de l'eau de chaux, ce gas produisoit une légère pellicule; preuve qu'il est uni à une petite portion d'air fixe, hormis que l'on veuille croire que cet acide aérien soit le résultat de sa décomposition : j'ai tenté d'en mesurer le volume, & j'ai vu qu'on pouvoit l'évaluer à peu près au tiers de celui de l'eau.

Si l'on introduit de la vapeur de l'esprit de nitre concentré & déphlogistiqué dans un récipient renversé sur du

mercure, & rempli du gas des eaux soufreuses, il se forme un léger brouillard artificiel. C'est le soufre qui se précipite par la décomposition du gas hépatique.

La même chose arrive encore si dans le même appareil l'on mêle de l'air déphlogistiqué au même fluide hépatique des eaux.

Il ne m'a pas été possible de calculer au juste la quantité du soufre contenu dans ce gas: les moyens manquent au chimiste quand il s'agit de quantités infiniment petites, & principalement lorsque n'étant pas dans son laboratoire, il n'a pas tous les instrumens nécessaires qui ne peuvent se transporter que difficilement; & surtout quand il ne peut pas continuer pendant long-tems ses expériences sur l'endroit. Je sais seulement qu'il y a beaucoup d'autres eaux thermales qui contiennent une plus grande quantité de ce gas sulfureux alkalin, & qu'il est beaucoup plus facile de déterminer dans quel rapport le soufre s'y trouve. Les eaux de St. Genis sont de cette dernière classe. Passons à l'examen de l'eau même.

L'alkali volatil très-caustique & qui ne troubloit pas du tout l'eau de chaux, a produit un abondant précipité dans l'eau soufreuse. En passant ce mélange par un filtre, on a une liqueur très-claire; & en y ajoutant de l'huile de tartre par défaillance, l'on obtient un autre précipité très-abondant.

La dissolution nitreuse d'argent trouble l'eau thermale & lui fait prendre une couleur fort obscure mêlée d'un peu de blanc.

Le plomb acéteux cause un pareil précipité bien noirâtre; il y a donc de l'acide marin & du gas hépatique.

L'eau de chaux en troublant aussi l'eau soufreuse nous indique qu'elle contient de la terre magnésienne.

L'acide du sucre produit encore un précipité ; & la terre pesante, dissoute dans l'acide du sel, trouble aussi manifestement l'eau minérale ; ce qui prouve l'existence de l'acide vitriolique.

Le mélange de dissolution de terre pesante & de l'eau minérale débarrassée, par le moyen du filtre, du précipité produit, redevient très-limpide & transparente; si l'on y verse dessus de l'alkali volatil pur, l'on y fait encore paroître de légers flocons blancs formés par la terre magnésienne.

L'acide vitriolique ne trouble point l'eau soufreuse, donc elle ne contient point de terre pesante.

Voilà l'aperçu des principes minéraux, les plus essentiels, que contient l'eau dite de soufre. Mais ces principes sont-ils libres ou neutralisés, sont-ils isolés ou excédans? en quelle proportion, & en quelle quantité se trouvent-ils? l'analyse par évaporation va nous résoudre ces problèmes.

ANALYSE PAR ÉVAPORATION

Des eaux sulfureuses ou autrement du bâtiment Royal.

Vingt-huit livres d'eau de la source sulfureuse, évaporées dans un vaisseau de verre, ont produit un résidu blan-

châtre tirant un peu sur le gris, qui étant bien sec pesoit 76 grains.

L'on sait d'après les belles expériences de Macquer, insérées dans les volumes de la Societé Royale de Turin, que l'esprit ardent pur dissout les sels marins déliquescens, c'est-à-dire à base de terre calcaire ou de magnésie. En effet ayant mêlé ce résidu à une quantité proportionnée d'esprit de vin très-rectifié, & l'ayant laissé en digestion pendant quatre heures, il s'est chargé des sels déliquescens, qui tirés à sec dans un évaporatoire de verre, pesoient 4 grains.

Pour connoître la base & la nature de ces 4 grains de sel déliquescent, qui après 24 heures étoient déjà tombés en défaillance, j'y ai ajouté de l'eau distillée, & j'ai vu qu'avec l'alkali volatil caustique ils donnoient un précipité tout-à-fait abondant; que l'acide du sucre ne troubloit point la transparence de leur dissolution aqueuse; que la terre pesante dissoute n'y produisoit non plus aucun effet; que mélée à la teinture de tournesol elle ne la faisoit point changer de couleur, enfin que l'argent nitreux causoit un très-fort précipité blanc. J'ai conclu de là que les 4 grains de sel extraits par l'esprit ardent du dépôt des eaux soufreuses, étoient un véritable sel marin à base de magnésie.

Après avoir extrait & évalué les sels déliquescens du dépôt, j'ai voulu en tirer les sels dissolubles dans l'eau. J'ai mélé pour cela une dose convenable d'eau distillée au résidu du dépôt bien séché. Après l'avoir fait boullir quelque tems, je l'ai séparée par le filtre ; & l'ayant introduite dans un évaporatoire de

verre, j'ai obtenu par évaporation 30 grains & demi de matière saline blanche & transparente.

Je ne crois pas que la cristallisation soit un moyen suffisant pour connoître la nature d'un mélange de sels, & pour pouvoir faire la séparation exacte de tous ceux qui le forment; ainsi, pour mieux parvenir à ce but, j'ai fait les expériences suivantes.

Je savois d'abord que le mélange salin ne pouvoit contenir de l'alkali fixe pur & isolé, puisque j'y avois trouvé du sel marin à base terreuse ; d'ailleurs ce même mélange ne contenoit non plus aucun acide libre ou surabondant, puisqu'il ne rougissoit point la teinture de tournesol ; il étoit donc fait par des sels moyens ou neutres.

J'ai divisé ma dissolution salino-aqueuse en différentes portions égales, de manière à pouvoir évaluer la quantité de sel que chacune contenoit, & j'ai vu avec les réagens qu'elles étoient formées par l'acide vitriolique combiné avec l'alkali minéral, la magnésie & une très-petite quantité de terre calcaire, sans qu'il y eût la moindre quantité d'acide marin, ni de terre alumineuse, ni aucune autre terre.

Le nitre lunaire m'a fait voir qu'il n'y avoit pas d'acide marin ; & la terre précipitée avec l'alkali volatil, & qui se redissolvoit dans l'esprit de vinaigre, donnoit l'exclusion à la terre d'alun, qui ne se redissout pas tout de suite dans cet acide.

Le poids du précipité fait avec la dissolution de terre pesante m'a marqué la quantité d'acide vitriolique qui existoit dans le sel que j'examinois. Celui du précipité fait avec

l'acide du sucre m'a donné le poids de la terre calcaire ; & avec l'alkali volatil caustique j'ai évalué la terre magnésienne.

Pour savoir si l'acide vitriolique étoit tout combiné avec des bases terreuses, ou bien s'il étoit uni en partie à de l'alkali fixe qui peut s'y trouver, j'ai tiré à sec le mélange où j'avois introduit de l'alkali volatil aéré, & duquel j'avois par conséquent chassé la terre magnésienne, & le peu de terre calcaire qu'il pouvoit contenir : ainsi j'ai réduit en sel ammoniac de Glauber l'acide marin qui étoit uni aux terres. J'ai séparé par le filtre les terres précipitées, & ayant tiré le mélange à sec par le moyen de l'évaporation, j'en ai chassé le sel ammoniacal en l'exposant à un grand feu ; le résidu m'a donné la quantité d'alkali minéral uni à l'acide vitriolique que je cherchois. Ainsi tout le mélange salin tiré par l'eau distillée contenoit 19 grains de magnésie vitriolée, 9 d'alkali minéral vitriolé, & 2 $\frac{1}{2}$ de chaux vitriolée.

Il me restoit à examiner le résidu que l'eau & l'esprit de vin n'avoient pu dissoudre, & qui pesoit 41 grains & demi.

Mêlé à une dose proportionnée de vinaigre distillé, ce résidu a excité une effervescence bien marquée, qui a duré plus d'une heure ; après avoir laissé ce mélange en repos pendant plus de 24 heures, j'ai séparé la matière dissoute par le filtre, & en ayant évalué la quantité par la soustraction du poids du résidu, j'ai trouvé que la terre dissoute par l'acide du vinaigre pesoit 30 grains & demi.

Toute cette terre étoit de la terre calcaire, puisque l'alkali volatil caustique ne touchoit point à sa dissolution acéteu-

se, & que l'acide du sucre la précipitoit entièrement. Elle étoit unie à l'air fixe, puisqu'il en avoit été chassé avec effervescence par le vinaigre; cet acide aérien y étoit avec surabondance, puisqu'il tenoit en dissolution la terre calcaire.

Le résidu insoluble examiné à toute épreuve avec les réagens, a paru ne contenir que de la sélénite ou chaux vitriolée.

Toutes les dissolutions des sels des eaux soufreuses que j'ai analysées, comme aussi les résidus solubles & insolubles, digérés avec l'esprit de sel, ont donné avec l'addition de l'alkali phlogistiqué une teinte d'azur.

L'esprit de vin passé sur les matières salines, tiré à sec, & poussé à une grande chaleur, a laissé un résidu qui noircissoit dans l'augmentation du feu, donnoit une odeur semblable à celle de la corne brûlée, & finissoit par devenir blanc; ce qui indique que ces eaux contiennent quelques portions de matière animale. On obtient la même odeur en brûlant tout le résidu obtenu par l'évaporation de l'eau minérale.

Il résulte donc que les eaux de la source très-abondante d'Aix qu'on appeloit la source de soufre, & que je nomme soufreuse, contiennent dans le poids de 28 livres

9 grains d'alkali minéral vitriolé ou sel de Glauber;
19 de magnésie vitriolée ou sel cathartique;
11 de chaux vitriolée ou sélénite;
4 de sel marin à base magnésienne;
30 $\frac{1}{2}$ de chaux aérée;
1 grain environ de fer, un peu de parties extractives animales, & à peu près un tiers du volume de gas hépatique contenant un peu d'air fixe. La petite portion qui manque

s'est perdue sur les filtres, & dans les vaisseaux évaporatoires.

ANALYSE

De l'eau de St. Paul qu'on appeloit improprement eau d'alun.

Je ne répéterai point ici tous les procédés que j'ai suivis pour faire l'analyse de l'eau de cette source. J'ai tenu la même route que j'avois pratiquée pour parvenir à trouver les principes constituans de l'eau soufreuse.

Je ferai seulement remarquer que ni l'argent nitreux, ni le plomb acéteux ne donnent de précipité semblable à ceux de l'eau de l'autre source: ces réagens produisent ici un dépôt qui est décisivement blanc, & qui n'acquiert avec le repos que quelques nuances d'obscur. L'argent introduit dans cette eau noircit beaucoup plus difficilement & dans un tems beaucoup plus long que dans celle de l'autre fontaine sulfureuse; & l'odeur des œufs couvis y est bien moins sensible.

Tout cela nous fait voir que les eaux de cette source contiennent une moindre quantité de véritable air hépatique; en effet il ne me fut pas possible avec l'acide nitreux concentré & déphlogistiqué de pouvoir manifester le soufre, comme dans l'autre source; il s'y trouve pourtant en quelque petite portion, puisqu'on en voit aussi quelques flocons dans les réservoirs extérieurs.

Mais, quoique le véritable foie de soufre gaseux soit en moindre quantité dans la vapeur aériforme des eaux de cette fontaine, le total de cette vapeur n'est pas moindre en quan-

tité ni en volume; car cette vapeur en contient d'autres de nature diverse ; en effet elle égale aussi à peu près le tiers du volume des eaux; mais elle a des caractères différens: elle produit une fumée épaisse en se mêlant à l'air extérieur; & au lieu que le gas des eaux sulfureuses de l'autre fontaine, en agissant sur la terre calcaire des voûtes des bâtimens & grottes, la change en spath calcaire, celui de cette source change, comme nous l'avons observé dans la caverne de St. Paul, la même terre en chaux vitriolée ou sélénite.

Outre ce qui regarde la vapeur gaziforme, ces eaux diffèrent aussi de celles de l'autre source par une quantité un peu plus grande de principes salins, dont la qualité & les proportions sont aussi diverses.

En effet 28 livres de l'eau de St. Paul contiennent

6 Grains d'alkali minéral vitriolé, ou sel de Glauber;
18 de chaux vitriolée ou sélénite;
6 de magnésie vitriolée, ou sel cathartique;
12 de chaux muriatique, ou sel marin calcaire;
4 de sel marin à base de magnésie;
32 de chaux aérée, ou spath calcaire dissous;
2 de fer;

Elles contiennent encore quelques parties extractives animales, & environ la troisième partie du volume de gas hépatique particulier unis à de l'acide vitriolique libre.

Il est à remarquer que quoique ces eaux ne paroissent pas contenir autant de soufre, on en trouve cependant une quantité de flocons dans les cavernes de St. Paul, outre ceux qu'on voit en petite quantité dans les réservoirs externes.

L'eau de ces cavernes entraîne toujours une quantité de

flocons blancs épais, mêlés à d'autres noirs & verdâtres. Quelques-uns de ces flocons ayant été conservés pendant deux jours dans un verre, répandoient encore une forte odeur de foie de soufre; en y versant de l'acide dessus, on rendoit l'odeur plus sensible, & on excitoit ainsi un peu d'effervescence; quand ils sont bien secs on peut les allumer, & ils brûlent alors comme le véritable soufre. Ces flocons sont réellement formés de ce minéral uni à de la terre calcaire & à un peu de fer, c'est-à-dire ils sont une espèce de foie de soufre terreux, où le soufre est excédant.

REMARQUES

Sur la nature des eaux thermales d'Aix.

D'après l'analyse des eaux d'Aix, l'on voit qu'il est faux que les deux sources soient de même nature, ou que leur différence ne consiste que dans la plus ou moins grande quantité de principe sulfureux. J'ai fait observer que leur gas est différent; celui de l'eau sulfureuse produit du spath calcaire avec la pierre à chaux, & celui de l'autre source donne de la sélénite. Il y a une moins grande quantité de résidu fixe dans les eaux sulfureuses, & les principes minéralisans sont dans l'une & l'autre en proportions différentes. L'eau de St. Paul contient du fer en plus grande quantité, & une portion plus forte d'acide marin uni aux terres calcaire & magnésienne. Par les différens effets que l'une & l'autre produisoient sur les malades on devoit déjà s'apercevoir qu'elles différoient en vertus & en forces.

DES VERTUS MÉDICINALES DES EAUX D'AIX, & de leur application aux maladies.

Je n'entrerai point dans le détail des maladies où les eaux de ces deux sources peuvent convenir. D'après les principes qui les minéralisent, & que j'ai détaillés le plus exactement qu'il m'a été possible, les Médecins pourront très-bien juger en quel cas elles peuvent convenir; c'est à eux qu'il appartient de les appliquer convenablement, selon les circonstances qu'il est presque toujours impossible de prévoir.

Je dirai seulement en passant, que quoique bien des personnes de mérite soient d'avis que les eaux minérales ne sont pas un remède bien essentiel, l'on doit cependant en faire un grand cas. On en a souvent exagéré les vertus, mais ç'a toujours été parce que les analystes avoient intérêt de le faire. Laissant donc toutes les exagérations, il est bien certain qu'on guérit souvent avec ce remède naturel, des maladies qu'on n'avoit pu dompter avec les remèdes ordinaires; la raison en est que ces eaux contiennent le plus souvent des principes qu'on n'a guères connus, ou qu'on seroit souvent embarrassé de faire préparer chez les Apothicaires.

Quoiqu'il ne soit pas ici de mon ressort d'entrer dans des détails de Médecine pratique *, qu'il me soit néanmoins permis de mettre sous les yeux des Médecins quelques con-

* L'Académie a établi dans ses réglemens qu'elle n'acceptera pas les mémoires qui ne concernent que la Médecine pratique.

sidérations sur les eaux d'Aix, qui pourront servir à prouver ce que j'avance en faveur de ce remède naturel; ces considérations pourront aussi conduire les Médecins à la juste application de ce remède dans les maladies où il pourra convenir.

La plupart des eaux minérales contiennent des gas qui sont un excellent dissolvant, & deviennent par conséquent un remède essentiel qui jusqu'à présent n'a presque point été en usage. On connoît encore à peine ces préparations dans les laboratoires de pharmacie; & en fait d'esprit gazeux il y en a peut-être encore quelqu'un d'inconnu que la nature prépare, & que les Chymistes même ne sauroient produire. On le comprendra encore mieux par ce que je dirai sur les causes de la formation des eaux que j'ai analysées.

Le soufre est un remède presque spécifique dans les maladies de la peau: mais comme il n'est pas soluble dans l'eau, il n'en résulte pas tout l'avantage qu'on pourroit en retirer, quand il est administré intérieurement.

Le gas hépatique qui est soluble dans presque tous les liquides, a plus de facilité à s'unir aux humeurs, & à porter ainsi sa vertu salutaire dans tous les recoins du corps humain. Voilà donc dans ces eaux thermales une modification du soufre qui sera bienfaisante, & qui ne se trouve pas dans les pharmacies. Les phthisies, les fleurs blanches, les stérilités, les engourdissemens des glandes, les douleurs artritiques ou rhumatismales, quand elles dépendront d'une discrasie analogue à celle des maladies de la peau, les dartres mêmes, les ophtalmies, céderont à ce remède, comme l'expérience le démontre.

Le fer qui est un excellent tonique & un remède éner-

gique de la Médecine, n'a pas encore été administré en dissolution dans des foies de soufre aériformes. Introduit par les pores de la peau ou pris en boissons, & mêlé à nos humeurs, quel bien ne fera-t-il pas? Nos eaux le contiennent sous cette forme.

La magnésie, les sels neutres sont de très-excellens remèdes connus; en les associant aux principes indiqués ils acquerront de nouvelles forces.

On connoissoit l'action du sel commun dissous dans l'eau; son application en bains & en d'autres façons a été heureuse dans plusieurs cas. Qui sait le bien que peut produire ce même sel, quand il est à base de magnésie ou de terre calcaire?

La chaux pure dissoute simplement dans l'eau commune, & qu'on appelle eau de chaux, a été regardée comme un grand remède interne & externe. Les phthisies humorales & séreuses, certaines tumeurs rebelles, la discrasie acide, les aigreurs d'estomac, la pierre des reins & de la vessie, & la gravelle ont souvent cédé à ce médicament: mais l'eau simple tient peu de chaux en dissolution, & elle y est dans un état de causticité, qui peut être nuisible.

La chaux est dissoute dans les eaux minérales dans une plus grande proportion, & elle a perdu sa causticité par le moyen de l'air fixe. Il est par conséquent naturel de croire qu'elle sera moins dangereuse, & beaucoup plus efficace dans la plupart des maladies où l'eau de chaux convenoit; il faudra donc chercher ce remède dans les eaux minérales, puisqu'elles l'ont naturellement, & qu'on ne l'a guères encore mis en usage dans les pharmacies.

Je ferai voir ensuite qu'il peut y avoir diverses espèces & différentes modifications de vapeurs hépatiques & sulfureuses: nos eaux d'Aix en ont deux diverses; voilà encore de nouvelles sources de remèdes, que les pharmacies ne connoissent point.

Outre ces considérations, il ne sera pas inutile d'ajouter que quoique les principes constitutifs des eaux paroissent au premier coup d'oeil être en trop petite dose, & qu'il semble par conséquent qu'elles ne peuvent pas avoir une vertu bien essentielle; cependant l'ensemble de ces mêmes principes minéralisans des eaux les rend bien actives & énergiques. La force des remèdes n'est pas seulement en raison directe & composée de l'ensemble de tous les principes qui entrent dans leur composition; mais elle surpasse souvent la somme totale des vertus de chacun d'eux; quelques sels neutres, par exemple, unis à la rhubarbe le rendent plus purgatif qu'on ne croit, eu égard à la force de l'un & à celle des autres. C'est par une raison analogue que quelques formules contenues dans les livres de matière médicale, ont retenu une grande réputation confirmée par l'expérience de plusieurs siècles. C'est par de semblables raisons, dont les théoriciens & les naturalistes ne sauroient donner l'explication physique, que les eaux minérales produisent des effets qui sont souvent plus remarquables qu'on n'auroit lieu de l'attendre par la connoissance qu'on a séparément de chacun de ses principes.

Voilà ce que j'avois à dire en général sur les vertus médicinales des eaux d'Aix. Je me permettrai encore quelques remarques particulières sur les vertus propres & spéciales des eaux des deux fontaines, que ne je ferai aussi qu'indiquer.

Il est important, comme je l'ai dit, que les gens de l'art fassent attention que les sources, auxquelles on donnoit le nom d'eau d'alun, ne contiennent pas la moindre quantité de ce minéral : pour s'en convaincre, on n'a qu'à répéter une expérience fort simple & facile, que je n'ai point rapportée dans l'analyse de cette eau, pour éviter la prolixité. L'esprit de sel ammoniac caustique ne précipite point la terre calcaire, mais la magnésienne & l'alumineuse, s'il y en a. Le précipité de terre magnésienne se redissout tout de suite dans le vinaigre, ou dans son esprit; la terre d'alun ne se redissout point, ou du moins il faut un tems notable avant que la dissolution ait lieu. Si l'on instille de l'esprit de sel ammoniac dans la prétendue eau d'alun, on a un précipité qui se redissout tout de suite dans une suffisante quantité d'esprit de vinaigre: donc ce précipité n'est point de terre alumineuse; ces eaux ne contiennent donc point d'alun. D'après cette observation qui est hors de doute, on doit conclure que les eaux de St. Paul n'ont point la vertu de l'alun, comme le vulgaire l'a prétendu & le prétend encore.

Cependant, comme elles ont une petite portion d'acide vitriolique libre dans leur gas, & qu'elles contiennent une plus grande quantité d'acide marin uni aux terres, elles ne laissent pas que d'être fortifiantes, tandis que la quantité des parties salines moyennes les rend fondantes & détersives.

En géneral les eaux du bâtiment Royal conviennent dans le cas où il y a une disposition à la discrasie dartreuse, ou aux maladies de la peau; la discrasie sceptique sera plus aisé-

ment corrigée par les eaux de St. Paul. L'association de ces deux remèdes convient très-bien dans des cas compliqués. Je laisse aux gens de l'art ces détails dans lesquels il ne m'est pas permis d'entrer, & dont une partie peut se déduire de ce que j'ai dit.

On est dans le louable usage d'appliquer ces remèdes naturels de différentes façons, en boissons, en bains, en bouillons & en douches. Quant à ces dernières je souhaiterois qu'à Aix on se servît souvent de tuyaux beaucoup plus petits, & qu'aux bourneaux minéraux on associât, s'il étoit possible, des conduits d'eau douce, afin qu'on pût avec des robinets mêler l'eau minérale, & en tempérer à volonté la trop grande chaleur.

J'ai vu, dès le deuxième ou troisième jour, des altérations incroyables dans des sujets délicats, occasionées par le volume & par la chaleur des douches, qu'ils n'avoient reçues que pendant 9 à 10 minutes. En modérant la chaleur & le volume de ce remède d'ailleurs excellent, on en pourroit tirer un meilleur parti dans les cas de stagnations d'humeurs, de foiblesse de quelques parties, ou d'engourdissement des glandes &c.

Il seroit à désirer aussi qu'on fît construire des bains de vapeurs. Le gas des eaux, reçu hors de l'eau conjointement à la chaleur sur le corps, peut produire des effets étonnans, surtout quand il faut non seulement corriger des discrasies, mais établir la sueur, ou une forte transpiration. Il seroit fort bien d'en faire un aux eaux de St. Paul, & l'autre aux eaux sulfureuses, pour pouvoir les adapter dans les divers cas de maladies.

Mais la construction de ces bains exige deux choses essentielles; l'une qu'ils aient à côté d'autres chambres à lit, pour pouvoir y placer quelque tems les malades, sans qu'ils courent aucun risque en se faisant transporter tout de suite après l'action de la vapeur, qui leur a surement ouvert les pores de la peau; & l'autre, que les pièces des bains de vapeurs soient construites de façon à pouvoir retenir toute la chaleur possible, comme aussi tout le gas des eaux, sans que l'air extérieur s'y mêle.

Quelques restes des bains de cette nature que les Romains avoient fait construire & que j'ai observés sous la Maison Fleuri, pourroient donner la meilleure idée pour en bâtir d'autres. Ils étoient composés de deux chambres d'une égale largeur & posées perpendiculairement l'une sur l'autre; l'inférieure, qui servoit pour contenir l'eau, n'avoit que deux pieds de hauteur, & étoit séparée de la chambre supérieure par une voûte, presque horizontale, en maçonnerie soutenue par une quantité suffisante de petites colonnes. Cette pièce existe encore, & il n'y a plus aucun vestige de la supérieure; mais on voit qu'il y avoit communication entre les deux chambres par une ligne continuée de trous quarrés situés à l'entour de la voûte de séparation & près de sa périphérie.

La chambre supérieure qui serviroit pour recevoir les malades qui voudroient prendre les bains de vapeurs, ne devroit pas excéder de beaucoup la hauteur ordinaire d'un homme, & ne devroit avoir pour y entrer d'autre ouverture qu'une petite porte. Les vapeurs & la chaleur y seroient conservées très-facilement; & l'on y pourroit rester debout, ou assis.

L'on sait que les vapeurs s'élèvent des liquides en raison de la superficie qu'ils présentent. La construction des bains que je viens de décrire me paroît par conséquent une des meilleures qu'on puisse désirer.

CONSIDÉRATIONS PHYSIQUES

Sur la cause & l'origine des eaux thermales.

La plupart des Physiciens croient que la décomposition des pyrites par l'humidité dans un lieu fermé, est non seulement la cause de la chaleur des eaux thermales, mais encore de la production des gaz hépatiques qui leur sont propres, & de la formation immédiate ou consécutive des autres principes qu'on y trouve.

Je pense que cette cause aura lieu fort souvent; mais je crois aussi que la nature peut produire des effets semblables ou analogues par d'autres opérations secrètes.

L'on sait que les corps acquièrent souvent de la chaleur à l'occasion des changemens que la nature fait subir à leurs parties constituantes. Cela arrive ordinairement lorsque le phlogistique est en même tems dérangé & mis en action. L'on n'a qu'à consulter les meilleurs ouvrages de Physique & de Chimie * pour se convaincre que bien des corps soit seuls, soit mêlés, privés du contact de l'air extérieur, ou exposés à son action, ont la propriété de s'échauffer & quelquefois même de s'enflammer. Outre l'effet du

* Voyez le Journal de Physique à plusieurs endroits.

mélange de l'esprit de nitre sur les corps huileux, l'on connoît à présent que le noir de fumée mêlé avec l'huile, & beaucoup d'autres corps soit seuls, soit mêlés & preparés, ont la propriété d'exciter de la chaleur & la flamme. Les dissolutions, les fermentations, les effervescences produisent presque toujours une chaleur plus ou moins forte. L'eau seule dans certaines circonstances s'échauffe avec le fer; ce phénomène a encore plus facilement lieu, si elle est imprégnée de sel commun, ou de quelque autre matière saline.

Il n'est donc pas nécessaire d'avoir toujours recours à la décomposition des pyrites pour expliquer la chaleur naturelle des eaux; la nature toujours en action peut la produire avec une infinité d'autres matières & en beaucoup d'autres façons à l'occasion qu'elle opère en secret de nouvelles combinaisons.

Ce que je viens de dire à l'égard de la chaleur, peut aussi servir à expliquer la génération des gaz, & encore mieux tout ce qui concerne la production des autres principes des eaux minérales. Il suffit d'imaginer que la nature peut faire des changemens dans l'arrangement des principes constitutifs des corps, pour voir que le changement seul de deux principes composans peut produire une progression étonnante d'autres mutations, d'où il résulte des produits tout-à-fait différens de ceux qui existoient auparavant.

J'ai dit que le phlogistique en se dérangeant produisoit ordinairement de la chaleur; mais il ne se mettroit point en jeu, si quelques variations de circonstances ne le forçoient pas à quitter les principes auxquels il tenoit, pour s'unir à d'autres; il cause alors de nouveaux produits qui sont souvent les gaz des eaux thermales.

Il n'est pas toujours nécessaire d'avoir du soufre & des matières alkalines pour produire du foie de soufre & du gaz analogue ; il suffit souvent d'avoir des corps qui contiennent les élémens des premiers, pour obtenir le même résultat.

J'avois conservé dans un flacon de cristal bien fermé le résidu d'une des évaporations de l'eau d'Aix de la fontaine sulfureuse : l'on sait que l'air hépatique s'échappe tout-à-fait dans le tems de l'évaporation ; néanmoins après avoir conservé ce flacon pendant deux ans sans y toucher, il m'a donné en l'ouvrant une forte odeur de foie de soufre, dont j'ai pu précipiter le soufre commun par le moyen de l'acide nitreux concentré. Les pyrites n'existent pas en nature dans l'eau d'Aix, & le soufre ne se trouvoit surement plus dans le résidu, immédiatement après l'évaporation de l'eau.

Les eaux ferrugineuses & gazeuses, qui ne contiennent point de soufre, après avoir été exposées quelque peu de tems à l'air atmosphérique, & conservées plus long-tems dans des vaisseaux fermés, produisent aussi une espèce d'odeur hépatique. De semblables opérations, & une quantité étonnante d'autres que nous ne connoissons point, serviront sans doute à la nature pour la production de ces principes aériformes.

Pour ce qui concerne l'origine des autres principes minéralisans des eaux, la même étiologie de la chaleur & des gaz sert à la faire connoître. En suite des premières décompositions, & dans le moment de la production de la chaleur & des gas, naît une quantité de nouveaux sels résultants de l'union des autres principes salins qui ont été dérangés de

leurs premières combinaisons. L'eau chargée de ces principes, parcourant de longs chemins, en rencontre d'autres, s'en charge encore, ou subit d'autres changemens pour paroître aux sources minérales telle que nous la rencontrons.

La nature a donc divers moyens de produire la chaleur, les gas & les autres principes minéralisans des eaux, outre ceux qui suivent la décomposition des pyrites. C'est surement par la diversité de ces mêmes moyens qu'il y a aussi beaucoup de variétés de gaz hépatiques.

Quoique Bergman soit d'avis que ce gaz n'est autre chose que du soufre surchargé de phlogistique, je crois cependant qu'il y en a d'autres d'une composition différente. J'aurai peut-être un jour le loisir & l'occasion de le démontrer avec des expériences convaincantes ; la variété des deux gaz hépatiques des deux sources d'Aix, & les observations surtout que j'ai rapportées de la caverne de St. Paul, peuvent déjà le prouver. L'on se rappelle que le gaz des eaux de cette caverne est plus fumant que celui de la fontaine du bâtiment Royal; que celui-ci étant plus sulfureux change la chaux en spath calcaire, tandis que le premier la convertit en sélénite. Ces différents effets de l'un & de l'autre font déjà voir que leur composition est diverse, & qu'il peut y avoir par conséquent des variétés de gaz hépatique.

En observant ensuite que le gaz de la caverne de St. Paul fournit de la terre martiale entre les cristaux de gips qu'il forme sur les parois du souterrain, l'on doit conclure que les gas hépatiques peuvent tenir quelquefois des terres ou en dissolution, ou comme principes constituans, & qu'ainsi il pourroit peut-être y avoir de véritables foies de soufre aériformes,

contenans des principes alkalins comme les foies de soufre ordinaire, ce qui donneroit encore d'autres variétés.

L'acide vitriolique libre qui se déploie du gaz de la même caverne, fait encore voir que le gaz de ces eaux est différent de celui des eaux sulfureuses qui n'en donnent pas. Il est vrai que cet acide ne se trouve pas en état de liberté dans le gaz unis aux eaux mêmes, puisque l'analyse ne le démontre point, & que d'ailleurs, s'il y existoit, il devroit tout de suite cesser d'être libre en se combinant à la terre calcaire aérée que les eaux contiennent. Il est encore vrai que le même acide vitriolique, qu'on trouve sur les parois de la caverne, sera probablement dû à la décomposition du gaz des eaux par l'interposition de quelques portions d'air extérieur qui s'introduit dans ce souterrain. L'existence de cet acide & du soufre déposé en plus grande abondance aux parois du premier trou, où le gaz reçoit le premier contact de quelque peu d'air extérieur, paroît le prouver; mais il ne sera pas moins vrai aussi que ce gaz est différent de l'autre, qui ne se décompose point pareillement quand il touche à l'air atmosphérique. La présence du fer dans le gas, ou celle de quelques-uns de ses autres principes composans, contribue peut-être à sa décomposition, de la façon que la caverne de St. Paul le démontre.

Je n'ajouterai pas d'autres conjectures touchant les moyens que la nature peut employer de préférence pour la formation de tous les principes minéralisans des eaux d'Aix: on ne peut avoir des faits assez concluans à cet égard: elle se sert sans doute de quelqu'un des ressorts que j'ai indiqués ou entrevus; je dirai seulement que les parties extractives & animales que l'analyse m'a

fait découvrir dans ces sources, proviennent probablement des restes des animaux marins qui se trouvent souvent dans les terres calcaires; et quoique les montagnes d'Aix ne présentent aucun vestige de coquillages; il pourroit se faire qu'elles eussent quelque peu d'extrait analogue, ou qu'elles en continssent dans leurs noyaux ou à l'origine des eaux thermales, qui est probablement bien distante de l'endroit où sourdent les fontaines.

On pourroit m'opposer touchant l'étiologie générale que je viens de donner de la formation des eaux thermales, qu'il est bien difficile de concevoir comment il peut s'exciter une si grande chaleur, comment elle peut se conserver presque toujours au même degré, & comment les gaz & les autres principes minéralisans peuvent aussi se produire sans interruption & se perpétuer uniformément dans les eaux.

Je réponds qu'il ne faut pas juger des opérations de la nature par celles que nous exécutons dans nos laboratoires. Nous travaillons dans des tems déterminés, à diverses reprises & sur de petites portions de substance contenue dans de très-petits vaisseaux; elle travaille toujours sur des bancs immenses de matière & dans des réservoirs qui sont réellement bien grands, ou qui étant multipliés égalent des espaces bien étendus. Chez nous la chaleur, les vapeurs, & les autres produits sont souvent à peine perceptibles; la réunion des opérations de la nature faites petit à petit, mais sur des masses immenses, rend les phénomènes sensibles, & les porte au point que nous les voyons dans les eaux minérales. Les mêmes circonstances & les moyens qu'elle a constamment dans les mêmes endroits, font qu'elle ne se lasse point de perpétuer les mêmes produits.

MÉMOIRES
DES
CORRESPONDANS

RECHERCHES ANALYTIQUES

SUR

LES SCHISTES DE SALLENCHE

PAR M.r TINGRY

INTRODUCTION

Quelqu'inexplicables que soient les différens chiffres que les montagnes présentent à la recherche du Minéralogiste, il n'est pas moins certain qu'elles sont le vrai livre dans lequel il peut étudier la nature en grand. C'est en les parcourant qu'il lève une partie du voile qui la couvre: c'est sur ces tranches immenses du globe que sont imprimées en grands caractères les révolutions des siècles: c'est là que le Philosophe peut saisir & déterminer en quelque sorte les grandes époques de la nature, éclairer son histoire, parvenir enfin à ces importantes découvertes qu'on auroit été dans l'impuissance de faire, si pour cet effet il avoit fallu pénétrer dans l'intérieur du globe à une profondeur égale à leur élévation.

La nature toujours la même & cependant toujours variée dans ses productions nous offre ici des granits, des schistes, des mines: là des pierres de corne, des masses calcaires, des grès. Le Faucigny par exemple nous les présente dans des *sites* qu'aucun crayon ne sauroit tracer avec assez de vérité: ce tableau frappant par sa majesté seroit trop difficile à bien rendre.

Cependant toutes ces montagnes ont fourni de précieuses observations dont la description lumineuse * devient d'un grand secours pour les personnes qui s'occupent de systèmes sur les révolutions de notre planète, ou qui ne se livrent qu'aux détails de ses richesses.

Mais il est impossible de tout voir, de tout parcourir. Une de ces productions naturelles & qui devient l'objet de ce mémoire, toute remarquable & abondante qu'elle soit, n'a pas laissé que d'échapper jusqu'à présent à toutes les recherches des Naturalistes qui ont étudié cette belle partie du Duché de Savoye. Comme la montagne qui domine Sallenche ajoute à l'histoire naturelle un fait nouveau en même temps qu'elle ouvre de nouvelles sources à l'industrie, j'ai imaginé que l'importance de ces deux objets justifieroit l'entreprise du mémoire que j'ai l'honneur de présenter à l'Académie.

CHAPITRE PREMIER

SECTION PREMIÈRE

1. Sallenche, Ville du haut Faucigny, est située au confluant de deux torrens qui portent l'un & l'autre le nom de la Ville. Le premier qui regarde le midi dirige son cours du Sud-ouest à l'Est, entre les quartiers de Nantourit & de Cordon, Paroisses de Sallenche, & prend sa source dans les montagnes de la Gieta. Le second qui est vers le Nord, en le considérant comme le premier depuis le confluant, se rend du Nord-ouest à l'Est, partage dans son cours Cordon & les quartiers de Mont, Paroisses de Sallenche, & prend sa source dans les

* Voyage dans les alpes &c. par Mr. le Prof. de Saussure tom. 1.

montagnes du Four qui font partie de la haute chaîne du Reposoir. Ces deux torrens forment, avant de se réunir, une presqu'île occupée par Cordon & par la moitié de la Ville.

En remontant ces deux torrens, mais particulièrement celui du Four, sur un fond couvert de granits de diverses espèces, de roches fissiles, de pierres calcaires, de schistes en partie détruits & en partie en rognons durs & très-pyriteux, on découvre de grandes masses d'un schiste feuilleté, inégal dans l'épaisseur de ses lames & dont l'inclinaison est correspondante au cours de l'eau *.

Ces masses schisteuses sont par intervalle alternées par des couches calcaires plus épaisses & presqu'au niveau du lit actuel: elles sont enfin couronnées de deux côtés par des bois & des prairies agréables, & servent de base à une couche de terre labourable d'une moyenne profondeur.

De longues bandes d'une matière blanche, farineuse & très-abondante qu'on seroit tenté de prendre, depuis le fond du torrent, pour une efflorescence saline vitriolique, recouvrent les surfaces apparentes des flancs du ravin & forment sur les lames saillantes du schiste de petits amas de quelques pouces d'épaisseur, dans les endroits à l'abri de la pluie.

La plupart de ces bancs effleuris sont taillés à pic par le travail des eaux & des quartiers de pierres qu'elles roulent avec fracas, depuis des siècles, & qui sont enfin parvenues à se creuser un lit de quelques centaines de pieds. C'est particulièrement dans la tranche perpendiculaire de la montagne que

* *Schistus fragilis nigricans*. Wall. spec. 161.

l'efflorescence est plus abondante, parce qu'elle est en quelque sorte préservée des pluies.

Ce spectacle étoit bien capable de piquer notre curiosité ; mais comme nous avions essuyé de fortes pluies qui avoient emporté l'efflorescence que nous aurions trouvée à notre portée & que le torrent qui étoit encore très-enflé ne nous permettoit pas de parcourir librement son lit, il nous fallut quelques efforts, après lesquels nous parvinmes, mon compagnon de voyage & moi, à la partie effleurie de nos schistes *.

Je fus surpris de ne trouver dans cette matière blanche qu'une poussière dont la saveur amère indiquoit la présence d'un sel absolument analogue au vitriol de magnésie, cette terre se détrempoit aisément; mais tout ne se dissolvoit pas, & ce qui restoit n'avoit aucune saveur saline. Ce n'étoit en effet que des portions terreuses confondues avec de petits fragmens de schiste.

Cette efflorescence saline ne se borne pas simplement à l'extrémité des lames; elle occupe encore l'intérieur du schiste à la profondeur de quelques pouces & elle forme de petites veines blanches entre les feuillets dont la réunion compose les lames principales.

Je pensai alors à faire une certaine provision de cette efflorescence : mais, quelque soin qu'on ait, il est impossible de l'avoir aussi pure & aussi blanche qu'elle est sur sa base, parce que le moindre frottement emporte en même temps des parties du schiste qui la salissent. J'en ramássai plus d'une

---

* Mr. Percival docteur en médecine & profess. de Chimie en survivance, à Dublin.

livre en quelques minutes, & pour cette récolte je n'avois mis à découvert que deux lisières formées par l'interruption des lames schisteuses & dont l'étendue ne passoit pas une mesure de quatre pieds de roi.

Les parties qui composent les schistes sont pour la plus grande partie très-tendres & pulverulentes, néanmoins elles ne sont pas de même partout. Quelques unes de ces lames renferment des bandes & des nœuds de la même matière qui sont très-durs & dans lesquels on remarque des paillettes de mica & des pyrites martiales cubiques *.

J'avois reconnu par simple dégustation la présence d'un sel analogue à celui qu'on désigne sous le nom de sel de Sedlitz. Il étoit présumable que les lotions avoient emporté la partie purement saline & par conséquent dissoluble; mais il me restoit des doutes sur la portion qui s'étoit montrée rebelle aux lavages & dans laquelle je voyois beaucoup de points blancs confondus avec le débris du schiste qui donnoient au tout une couleur d'un gris-clair. Etoit-ce une terre magnésienne, ou bien étoit-ce une terre alumineuse susceptibles d'être converties en des sels relatifs par l'addition de l'acide vitriolique? ces deux questions m'occupoient: pour les résoudre il falloit des épreuves, mais le local s'y opposoit.

De retour à Genève, je soumis cette efflorescence à l'expérience indiquée par la nature même de l'objet, c'est-à-dire, à l'action de l'eau bouillante. Je pris donc quatre onces de

---

* *Schistus reniformis ovalis.* Wall. Sp. 165. Voyage dans les alpes. de Saussure pag. 404. tom. I.

cette matière ainsi mêlée de débris schisteux, & je la fis bouillir à deux reprises dans une suffisante quantité d'eau distillée. A la seconde décoction l'eau filtrée me parut insipide : j'en avois employé 32 onces. Le résidu, après son entière dessication, étoit réduit à deux onces 5 gros.

2. Comme ce résidu contenoit beaucoup de petits fragmens schisteux, j'ai cru qu'en le porphyrisant & en le faisant bouillir une seconde fois, j'en obtiendrois de nouvelles parties solubles. En effet l'eau de cette seconde décoction présentoit encore de la saveur, & la matière restante annonçoit, après la dessication, une drachme de déchet.

Nous abandonnerons ce résidu pour quelque temps, afin de suivre les résultats de cette première analyse.

3. Les deux premières décoctions évaporées & réduites à environ douze onces de liqueur ont donné de très-petits cristaux en lames, dont la précipitation a formé une legère incrustation dans le vase. L'évaporation ayant été continuée encore quelques quarts d'heure, j'ai retiré une couche sédimenteuse qui s'est trouvée du poids de 40 grains : je la désigne sous le nom de *premier produit.*

4. La liqueur étoit alors réduite à environ cinq onces : En continuant l'évaporation il s'est formé une nouvelle pellicule qui n'a pas paru augmenter lorsque la liqueur a été réduite à trois onces. J'ai extrait par décantation cette nouvelle pellicule dont le poids reconnu a été de 24 grains. Ce sera le *second produit.*

5. En portant dans un lieu frais la capsule qui contenoit la liqueur décantée, 24 heures ont suffi pour la cristallisation d'un sel en longues aiguilles ou prismes quadrangulaires d'une

saveur très-amère. Les bords de la capsule présentoient les mêmes cristaux réunis en forme de végétation & dont l'étendue étoit au moins d'un demi-pouce. En un mot la figure & le goût de ces cristaux annonçoient un vrai sel de Sedlitz, soit vitriol de magnésie *.

6. J'ai fait égoutter la liqueur pour la soumettre de nouveau à l'évaporation après laquelle se sont formés des cristaux semblables aux premiers, mais qui n'avoient pas le même degré de pureté. Ils étoient un peu roux, ainsi que ceux que j'ai retirés d'une troisième évaporation.

Après ces extractions salines, il n'est resté que cinq gouttes d'eau mère que j'ai mises en réserve pour servir à des recherches sur l'existence de l'acide muriatique.

Les cristaux extraits dans ces trois termes ayant été réunis & séchés à l'étuve, afin de les rendre absolument comparables au sel effleuri qu'on retire de Boheme, j'en ai reconnu neuf drachmes & 24 grains. C'est ce qui constitue le *troisième produit*.

SECTION SECONDE

EXAMEN DES DEUX PREMIERS PRODUITS.

7. Le meilleur ordre qu'on puisse employer dans la méthode analytique c'est, je crois, de reprendre les produits dans

* L'habitude dispense du pese-liqueur, pour attraper le vrai point d'évaporation pour la cristallisation, il ne s'agit que de l'interrompre au moment que dans la liqueur il paroît des stries qui serpentent en tous sens, la chaleur n'étant qu'au degré moyen de l'eau bouillante; par le repos la cristallisation est toujours belle. Cette méthode obvie aux pertes des éprouvettes dans une analyse.

l'ordre prescrit par l'époque de leur apparition. C'est la marche que je me propose de suivre dans le cours de ce mémoire. Si ce paragraphe présente une lacune à cet égard, c'est qu'un accident imprévu m'a privé du sel qui constitue le troisième produit. Cependant le même sel sera examiné dans une autre circonstance.

On trouvera peut-être que la reprise de ces premiers essais auroit dû me dispenser de leur description; mais comment regarder comme superflu le tableau des différences à observer entre la méthode de traiter notre efflorescence par la décoction, & celle de ne la traiter que par infusion ou par immersion ? La première méthode a nécessité l'emploi de la seconde.

J'ai représenté le premier produit comme jouissant de la forme d'écailles ou de lames. Ces écailles vues au microscope, ne paroissent pas composées des mêmes principes. Une partie se voit sous la forme de lames plates & semblables au mica, tandis que l'autre portion qui est également écailleuse, n'est qu'un amas d'aiguilles prismatiques infiniment petites & très-cohérentes. Vues à la loupe, ces aiguilles sont très-transparentes; elles sont d'ailleurs flexibles & cotonneuses.

Cette variété observée dans la figure de ces lames annonceroit-elle des propriétés différentes dans les deux espèces ? La forme aiguillée prononceroit-elle en faveur des Chimistes qui se laissent entraîner au système séduisant des modifications de la terre calcaire pure & de sa métamorphose en magnésie ? Les expériences concluantes peuvent manquer sous ma direction ; mais telles sont celles que j'ai cru devoir faire sur ce mélange.

Uniquement occupé de cette modification de la terre calcaire & de son passage à l'état de magnésie, j'espérois, en chargeant ce produit de nouvelles portions d'acide, en obtenir une cristallisation, sinon aussi déterminée & aussi caractéristique que celle du sel de Sedlitz, au moins un peu plus apparente que celle que j'avois sous les yeux.

J'ai donc versé de l'acide vitriolique sur 12 grains de ces écailles; j'ai fait bouillir le mélange; je l'ai ensuite étendu dans un peu d'eau distillée que j'ai également fait bouillir, filtrer & évaporer; mais tous ces procédés n'ont rien changé à sa dissolubilité ni à la figure de ses cristaux.

8. La projection de l'huile de vitriol sur ces douze grains de matière m'ayant donné quelques soupçons sur l'existence d'un principe salin muriatique, j'ai répété cette expérience sur 12 autres grains de la même matière avec de l'acide vitriolique concentré, très-pur & exempt d'acide sulphureux volatil. Les vapeurs de l'acide marin n'ont été que médiocrement apparentes, mais cependant assez sensibles à l'odorat.

9. Dans le tems même du dégagement de cette vapeur & de la chaleur occasionnée par le mélange de l'acide vitriolique, je promenois sur la surface des matières en action une paille imbibée d'alkali-volatil. De fortes vapeurs blanches, filandreuses, ammoniacales n'ont pas tardé, en confirmant ainsi la présence de l'acide marin, à convertir en réalité une observation dont jusqu'alors la justesse n'avoit été que soupçonnée.*

* L'utilité de cette méthode réactive se faisoit assez sentir pour me dispenser d'en faire une note. Mais comme ce moyen ne se borne pas seulement à l'examen d'une liqueur ou d'un corps pénétré d'acide volatil; que sa marche

Ces vapeurs n'étoient point dues à l'acide vitriolique qui est fixe lorsqu'il n'est point phlogistiqué; mais à un acide volatil tel que le muriatique. Les eaux mères que nous retirerons par la suite de nos procédés nous aideront à développer cette vérité.

Comme il n'est pas rare de voir paroître, à la suite de l'évaporation des eaux des fontaines salées, des sels dont la solubilité reconnue semble devoir s'opposer à une prompte apparition, & dont la cristallisation n'est en quelque sorte réservée qu'au travail qu'on fait subir à l'eau mère, j'ai été conduit à soupçonner que l'analyse présentoit également un schlot dans notre efflorescence. * En effet pourquoi notre incrustation pelliculeuse ne seroit-elle pas considérée comme mélange de sélénite soyeuse & de sélénite écailleuse impregnées de sel müriatique terreux?

La suite de mes recherches sur cette même efflorescence pourra nous éclairer sur la première idée que j'ai eue, que la petite portion de sel marin à base terreuse est le résultat de

inverse peut-être également applicable aux liqueurs qui contiennent de l'alkali-volatil masqué par des acides inférieurs à l'acide vitriolique; qu'il leur faut enfin un réactif plus fidelle & plus tranchant que la teinture de violettes, je ne crains pas de dire que son application à ces objets est absolument neuve, & qu'elle réunit à ce premier mérite celui de l'exactitude & de la plus grande sureté; je lui dois, enfin, la découverte de bien des liqueurs neutres qui avoient échappé à mes recherches & à l'exactitude la plus detaillée & la plus scrupuleuse. On en verra l'exemple dans nombre d'expériences dont l'ensemble que je me dispose à mettre au jour, doit présenter l'histoire de l'analyse végétale sous de nouvelles faces & susceptible de nouvelles conséquences.

* On sait qu'on donne communément le nom de schlot au produit écumeux dans l'évaporation des eaux salées. C'est un mélange de sélénite de sel de Glauber, de sels marins à bases alkaline & terreuse.

la décomposition des plantes qui recouvrent les bancs schisteux : elles y sont en effet très-abondantes.

En observant que l'excès d'acide, favorisé même par la chaleur dans son union avec notre produit écailleux, ne communiquoit aucun changement à ses propriétés peu dissolubles, il a fallu faire le sacrifice de mes idées sur la modification pressentie de cette substance. Elle ne pouvoit plus être qu'un mélange accidentel des sels naturels & dépendans de l'union du même acide avec une terre rapprochée de la calcaire par diverses propriétés ; mais dont les différens degrés de dissolubilité devoient me présenter le moyen de séparation.

10. Afin de m'en assurer, je repris mes 24 grains de matière employée (n.° 8 & 9) auxquels je joignis les 16 grains restants, & les ayant fait bouillir dans quatre onces d'eau distillée, je filtrai la liqueur soumise à l'évaporation moyenne : il se forma une pellicule garnie d'une infinité de petites aiguilles veloutées, flexibles, argentines & se croisant en tous sens. Par l'évaporation complète j'obtins 18 grains de cette substance que je désigne sous le nom de *sélénite soyeuse.*

11. Ayant fait bouillir le résidu dans une livre d'eau distillée, je filtrai pour en séparer quelques filandres, & je n'obtins par l'évaporation qu'un produit écailleux absolument dénué de ces petites aiguilles. En un mot c'etoit une pure *sélénite écailleuse.*

Ces deux dernières observations m'éclairoient sur la nature du second produit (n.° 4) qu'il m'étoit impossible de confondre avec la sélénite écailleuse. Le nuage étoit dissipé & je ne voyois plus dans la réunion de ces deux sels naturels, que l'effet de l'action des décoctions répétées qui avoient em-

porté avec le sel de Sedlitz d'autres produits qui ne paroissent ordinairement qu'à la faveur des grands lavages.

Je sentois donc la nécessité, non pas de supprimer les moyens déjà employés; mais de changer leur administration, afin d'extraire séparément les sels opposés entr'eux par l'ordre de leur combinaison & par les propriétés qui en dérivent.

Trois moyens d'analyse s'offroient naturellement: 1.° de verser de l'eau bouillante sur la terre effleurie déposée dans un filtre: 2.° de n'employer que l'eau froide: 3.° de faire ensuite bouillir le résidu.

Par le premier moyen j'obtenois la sélénite soyeuse avec le sel de Sedlitz, & l'évaporation me rendoit séparément ces deux substances. Par le second je n'avois que le sel accompagné, peut-être, de quelques atomes de sélénite soyeuse. Le troisième enfin me présentoit dans le premier cas la sélénite écailleuse; dans le second cas cette dernière avec la majeure partie de la sélénite soyeuse. La première méthode devoit donc avoir la préférence sur la seconde pour notre analyse, parce qu'il m'étoit plus facile de séparer la sélénite soyeuse du sel de Sedlitz, & d'en calculer la quantité, que de rompre son union avec la sélénite proprement dite ou écailleuse.

12. Plus confiant dans cette nouvelle marche, je recommençai l'analyse sur la même efflorescence prise en divers endroits du torrent & exactement mêlée par la trituration. Sur six onces mises dans un filtre je versai à deux reprises vingt-six onces d'eau distillée bouillante. Un peu de cette saveur amère qui annonce le sel de Sedlitz se faisant encore apper-

cevoir, je répétai un troisième lavage avec six onces de nouvelle eau. Cette expérience remplit mes vues.

13. Je fis évaporer la liqueur filtrée, réduite à dix onces environ, il parut une légère pellicule blanche dans laquelle il étoit facile de remarquer sans loupe, l'assemblage de nos petits cristaux aiguillés. Je lassai se former cette pellicule & ne retirai l'évaporation du sable que lorsque la liqueur fut réduite à 8 onces.

14. Je séparai par décantation la liqueur saline pour continuer l'évaporation. Je vis paroître de nouveaux groupes que je séparai. Enfin la liqueur en évaporation m'annonçant, & par ses stries, & par l'apparition de quelques grandes aiguilles qui grimpoient le long des parois du vase, qu'elle ne contenoit plus de sélénite soyeuse, je réunis mes petits groupes aiguillés, les lavai soigneusement à l'eau distillée froide pour les dépouiller des portions de sel de Sedlitz dont ils étoient imprégnés & qui lui donnoient une saveur étrangère. Après leur dessication ils pesoient trente-trois grains. Je désigne ce produit sous le nom de *sélénite soyeuse*, comme au (n.° 10.)

15. Ayant réuni l'eau des lavages de notre sélénite avec la liqueur saline restante, je continuai l'évaporation que je n'interrompis que lorsque le tout fut réduit à environ trois onces & demie, vingt-quatre heures de repos dans un lieu frais favorisèrent tellement la cristallisation que la capsule étoit complétement garnie de belles aiguilles prismatico-quadrangulaires dont les plus petites avoient au moins 3 lignes de longueur. Ces cristaux étoient de la plus grande netteté.

16. Je fis égoutter la liqueur saline pour en extraire par une nouvelle évaporation tout le sel qui y étoit contenu. J'en

retirai en effet de nouveaux cristaux, mais ils étoient un peu teints par l'eau mère qui les baignoit. L'eau mère restante se réduisoit à huit gouttes.

17. Ayant remarqué cette impression de l'eau mère sur les derniers cristaux, réfléchissant sur la possibilité d'en trouver une nouvelle portion confondue avec la dernière cristallisation, convaincu d'ailleurs par la dégustation que la liqueur décantée contenoit encore des portions de sel de Sedlitz, je pris le parti de triturer la dernière crystallisation, pour en diviser les parties, d'y joindre l'eau mère décantée & de laver le tout avec de l'esprit de vin très-rectifié. En filtrant la liqueur, je dépouillai mon vitriol de magnésie de tout corps étranger, & j'augmentai la quantité d'eau mère qui devoit servir à de nouvelles épreuves pour constater l'existence du sel muriatique terreux.

18. Toutes les parties salines extraites une fois réunies, je le fis dissoudre dans de l'eau distillée pour les purifier, avant d'établir un poids certain, & pour ne partir, dans l'*ultimatum* de son analyse, que d'un point de purification semblable à celui qui nous vient de Boheme par la voye du commerce. La liqueur filtrée fut mise en évaporation & j'obtins, à deux reprises, de très-beaux cristaux prismatiques quadrangulaires, & terminés par de petites pyramides également quadrangulaires. Quelques uns des prismes étoient privés de pyramides ; au moins n'étoient-elles pas apparentes.

19. Je les fis sécher. cette opération les rendit mats & effleuris. Pesés dans cet état, il s'en trouva une once & six gros & demi. Il ne resta que quelques gouttes d'une espèce

d'eau mère. Ce produit sera désigné sous le nom de sel de Sedlitz.

20. Je réunis cette dernière eau mère à celle qui se trouvoit confondue avec l'esprit de vin (n.° 17). J'y joignis même la petite portion de celle que j'avois extraite de l'analyse des quatre onces d'efflorescence (n.° 6). Je mis le tout en évaporation pour faire disparoître l'esprit de vin du lavage. J'en obtins une liqueur rougeâtre très-acre, absolument exempte d'esprit de vin, & dont le poids étoit d'une drachme & demie.

Cette liqueur étoit pour moi le point de réunion de mes recherches sur l'existence du sel marin à base terreuse. Elle sera examinée en son lieu sous le nom d'eau mère du sel de Sedlitz.

21. Comme je tenois beaucoup à la comparaison suivie de toutes les parties de notre efflorescence susceptibles d'extraction par l'eau, je ne pouvois point laisser en arrière cette sélénite écailleuse, que j'avois apperçue dans mes premiers procédés, & qui y avoit été confondue avec les autres produits.

Je fis donc bouillir à deux reprises & dans l'eau distillée le résidu (n.° 12) & je filtrai les liqueurs résultantes. Elles étoient insipides. Mises à évaporer, j'en obtins 32 grains forts d'une sélénite écailleuse colorée en jaune clair, vraisemblablement par la pénétration d'une matière extractive, onctueuse, produite par les substances végétales en putréfaction, qui transsude de la première couche de terre & s'insinue, à la faveur des eaux, entre les lames schisteuses qu'elles pénètrent. Cette légère couleur donnoit à ces écailles quelque ressemblance avec le mica jaune. Je désigne ce produit sous le nom de *sélénite écailleuse* ou sélénite proprement dite.

Cette sélénite étant le premier produit qui résulteroit de l'évaporation spontanée d'une liqueur qui contiendroit toutes les parties solubles de notre efflorescence, j'ai cru convenable de commencer par l'examen de cette dernière substance. Le point de dissolubilité qui la distingue de la *sélénite soyeuse* n'est pas assez éloigné de celui qui est attaché à cette dernière pour en reculer l'examen. En suivant ce plan toutes seront analysées dans l'ordre prescrit par leur degré de dissolubilité, & comprendront dans ce mémoire autant de sections distinctes de celles qui seront employées à l'examen du résidu par combinaisons ou par des moyens plus compliqués.

SECTION TROISIÈME

DES SÉLÉNITES ÉCAILLEUSE ET SOYEUSE.

22. L'examen des propriétés de ces deux sélénites doit servir à faire connoître que la matière calcaire contenue dans nos schistes jouit de quelques modifications indiquées par sa variété de cristallisation. Présenter en conséquence le tableau de ces modifications & des propriétés essentielles à chacune d'elles, c'est le moyen le plus sûr pour ne rien insérer d'étranger à l'égard d'une substance dont l'analyse présente deux points de vue également importans, puisqu'ils embrassent en même tems celui qui a pour objet l'économie & celui qui se rapporte à l'histoire des combinaisons naturelles.

DE LA SÉLÉNITE PROPREMENT DITE

(*a*) Cette sélénite examinée avec la meilleure loupe ne donne aucun signe de sélénite aiguillée.

(*b*) Mise sur la langue elle laisse une saveur fade & douceâtre.

(*c*) Mêlée à l'acide vitriolique, il n'y a aucune effervescence.

(*d*) L'alkali volatil présenté en vapeurs sur la surface de ce mélange d'acide, n'indique en aucune manière la présence d'un sel marin terreux ou à base alkaline, en effet il a dû être emporté par les lavages.

(*e*) Deux grains de cette sélénite ont exigé 5 onces d'eau distillée pour être dissous à la faveur de l'ébullition.

(*f*) Cette dissolution a pu être rapprochée à 3 onces & $\frac{1}{4}$ sans aucune apparence de cristallisation, ou de précipitation: Mais en passant ce point d'évaporation, on voit se former de petites écailles qui s'accroissent en raison de l'évaporation progressive.

(*g*) Précipitée par l'alkali tartareux, aidée de la chaleur de l'ébullition, cette sélénite a donné 22 grains de terre absorbante, édulcorée & séchée.

(*i*) La liqueur qui avoit servi au travail de la décomposition précédente, n'a montré, après une évaporation convenable, qu'un tartre vitriolé mal figuré.

On doit conclure en général d'après ces expériences, que le produit écailleux est une véritable sélénite dans laquelle la quantité de l'acide vitriolique ne paroît pas répondre au calcul d'approximation de Mr. Macquer & qui est tel, suivant ce

savant Auteur, qu'il fait à peu près la moitié du total * : ici il ne s'en trouveroit que le tiers environ. Cette différence annonce sans doute une modification entre notre sélénite & celle que Mr. Macquer aura analysée par la voye humide.

DE LA SÉLÉNITE SOYEUSE

23. La sélénite soyeuse dont l'extraction a précédé celle du sel de Sedlitz forme des groupes d'une matière blanche, volumineuse, aiguillée, brillante comme la soye & d'une flexibilité assez déterminée, même sous la dent où elle se maille. Le nom de sélénite soyeuse que j'ai donné à ce produit devoit naturellement dépendre de ces caractères extérieurs.

(*a*) Elle ne laisse sur la langue qu'une saveur fade dont l'arrière-goût rappelle médiocrement la saveur du gyps.

(*b*) Elle ne fait aucune effervescence avec les acides & lorsqu'elle est parfaitement lavée, l'acide vitriolique pur n'en dégage aucune vapeur d'acide marin en conduisant cette expérience suivant ma méthode.

(*c*) Deux grains en masse ont demandé 2 onces & 6 gros & $\frac{1}{2}$ d'eau tenue bouillante pour disparoître entièrement.

(*d*) En faisant évaporer lentement cette dissolution, elle a pu être réduite à 1 once sans rien perdre de sa diaphanéité: mais si on passe ce point de rapprochement, elle prend insensiblement un œil nébuleux, & à 7 drachmes le fond du vase se tapisse de petites aiguilles.

---

* Dictionnaire de Chimie, nouvelle édit. art. sélénite.

(*e*) Trente grains de cette sélénite ont été soumis à l'ébullition dans deux onces & demie d'eau distillée aiguisée d'une liqueur alkaline pure de tartre. Le *magma* terreux a été volumineux & très-blanc.

Filtré & édulcoré avec de l'eau distillée, pour enlever le tartre vitriolé résultant & l'excès d'alkali, j'ai obtenu 16 grains forts d'une terre blanche, aussi douce que la vraie magnésie & aussi volumineuse que la matière première qui l'a produite.

(*f*) La liqueur extraite par le filtre, m'a fourni du tartre vitriolé bien cristallisé.

(*g*) Convaincu par nombre d'épreuves étrangères à l'objet que je traite, qu'il se trouve dans les schistes une substance extractive, grasse, qui doit s'opposer à la libre cristallisation des sels qui peuvent y être contenus & nuire à leur dissolubilité, j'ai pensé que la calcination appliquée à cette terre précipitée, & à la sélénite régénérée, donneroit du positif sur la nature d'une substance dont les propriétés reconnues jusqu'à présent, favorisoient en quelque sorte les conjectures sur une analogie voisine entre elle & le sel de Sedlitz.

J'ai donc 1.° fait calciner notre terre précipitée. 2.° je l'ai saturée d'acide vitriolique & à chaud: 3.° je l'ai de nouveau traitée par la calcination: 4.° j'ai conduit l'évaporation lentement; mais malgré toutes ces tentatives je n'ai retrouvé que ma sélénite soyeuse. 5.° Je l'ai de nouveau décomposée pour en retirer 12 grains d'une terre blanche, sur la nature calcaire de laquelle il ne s'élévera aucun doute, lorsque nous l'aurons assujettie à l'action d'un feu violent & long temps continué, comme nous le pratiquerons dans la 3.me partie de cette dissertation.

Il est donc évident que cette seconde sélénite jouit de quelques propriétés intermédiaires entre la sélénite gypseuse & le sel de Sedlitz. Peut-être aussi ne sera-t-elle considérée que comme une vraie sélénite gypseuse capable de prendre un peu plus d'eau de cristallisation que la première.

En effet on trouve parmi les sélénites gypseuses des modifications de dissolubilité dont la Chimie peut encore étendre les bornes.

J'ai cru que la différence qui existe entre la faculté dissoluble de notre première sélénite en masse & de celle-ci également en masse, ainsi que le point fixe de leur dissolubilité seroient mieux sentis en les mettant en parallèle dans un même tableau.

Matières soumises à l'expér. & leur quantité	Ce qu'elles demandent d'eau distillée bouill. pour être dissoutes lors qu'elles sont en masse.			Point fixe de leur dissolubilité procuré par l'évaporation de l'eau excédente.			Ce que l'eau refroidie en retient en dissolut.
	onces.	gros.	grains.	onces.	gros.	grains.	
Sélén écaill. deux grains	5			3	2		$\frac{1}{936}$
Sélén soyeuse deux grains	2	6	36	1			$\frac{1}{288}$

Il s'ensuit que dans nos deux sélénites 1.° le point fixe de dissolubilité est dépendant de la quantité d'acide qui entre dans leur composition; 2.° qu'il ne peut être vraiment fixé, que lorsque le travail de la dissolution de la matière en masse est entièrement achevé; 3.° que la quantité d'eau essentielle

à ce premier travail de dissolution doit être pour y parvenir surabondante à celle qui convient au point fixe de dissolution.

Cette différence si tranchante justifie sans doute les précautions que j'ai prises pour ne pas confondre dans une seule évaporation deux produits dont les propriétés sont si essentiellement opposées. D'ailleurs la figure aiguillée de la seconde m'indiquoit la nécessité de les obtenir séparément, de les examiner de même, ne fût-ce que pour prévenir toute méprise qui naîtroit de son analogie avec le vrai sel de Sedlitz, analogie qu'une personne versée dans la science analytique, & témoin de mes recherches, lui avoit gratuitement accordée. Il ne la considéroit alors que comme des portions de vitriol de magnésie intimement pénétrées de sélénite peu dissoluble.

Cette petite digression sur la nature de ces deux espèces de sélénite semble un peu écartée de mon sujet principal. Elle y tient cependant assez pour l'en croire en quelque façon inséparable.

SECTION QUATRIÈME

DU SEL DE SEDLITZ

24. Le sel de Sedlitz qui fait l'objet capital de ce mémoire, ne se trouveroit-il pas confondu avec du sel à base d'alkali fixe, connu sous le nom de sel de Glauber? Se trouveroit-il parfaitement dépouillé de ce mélange muriatique qui altère si souvent la pureté du vitriol de magnésie répandu dans le commerce? L'examen de ces deux questions doit être d'autant plus scrupuleux que la quantité que nous

avons extraite de six onces de terre schisteuse peut paroître étonnante, puisque la somme de ce produit, calculée sur le quintal de la même efflorescence, annonce un bénéfice de 28 liv. 16 onces de sel purifié *.

Pour cet effet j'ai dissous dans quatre onces d'eau distillée tout mon sel (n.° 19). La dissolution en étoit limpide & me dispensoit de la filtration. J'en ai pris quelques gouttes, sur lesquelles j'ai versé de l'acide vitriolique pur & concentré. Dans le moment même du mélange, j'ai, suivant ma méthode, promené sur la surface du bain échauffé par l'acide, de l'alkali volatil en vapeurs. Il ne s'est formé aucun nuage qui indiquât la présence de l'acide marin.

Cette expérience levoit tout soupçon sur l'existence du sel muriatique; mais elle étoit insuffisante à l'egard du sel de Glauber dont les aiguilles pouvoient être confondues, avec celles du vitriol de magnésie. La décomposition du sel à base terreuse devoit seule lever le voile des doutes.

25. Pour opérer cette décomposition avec sureté, j'ai fait dissoudre dans une suffisante quantité d'eau distillée une once & demie d'alkali obtenu par la calcination de la crême de tartre & j'ai filtré. Ce choix me mettoit à l'abri des sels étrangers qui se trouvent ordinairement dans les potasses.

26. Ayant étendu dans 12 onces d'eau distillée mes quatre onces de dissolution saline, lorsqu'elle à été bouillante, j'ai fait le mélange de l'alkali en liqueur : après quelques bouillons j'ai décanté le fluide que j'ai filtré: j'ai ajouté de nouvelle eau distillée au précipité terreux que j'ai soumis à une

* Notre livre est de 18 onces, poids de marc.

nouvelle ébullition, pour le dépouiller entièrement du tartre vitriolé; j'ai versé le tout sur un filtre, après en avoir séparé la première liqueur filtrée; j'ai enfin continué à laver la magnésie résultante jusqu'à ce que l'eau m'ait paru insipide. Par ce moyen, j'ai obtenu une magnésie très-pure, très-blanche, d'une ténuité qui la rendoit absolument impalpable & dont le poids étoit de cinq gros & demi *.

27. La première liqueur filtrée ne devoit contenir que le tartre vitriolé résultant de la décomposition du sel par l'alkali. Par une suite de cette première conséquence, si notre sel contenoit du sel de Glauber, il devoit se trouver avec le même tartre vitriolé, & comme sa cristallisation comparée à celle du tartre vitriolé présente une différence frappante, l'expérience devenoit concluante. Pendant l'ébullition de la liqueur saline j'ai vu paroître une nouvelle portion de magnésie, dont les premières décoctions n'avoient pu rompre l'adhésion avec l'air fixe dégagé par l'alkali.

* Ce produit se trouve conforme, à très peu de chose près, à celui que j'ai constamment retiré d'un sel que j'avois fait venir de Boheme & qu'on m'a vendu pour être du vrai sel de Sedlitz. Son produit en magnésie a toujours été de $\frac{5}{12}$ du poids du sel employé: mais il est absolument le même que celui que j'ai retiré d'un sel qui n'est venu de Savoye sans qu'il m'ait été possible d'en connoître la source.

Tous les sels que j'ai tirés de Lorraine & de Suisse ne m'ont rendu que les $\frac{4}{12}$ d'une magnésie dure & qui ne donnoit presque point de marques de phosphorescence à la calcination, quoiqu'elle s'operât sur une livre de matière. Ce phénomène, au contraire, est des plus apparents dans la magnésie extraite du vrai sel de Boheme. Mr. Butini a bien voulu consigner ces observations dans son excellent traité sur la magnésie; pag. 167. & suiv. Elles favoriseroient assez le système des modifications annoncées dans la même espèce de terre: elles tendent au moins à le rendre spécieux.

28. J'ai décanté & filtré la liqueur pour obtenir cette seconde portion du précipité magnésien, laquelle, après les lotions & la dessication, s'est trouvée forte de 18 grains.

Cependant elle étoit dure & participoit en cela sans doute du mélange des sels contenus dans son dissolvant. Frappé de cette différence, j'ai pris la résolution d'examiner par le feu les rapports ou la différence que cette magnésie peut avoir avec la prémière. La troisième partie de mes observations en fera mention.

29. En continuant l'évaporation de la liqueur saline il s'est formé une pellicule mince. Ensuite, la liqueur décantée dans une capsule, j'ai vu avec surprise qu'au bout d'un quart d'heure le fond du premier vase étoit tapissé de petites aiguilles très-déliées, qu'il auroit été pardonnable de prendre pour du sel de Sedlitz, ou pour du sel de Glauber.

Plusieurs de ces aiguilles se faisoient remarquer dessus & dessous la croûte saline qui s'étoit encore formée dans le second évaporatoire qui contenoit toute la liqueur décantée.

30. Quelque convaincu que je fusse qu'il existoit une surabondance d'alkali dans la liqueur saline qui avoit servi à la décomposition de mon sel cathartique, que par conséquent, ces aiguilles ne pouvoient etre attribuées à des portions de ce sel non décomposées, je n'ai pas négligé de verser quelques gouttes d'alkali en liqueur sur ces aiguilles que j'avois dissoutes dans de l'eau distillée bouillante. Mais il n'y a eu aucune décomposition quelque forte qu'ait été l'ébullition.

Je ne pouvois plus penser qu'au sel de Glauber qui, en lui supposant cette abondance indiquée par ces échantillons, devoit se trouver en gros cristaux dominant sur le tartre vi-

triolé. Il a donc fallu donner à ma liqueur saline le tems nécessaire pour faciliter la formation régulière des cristaux.

31. Après huit jours de repos dans un lieu frais, j'ai examiné mes cristaux à l'aide d'une bonne loupe: leur figure m'a paru assez conforme à celle du tartre vitriolé; cependant leurs prismes étoient plus étendus que dans ce sel & pour la plupart ils étoient terminés par des pyramides exaèdres. Ces pyramides étoient aplaties; ce qui donnoit à ces cristaux l'apparence de prismes tronqués.

Les prismes dont la réunion formoit une croûte, avoient à la surface la même étendue & la même forme que ceux qui plongeoient dans le fluide, ou qui étoient isolés & appliqués aux parois de l'évaporatoire: quelques-uns de ces prismes avoient jusqu'à trois lignes d'étendue; cependant leur grandeur étoit communément d'une ligne & demie à deux lignes. Aucun de ces cristaux n'offroit des traces de ces cannelures, ni de ces faces irrégulières propres au sel de Glauber; aucun n'est tombé en efflorescence en les exposant au soleil; tous y sont devenus ternes.

32. J'avois encore environ quatre onces de liqueur, je les fis évaporer jusqu'à nouvelle pellicule. Les mêmes cristaux ont reparu. Enfin après trois évaporations semblables, je n'ai apperçu aucun atome de sel de Glauber, ni aucun changement dans la figure particulière des cristaux.

33. Dans ces sortes d'expériences les conclusions marchent toujours à côté des phénomènes qui en deviennent les résultats. On ne sauroit donc être trop en garde contre la foule des systèmes qui se présentent à la suite des observa-

tions rapides. C'est ce qui m'a fait employer ici la comparaison, avant de m'appuyer des conséquences tirées de la figure d'un sel si susceptible de variations dans sa forme. C'est pourquoi 1.° j'ai saturé d'acide vitriolique le même alkali de tartre, ayant soin de laisser la liqueur légérement alkaline, pour la rendre absolument semblable à celle qui m'avoit fourni les cristaux en prismes allongés, & je l'ai mise en évaporation. 2.° J'ai dissous de la potasse ordinaire, j'ai filtré la dissolution, & après l'avoir saturée d'acide vitriolique comme la première, je l'ai fait évaporer.

Malgré l'identité des circonstances de l'évaporation & du repos des liqueurs, je n'ai reconnu que des cristaux de tartre vitriolé semblables aux premiers, quant au nombre de leurs pans, mais très-raccourcis & mats, figures qui ne peuvent être mises en parallèle avec celles de nos premiers cristaux.

34. Ces observations que j'ai suivies dans le plus grand détail, & avec tout le scrupule qu'elles exigent, me portent à reconnoître la nécessité d'admettre 1.° qu'une portion de la magnésie demeure unie à l'acide vitriolique & à l'alkali qui a servi à la décomposition de notre sel cathartique: 2.° que ce n'est pas seulement l'air fixe dégagé de cet alkali, dans le moment que le sel se décompose, qui tient la magnésie en dissolution, comme l'ont observé M.rs Bergmann & Butini; mais encore que le mélange des sels vitrioliques doit y concourir pour beaucoup.

En effet ce seroit se refuser à l'évidence que de ne pas admettre non seulement l'adhésion, mais même l'espèce de combinaison qu'une portion de la magnésie contracte avec le sel vitriolique dans le temps de l'opération. Je me figure que

les choses se passent ainsi dans la décomposition du sel de Sedlitz.

Si l'on fait bouillir à deux reprises de l'eau sur de la magnésie dans le temps même de la décomposition du sel, le tartre vitriolé qui s'est formé retient une portion de cette terre, quelque longue que soit l'ébullition, parce que le mélange surabonde en magnésie dont l'extrème division favorise cette union, & que des parties de cette magnésie divisée sont toujours disposées à prendre la place de celles qui céderoient au travail de l'ébullition, en lâchant la portion d'air fixe qui est peut-être le *medium junctionis* de la magnésie avec le tartre vitriolé.

Mon sentiment sur ce point seroit donc que la portion de terre dissoute par l'air fixe ne fait pas un sel séparé & distinct du tartre vitriolé; mais qu'il y a union entre cette nouvelle combinaison & le tartre vitriolé; que ce tartre vitriolé prend alors des caractères de cristallisation déterminés sur la nature essentielle & appartenante à chacune des bases contenues dans cette substance saline; que cette dernière substance doit être considérée comme un composé de quatre principes, & qu'elle participe, par la longueur & par la figure de ses prismes & de ses pyramides, de la nature du sel de Sedlitz & de celle du tartre vitriolé.

35. Une expérience qui vient à l'appui de la précédente, est celle-ci: si l'on fait bouillir assez long temps la liqueur saline séparée par le filtre de la terre sedlitzienne précipitée, l'action de l'ébullition détruit en partie l'adhésion que la terre dissoute a contractée avec l'acide mephytique, & le tartre vitriolé, & présente un nouveau précipité différent du pre-

mier, comme j'aurai lieu de le faire remarquer dans le mémoire qui doit servir de suite à celui-ci. Mais je m'explique en disant que cette désunion ne s'opère qu'en partie; car la liqueur restante nous fournit toujours de ces cristaux hermaphrodites dont j'ai fait mention (n. 31) *.

36. Cette opinion me paroît d'autant mieux fondée que, si l'on promène, dans un évaporatoire & simplement pour en mouiller les surfaces, un peu de cette liqueur saline dont on a retiré le second précipité & qu'on a évaporé presqu'au point de cristallisation, les parois de l'évaporatoire se garnissent de belles aiguilles très-fines, longues & disposées en rameaux, comme le feroit une liqueur qui contiendroit du sel de Sedlitz.

37. Si au lieu de mouiller l'évaporatoire, on évapore la liqueur au point de cristallisation, il se forme de notre sel vitriolique *hermaphrodite* dont la longueur, & la transparence des prismes, ainsi que l'écrasemeut des pyramides n'auront rien de commun avec le tartre vitriolé simple : cependant cette liqueur aura fortement bouilli **.

On peut juger que cette observation est susceptible d'un plus ample détail, en ce qu'elle offre une nouvelle combinaison

* Ce ne seroit pas la seule combinaison saline qui éprouveroit une décomposition partielle dans une longue ébullition : le sel végétal présente des signes d'alkalinité très-frappans, lorsque sa dissolution a été exposée à une longue ébullition.

** Cette combinaison inséparable des 4 principes se trouve appuyée par les remarques du profond Margraff, sur un sel composé de trois principes également inséparables par la cristallisation dans une liqueur qui surnageoit la précipitation par l'alkali volatil d'une livre d'eau mère du sel, savoir la magnésie, l'alkali volatil & l'acide vitriolique.

de sels contestée par le système de Mr. Baumé * : mais en attendant que de nouvelles recherches viennent à l'appui de cette exposition, je ne dois pas omettre la comparaison des 18 grains du précipité (n.° 28) avec la première magnésie, parce qu'elle concourt à nous faire admettre sa combinaison avec les sels de la liqueur, dans le même sens que nous avons admis celle de la magnésie avec les mêmes sels dans le moment de sa précipitation.

Cette seconde magnésie formoit un magma d'un gris de perle & avoit la demi-transparence d'une porcelaine vitreuse. On pourroit soupçonner que cette consistance & cette demi-transparence sont dues à la division des parties. Cependant on ne doit pas s'écarter de ce principe, que tout corps abandonné de son dissolvant intercepte les rayons de la lumière : ce qui prononce assez sur la manière d'être de notre produit qui paroît tenir le milieu entre la nature d'un précipité & celle d'une substance saline, par l'effet naturel de la combinaison indiquée. Au reste quelque démonstrative qu'elle puisse être, & quelque fondées que soient les conséquences qui en dérivent, je ne la présente actuellement que comme un simple apperçu qui exigeroit un travail plus étendu & calqué sur de nombreuses combinaisons salines. Cet objet nouveau doit être d'autant plus intéressant qu'il me paroît ouvrir une nouvelle carrière à l'histoire des combinaisons chimiques, & jeter quelques traits de lumière sur les productions qu'embrasse l'histoire naturelle.

---

* Dictionnaire de Chimie nouvelle édit. art. *tartre vitriolé*

Il est tems de revenir sur l'objet qui a donné lieu à cette digression & de reprendre la question du sel de Glauber que nous avons éclaircie dans le (n.° 31.)

Il est clairement démontré d'après l'examen suivi de la liqueur restante de la décomposition de notre sel de Sedlitz, que ce sel est entièrement dépourvu de touts sels étrangers & notamment de celui de Glauber. Cette dénudation lui imprime un caractère de pureté très-rare. Cette qualité essentielle, jointe à son abondance, est bien propre à solliciter l'industrie des habitans de cette contrée & à profiter des dons que la nature a mis à leur portée.

38. Mais il est une autre question qui fait partie de l'objet même. La magnésie obtenue de ce sel soutiendroit-elle, dans le feu d'une calcination médiocre, une entière parité avec la magnésie du sel de Boheme ?

L'expérience étoit au-dessus des conjectures, & pour l'exécuter la cornue étoit préférable au creuset. Le procédé dont s'est servi Mr. Butini * a été suffisant pour déterminer à peu-près la quantité d'air méphytique, d'eau & de terre contenue dans une quantité donnée de magnésie; mais il falloit ajouter à ce procédé pour remplir mes vues & m'éclairer sur l'état de ces principes dans la magnésie.

Il est suffisamment démontré par les Maîtres de l'art que l'air fixe y est vraiment combiné; mais quant à l'état de l'eau, on n'a pas encore hasardé des conjectures. Pour connoître sa combinaison dans la magnésie, j'ai cherché, en suivant le pro-

* Nouvelles observ. & rech. analyt. sur la magnésie du sel d'Epsom pag 144.& suiv.

cédé de Mr. Butini, à distinguer l'instant du départ de l'air fixe, & n'ai employé d'abord qu'un très-petit feu.

Mon appareil consistoit en une cornue lutée, un balon garni d'un tube recourbé qui plongeoit dans un récipient plein d'eau de chaux. C'est en ce dernier point que je différois de Mr. Butini dans le procédé. Il devoit servir à m'indiquer non seulement le moment du passage de l'air méphytique; mais encore à me faire connoître le vrai degré & la durée du feu nécessaire au départ complet de cet air phlogistiqué.

Une demi-once de notre magnésie ayant été insérée dans la cornue, j'ai donné un feu doux, mais suffisant pour faire paroître le phlegme. L'air qui traversoit l'eau de chaux n'étoit que de l'air ordinaire chassé des vaisseaux par raréfaction, & ne changeoit rien à l'état de cette eau. Le feu a été conduit de manière qu'on pouvoit compter le nombre de 100 dans l'intervalle des gouttes & même de 180 vers la fin de la déphlegmation.

Après trois heures & demie d'une chaleur modérée, ces gouttes devenant extrémement rares, & le volume de l'eau, à en juger par aproximation, présentant presque le total du produit attendu, le feu a été augmenté.

Alors les bulles d'air en se succedant assez rapidement ont changé insensiblement de nature; elles ont blanchi l'eau, & ont enfin occasionné un précipité volumineux: en même tems il s'est manifesté une odeur assez forte.

Pendant tout le tems de ce départ de l'air fixe, je n'ai pu compter que sept gouttes de phlegme dont une partie me paroissoit produite par une rosée attachée au col de la cornue, & que la chaleur avoit poussée vers le bec.

Enfin après un quart d'heure & demi d'un feu capable de rougir médiocrement des barres de support de 5 lignes de diamètre, il ne s'est plus dégagé d'air.

Les vaisseaux refroidis, j'ai déluté le balon dont j'avois fait la tare. En reconnoissant mes produits j'ai vu 1.° un gros d'une liqueur transparente & d'une odeur assez forte, 2.° un gros 54 grains de magnésie calcinée, 3.° un gros & 18 grains de déchet qui doit être attribué au départ de l'air fixe, malgré ma répugnance à admettre que ce déchet indique vraiment tout l'air fixe contenu dans la magnésie.

Le volume de la magnésie étoit à peu-près le même qu'avant l'opération, parce que ce degré de feu n'étoit pas capable de rapprocher ses parties, comme il arrive à une magnésie à laquelle on applique le feu de fusion. Cette magnésie calcinée n'exigeoit que quelques minutes pour être dissoute dans l'acide vitriolique.

39. Cette expérience nous présente plusieurs points neufs qui ne paroissent pas absolument étrangers au sujet que je traite. La disparité qui se trouve entre les résultats que je décris & ceux que Mr. Butini a obtenus, en suivant à peu-près la même marche, est assez grande; mais quand on pesera les effets d'un feu vif, comme Mr. Butini l'a fait avec la méthode graduée que d'autres vues ont sollicitée dans mes recherches, on ne sera plus surpris de la différence qui existe dans la quantité de ces mêmes produits, & on expliquera les contraires observés dans le mélange de la magnésie calcinée & des acides.

C'est pour faire sentir ces différences que j'ai cru devoir en présenter un tableau comparatif; mais auparavant il convenoit

de répéter la même expérience sur des doses égales à celles qu'avoit employées l'Auteur que je prends plaisir à citer.

J'ai donc inséré dans une cornue deux onces de magnésie extraite d'un sel de Sedlitz tiré de Savoye & que j'ai déjà dit être exactement semblable à celui de notre efflorescence. Tels en sont les résultats.

Produits extraits de l'ouvrage de Mr. Butini sur deux onces de magnésie.		*Produits de notre analyse sur deux onces de magnésie*
Matières	Grains	Grains
Magnésie calcaire . . .	468	 504
Eau fétide	237	 291
Air fixe	447	 357
Totaux	1152	 1152

La première vérité frappante qui résulte de cette comparaison, c'est l'évidence de la volatilisation d'une portion des parties fixes, à la faveur du départ précipité de l'eau & de l'air méphytique, au milieu d'un feu brusqué & long tems continué.

A cette première vérité il s'en joint une autre non moins intéressante pour ses conséquences. C'est 1.° que l'eau qui est un des produits qu'un feu vif confond avec l'air fixe, n'est pas essentiel à la combinaison de l'acide méphytique avec la magnésie pure & qu'elle ne doit être considérée que comme eau de cristallisation, dont la soustraction ne peut rien changer à l'état des deux principes combinés. 2.° Qu'elle a peu d'odeur

quand on procède à la distillation avec la lenteur & les soins que j'ai prescrits.

40. Ce dernier fait étoit important & il falloit le vérifier. Pour cet effet, j'ai distillé dans le même appareil & à un feu rapide deux onces de la même magnésie. L'air fixe parut en même tems que l'eau & l'air chassé des récipients par l'action de la chaleur. Il en sortoit en même tems une vapeur très-fétide. Il ne resta enfin dans la cornue, après une demi-heure d'un feu vif & capable de faire rougir son fond & les deux barres de support à un degré au-dessus du rouge cerise, que six drachmes & 63 grains soit 495 grains, au lieu de sept drachmes que j'avois obtenues d'une même matière, soit 504 grains, les circonstances étant d'ailleurs égales.

41. De plus cette odeur qui accompagne le produit aqueux présente des caractères si frappants de ressemblance avec la vapeur de foye de soufre, qu'il est impossible de la désigner autrement. Cette émanation me fatiguoit la poitrine, comme l'auroit pu faire la décomposition d'un foye de soufre. Ce premier indice demandoit quelques expériences sur le fluide qui en paroissoit être le reservoir *; & pour rendre l'objet plus sensible, les résultats de l'une & l'autre liqueur traitées par les réactifs devoient être mis en parallèle. La table suivante contient ces résultats.

* Elle n'en est le réservoir que parce qu'elle en contient quelques parties en dissolution ; car un bouton d'argent exposé pendant une minute dans l'atmosphère vaporeuse du ballon, y subit des changemens plus prompts que dans l'eau.

Effets des réactifs sur les liqueurs des deux analyses.

Reactifs.	Resultats de la liqueur (n. 38)	Resultats de la liqueur (n. 40)
Acide vitriolique .	Foible effervescence & dissipation d'odeur.	Effervescence moins marquée, odeur moins sensible
Sirop de violettes	Verdit foiblement	Verdit très-promptement.
Un bouton d'argent plongé dans la liq.	Prend une teinte tirant au jaune.	Noircit, mais médiocrement.
Le bouton placé dans la vapeur	Ne prend pas une teinte plus forte.	Noircit plus vite que dans la liqueur.
Alkali vol. caust.	N'éprouve aucun changem.	Devient légérement opale.
Eau de chaux .	Blanchit subitement. . . .	De même.

Si à ces caractères de différence on ajoute la variété des sensations que ces liqueurs présentent à la dégustation, on ne peut pas balancer à admettre que le gouvernement du feu influe sur les phénomènes qui accompagnent cette analyse. La liqueur (n.° 40) laisse une saveur détestable, tandis que celle qui résulte d'une analyse graduée & lente (n.° 38) ne donne qu'un goût piquant & un peu rapproché de la saveur sucrée. Ce même goût de sucre de lait qu'on trouve à la magnésie calcinée justifie assez l'idée d'une volatilisation partielle de la même substance.

Qu'est-ce-donc qui peut occasioner ces effets singuliers? Ce piquant peut-il reconnoître d'autre origine que la combinaison d'une portion de l'air fixe avec l'eau qui passe pendant l'opération ? Le sixième réactif prononce sur cet objet & triomphe de la répugnance qu'on pourroit avoir sur cette combinaison d'air fixe avec l'eau du produit. Il y a plus encore, c'est que la même expérience développe de nouvelles conséquences sur

celles qui ont été faites jusqu'à présent, pour calculer la quantité d'air fixe dégagé de la magnésie pendant la calcination à la cornue. Elle démontre leur insuffisance, parce que le produit de l'eau qu'on a regardé comme de l'eau pure contient un autre principe dont on dégrade par cela même la pesanteur réelle, dans une proportion égale à celle qui doit augmenter le poids du fluide aqueux.

Mais cette union supposée n'expliqueroit pas, ce me semble, l'odeur insupportable que je compare à celle d'un foye de soufre dissous & qui en a en effet quelques caractères. Telle est ma théorie sur ce point.

Une loi générale qui s'étend sur les précipitations *, c'est que le corps précipité emporte & conserve toujours, quelque fréquentes que soient les lotions, une portion du dissolvant & du précipitant. En admettant cette conséquence, nous admettons dans notre magnésie de la terre sedlitzienne qui en doit faire presque la totalité, des particules de l'acide vitriolique qui a été son dissolvant, & d'autres particules de l'alkali qui a servi à la précipitation; il existe donc dans notre précipité un tartre vitriolé uni à la terre.

Pendant l'opération, des parties ignées s'unissent vraisemblablement à ces particules d'acide vitriolique, & forment une émanation phlogistiquée qui en se combinant avec des portions de terre volatilisée devient l'origine de cette odeur suffocante. Il paroîtra peut-être plus probable que l'air fixe y joue un rôle, & qu'il fournit une partie de son phlogistique; je me suis également arrêté à cette idée; cependant je ne puis

* Cette loi ne paroît pas s'étendre sur les métaux précipités par d'autres métaux.

me défendre de soupçonner une autre cause concomitante qui devient avec l'acide vitriolique la source de ce foye de soufre vaporeux.

C'est peut-être autant à la faveur de la volatilité de cette émanation phlogistiquée, que je ne veux pas encore nommer soufre d'une nature particulière, que de celle que nous reconnoissons à l'air fixe, qu'une portion de la terre a cette tendance à suivre le cours de l'air méphytique & de l'eau dans cette distillation.

Cet objet me paroît être de quelqu'importance & semble se prêter à de nouvelles recherches que les bornes de ce mémoire ne me permettent pas d'entreprendre. J'espère même que l'Académie me pardonnera une digression dont le motif justifie en quelque sorte l'interruption qu'elle a mise à l'ordre de nos matières.

SECTION CINQUIÈME

DE L'EAU MÈRE.

42. J'ai déjà exposé que l'eau mère (n.° 20) seroit réservée pour constater l'existence du sel muriatique terreux annoncée par des expériences préliminaires. Pour la rendre plus sensible, je projetois deux moyens également concluans. Le premier regardoit la régénération du sel marin par l'addition d'une base alkaline : le second avoit pour but la formation de la lune cornée en même tems que celle d'un nouveau sel de Sedlitz, si notre sel muriatique se trouvoit à base magnésienne.

Je divisai donc mon eau mère en deux portions égales, sur l'une des quelles j'ajoutai, par le moyen d'une paille, des portions d'une liqueur alkaline de soude très-pure *. L'eau devint trouble par la précipitation d'une terre assez légère & qui ne s'est précipitée que lentement: elle ne s'éclaircit qu'au bout de quelques jours. Ayant décanté cette portion claire, je versai le reste sur un filtre pour être lavé; les liqueurs réunies furent soumises à une évaporation lente. Cinq jours après j'apperçus dans le fond d'un petit évaporatoire deux petits points cristallisés dont la figure cubique a été reconnue à la loupe.

Ayant laissé l'évaporatoire simplement couvert d'un papier à l'action du soleil, il s'est formé dans l'intervalle de quelques jours de nouveaux cristaux, mais très-petits.

Le peu de liqueur qui restoit ne me laissant plus d'autres moyens que la dessication, je l'employai. J'obtins, après le desséchement complet, un fort grain de résidu dont le goût étoit le même que celui du sel marin.

43. La petite quantité de terre produite par la décomposition du sel de l'eau mère ne pouvant pas être séparée du papier à cause de sa rareté, je pris le parti de laver le filtre dans une eau que quelques gouttes d'acide vitriolique avoient rendu aigrelette. La saturation fut aidée de la chaleur du bain de sable; mais je n'obtins qu'une liqueur sale dont la dégustation n'offroit rien qui indiquât la présence d'un vitriol de

* Cette saturation a été faite à chaud & le point de neutralité n'a été vérifié que par dégustation.

magnésie. Je pouvois conjecturer de-là que la base du sel muriatique étoit absolument calcaire.

44. D'un autre côté, j'ai versé la seconde portion de l'eau mère dans une cornue dans la quelle j'avois inséré deux gouttes d'huile de vitriol, & que j'ai placée au fourneau de réverbère. J'ai adapté à cette cornue un récipient presque plein d'eau distillée aiguisée par une dissolution d'argent dont la quantité étoit présumée surabondante à celle de l'acide qui devoit paroître. Le bec de la cornue plongeoit dans le mélange.

Par le degré de la distillation l'eau est devenue blanche, floconneuse, par la formation d'une lune cornée dont une partie flottoit dans le liquide, tandis qu'une autre portion plus atténuée demeuroit sur la surface du liquide.

45. Après la décomposition de notre sel terreux & le départ de son acide, je trouvai dans le fond de la cornue une eau trouble & acide. Je la soumis à une évaporation menagée pour faciliter la cristallisation; mais il ne se forma par le repos aucun atome de sel qui pût faire soupçonner la présence d'une terre sedlitzienne.

46. Ayant filtré l'eau du récipient dans laquelle les flocons de la lune cornée occupoient assez d'espace, je n'en trouvai après les lotions & la dessication, qu'un très-petit volume dont le poids reconnu à la balance docimastique ne s'est trouvé que d' $\frac{1}{5}$ de grain foible.

Une quantité d'acide marin aussi minime ne méritoit pas d'être évaluée, puisque celle que produisent nos dix onces d'efflorescence ne peut guères excéder le poids de deux grains, au moins pour le cas présent. Peut-être cette quantité seroit-elle plus grande si on ne recueilloit l'efflorescence qu'après

un tems de sécheresse, parce qu'alors nos schistes conserveroient des parties salines que l'infiltration des pluies doit emporter : mais aussi notre sel de Sedlitz jouiroit-il également du bénéfice de cette circonstance, & son produit présenteroit un total relatif à celui du sel muriatique.

Quoique la découverte de notre vitriol de magnésie & les expériences qui en ont confirmé la pureté, semblassent fixer les bornes de cette dissertation, je n'ai pas cru cependant qu'il fût hors de place d'étendre plus loin mes vues analytiques, en soumettant à de nouvelles recherches, non seulement la matière restante de nos dix onces d'efflorescence, mais encore la partie la plus compacte & la plus dure de nos schistes. Peut-être y trouverons-nous de nouveaux réservoirs au sel de Sedlitz ; peut-être n'y trouverons-nous que sa base avec de nouveaux moyens pour rendre intarissable cet objet d'exploitation : peut-être aussi ne pourrons-nous tirer de ces nouvelles recherches que des résultats relatifs à l'histoire des combinaisons naturelles observées dans ces grandes masses schisteuses qui forment l'enceinte des montagnes granitiques des hautes alpes. L'économie & l'étude de la minéralogie me preséntoient deux objets d'une égale importance ; un pas de plus vers l'un ou l'autre autorisoit l'entreprise.

CHAPITRE SECOND

SECTION PREMIÈRE

DU RÉSIDU DES LOTIONS ET DÉCOCTIONS.

47. Comme la quantité des pyrites ne paroît pas grande dans nos schistes & que ces pyrites y sont disséminées en petits cubes, je n'ai pas cru devoir employer la calcination dans les vaisseaux clos pour en extraire le soufre; mais un simple rotissage dans un creuset ouvert devoit en décomposant le soufre favoriser l'union de son acide avec les terres qui en étoient susceptibles : cependant le feu de cette calcination devoit être porté à un degré capable de priver la terre sedlitzienne de cette union afin de n'extraire, s'il étoit possible, que la terre propre à former l'alun.

Par ce moyen si j'obtenois du sel de Sedlitz, je devois le présumer tout formé dans les parties divisées du résidu, & non pas un produit de la calcination.

Pour cet effet j'ai réuni les résidus des quatre onces d'efflorescence analysée en premier lieu à celui des six onces de cette même efflorescence qui ont servi à la reprise des premières expériences. Ces deux résidus ont formé un total de cinq onces. Comme cette poudre n'étoit qu'un amas de débris schisteux, elle étoit d'une couleur d'ardoise. J'en ai fait deux portions égales, chacune de deux onces & demie.

48. J'ai calciné une de ces portions dans un creuset d'Allemagne formé en olive & dont l'orifice n'avoit guères qu'un demi-pouce de diamètre. Au bout d'une demi-heure de

feu, j'apperçus une petite flamme bleuâtre qui léchoit la surface de la matière : elle étoit accompagnée d'une foible odeur sulfureuse. Cette calcination ayant été encore continuée pendant une demi-heure, je vérifiai son poids auquel je reconnus deux drachmes de déchet. La matière n'avoit aucune saveur saline.

49. Quelques gouttes d'acide nitreux versées sur quelques grains de cette substance calcinée, ont dégagé de fortes vapeurs de foye de soufre. Le feu avoit donc favorisé l'union d'une portion du soufre de la pyrite avec la terre argileuse, ou absorbante qui se trouvoit dans le résidu ; c'étoit une conséquence dérivée de l'expérience.

On sait combien la présence de l'argile dans les terres pyriteuses met d'obstacles à l'extraction du soufre & à la décomposition des pyrites, & que le feu le plus long n'est pas capable d'en opérer une extraction complète. C'étoit donc à l'argile contenue dans ces schistes que je devois attribuer cette même difficulté de décomposition.

50. J'ai fait bouillir dans de l'eau distillée la matière calcinée. Il s'est encore dégagé des vapeurs de foye de soufre, parce que le vase étoit de cuivre. Le métal en étoit fortement noirci. La décoction filtrée a montré les caractères suivans.

(*a*) Elle a une saveur terreuse qui se termine par une légère astriction.

(*b*) Présentée à la dissolution d'argent, elle prend une teinte opale, mais avec lenteur. Au bout de sept à huit heures de repos, il se forme de très-petits flocons blancs qui annoncent une lune cornée indissoluble dans l'eau du lavage, se phlo-

gistiquant au soleil & à la réverbération de ses rayons, & y prenant une couleur violette fortement prononcée.

(*c*) Elle verdit promptement la teinture de violette, comme font tous les sels à base terreuse.

(*d*) L'alkali prussien ordinaire occasionne un précipité; mais il s'y trouve en même tems des portions de fer simplement précipité, déphlogistiqué qui altère la couleur des portions du bleu de Prusse.

(*e*) L'addition d'un peu d'acide vitriolique dans une once de cette eau procure à son mélange avec l'alkali prussien une belle couleur rose tirant au violet. Le précipité est lent à se former; mais étant recueilli & phlogistiqué avec un peu d'huile, il devient attirable à l'aimant. Cependant il n'est guères possible d'en évaluer la quantité avec justesse.

Ces réactifs annoncent assez l'existence d'une sélénite mêlée d'un peu de sel marin terreux & de fer non combiné divisé mécaniquement & dont la quantité est trop petite pour être déterminée d'une manière précise. L'évaporation de la totalité du fluide devoit seule m'éclairer sur la quantité, comme sur la nature des parties extraites par ce procédé.

51. Je l'ai donc fait évaporer à un feu doux. Vers les trois quarts de son évaporation, la liqueur s'est troublée & j'ai vu paroître insensiblement une pellicule informe, c'est-à-dire, dans laquelle on ne pouvoit distinguer aucune des formes écailleuses ou aiguillées qui appartiennent aux sélénites observées dans le cours de cette analyse. Enfin il s'est fait un dépôt comme terreux & totalement sec.

La partie de ce dépôt qui occupoit le fond de l'évaporatoire étoit pulvérulente, même après 24 heures de repos; &

n'avoit point attiré l'humidité de l'atmosphère, tandis que l'espèce d'incrustation qui tapissoit les parois plus élevés du vase étoit brune, & très-humide. Ayant recueilli le plus de matière possible, j'en reconnus six grains. J'expose ici les résultats des diverses épreuves que j'ai faites sur ce produit.

(*f*) La terre du fond est insipide & sèche: celle du tour de la capsule est âcre & contient un sel que la chaleur du sable a fait monter le long des parois du vase.

(*g*) Cette dernière portion donne des signes d'effervescence dans l'acide vitriolique; & si on présente à la surface du mélange une paille imbibée de liqueur alkaline volatile, l'on voit paroître beaucoup de filandres ammoniacales très-blanches.

(*h*) Quatre grains de la partie du fond de l'évaporatoire confondue avec celle du tour, n'ont laissé dans l'acide nitreux qu'un grain de sélénite ordinaire, le reste s'y est dissous.

(*i*) Le nouveau sel nitreux ayant été décomposé par l'acide vitriolique, il n'en est résulté qu'une sélénite calcaire ordinaire, & la liqueur qui contenoit cette sélénite n'a également donné par évaporation qu'une sélénite semblable à la première.

Ces expériences nous portent à conclure que la décoction employée sur les résidus de notre efflorescence calcinée ne peuvent présenter à ce genre d'analyse qu'un mélange 1.° de terre absorbante qui forme les deux tiers au moins de la totalité du produit, terre absorbante qui n'aura été enlevée par l'eau qu'à la faveur du commencement de calcination que ces parties divisées ont éprouvé: 2.° de la sélénite calcaire; 3.° du sel muriatique terreux qu'on ne peut pas évaluer à plus d'un $\frac{1}{6}$:

4.° du mars emporté par le travail des décoctions & qui n'y est que mécaniquement divisé. En jugeant par simple approximation nous dirons que ces six grains de matière sont composés :

De	sélénite	$1 \frac{1}{2}$	grains
	terre absorb. calcaire	$3 \frac{1}{4}$	foibles
	sel muriatique terreux	$1 \frac{1}{4}$	foibles
	fer		quelques atomes.

52. La terre argileuse de nos schistes s'opposant à la décomposition du soufre des pyrites, lorsqu'elles ne sont pas en contact immédiat avec les charbons , j'ai cru devoir suppléer à l'insuffisance du premier procédé par l'addition d'un peu d'acide vitriolique. Les schistes calcinés ayant donc été détrempés d'eau distillée, j'ai ajouté un peu de cet acide & j'ai favorisé sa combinaison par la chaleur du bain de sable. Le mouvement d'effervescence a été sensible, mais lent, & l'acide y étoit en excès. Après quelques heures d'une chaleur moyenne, j'ai filtré par le papier & lavé le sédiment.

La liqueur filtrée mise en évaporation, il s'est formé de longues aiguilles flottantes, très-minces & effilées en leurs extrémités. Un peu après l'apparition de ces aiguilles, la surface du liquide s'est couverte d'une pellicule soyeuse, blanche, absolument semblable à celle dont il a été fait mention dans le (n. 13). Si l'on pouvoit y admettre quelque différence, ce seroit dans un peu plus de longueur qu'on observoit dans celles-ci , effet qu'on ne peut raisonnablement attribuer, qu'à la décomposition par le feu de cette matière extractive qui accompagne les schistes, & dont la présence dans notre efflorescen-

ce naturelle doit mettre quelqu'obstacle à la réunion symétrique des parties salines.

53. Ces premiers produits ont été séparés par le filtre. L'évaporation continuée a donné à la liqueur une teinte légérement opale & une consistance absolument gélatineuse. Quelques secousses communiquées à l'évaporatoire ayant rompu cette consistance de la liqueur, elle a été subitement remplacée par la cristallisation d'une sélénite soyeuse comme la précédente. Ce second produit mêlé au premier pesoit neuf grains après l'édulcoration & la dessication.

54. Le reste de la liqueur n'annonçant plus de cette sélénite, ayant de plus contracté une couleur jaunâtre qui indiquoit le commencement de la décomposition d'un vitriol de mars factice, j'ai préféré de le convertir en bleu de Prusse pour obtenir les sels à bases terreuses absolument purs.

J'ai donc étendu ce reste de liqueur de six onces d'eau distillée, après y avoir ajouté l'alkali prussien complétement saturé, j'en ai retiré 19 grains d'un bleu de Prusse très-foncé.

55. La liqueur restante ayant été remise à l'évaporation, j'ai encore apperçu des parcelles de notre sélénite soyeuse. Après quelques heures de repos dans un lieu frais, j'ai distingué des cristaux d'alun en petites pyramides tronquées & d'une consistance assez solide. Cependant le volume du liquide surpassoit celui qui avoit servi à la précipitation du bleu de Prusse.

Cette remarque concourt à prouver que les sels d'une nature différente ne sont pas toujours disposés à céder à leur caractère propre de cristallisation dans une liqueur qui en contient de diverses espèces, & qu'ils sont susceptibles de contracter une union mutuelle, peut-être superficielle, mais ca-

pable de changer, ou au moins de suspendre les effets attachés à quelques-unes de leurs propriétés essentielles & particulières. Il paroissoit évident que le vitriol de mars confondu ou uni avec l'alun dans la première liqueur avoit seul gêné sa cristallisation. Il paroît même tout aussi probable, que le mélange de quelques gouttes d'alkali fixe ou volatil dans une liqueur alumineuse ne procure aux cristaux d'alun cette consistance, dont parle le célèbre Margraff, qu'en rompant l'adhésion du vitriol martial qui se trouve assez communement avec l'alun dans les matières qui le produisent. Mais suivons notre analyse.

56. Désirant de séparer, autant qu'il est possible, l'alun d'avec la sélénite, j'ai eu recours à la décomposition de ces sels par l'addition faite à chaud d'un peu de liqueur alkaline jusqu'à parfaite saturation *. Le précipité a été abondant & sa couleur annonçoit encore la présence de quelques portions de fer en partie déphlogistiqué. Après le lavage & la dessication, ce précipité pesoit une drachme & deux grains.

57. Le vinaigre distillé a complétement emporté ce précipité, à l'exception d'un peu de fer que j'ai extrait par le filtre.

* L'alkali surabondant & traîté à chaud pourroit également séparer la terre alumineuse de la calcaire. J'en ai fait l'épreuve dans une circonstance où il s'agissoit de rompre l'union du fer avec la terre de l'alun par le moyen de l'acide nitreux flammique tenu bouillant sur le mélange. J'avois décomposé par l'alkali, le sel martial nitreux & de nitre alumineux dont la terre avoit été ensuite présentée à l'action du vinaigre distillé.

C'est en décomposant l'acète alumineux avec un excès d'alkali & à chaud, que la terre alumineuse dissoute est passée par le filtre, par le réfroidissement elle a formé un dépôt très-fin, que l'acide vitriolique a converti en tres-beaux cristaux d'alun.

En décomposant cette espèce de terre foliée par l'intermède de l'alkali, j'ai retiré 56 grains d'une terre qui conservoit un coup d'œil médiocrement jaunâtre.

58. L'acide vitriolique affoibli a regénéré l'alun & la sélénite dont la décomposition avoit formé ces 56 grains de terre, & comme il y avoit très-peu de liquide, le filtre rendoit praticable la séparation des deux sels. En employant ce procédé, j'ai retiré 1.° 34 grains de sélénite soyeuse retenue par le filtre; 2.° six grains de la même sélénite produite par la liqueur filtrée avant de faire cristalliser l'alun; vingt-six grains d'alun en cristaux très-beaux, très-transparens, en partie en pyramides quadrangulaires, & en partie en exaèdres aplatis avec trois grandes & trois petites faces disposées en biseau.

En résumant la somme des produits obtenus de cette première portion résidente de notre efflorescence schisteuse exposée à la calcination, nous reconnoissons 1.° L'existence d'un foye de soufre terreux; 2.° du sel marin à base terreuse calcaire que la calcination a mise à nud; 3.° de la sélénite en petite quantité, provenant sans doute de la décomposition d'une partie du soufre des pyrites. 4.° De la terre calcaire modifiée, comme gypseuse, & donnant origine à la sélénite soyeuse. Ce produit paroît être le plus abondant. 5.° De la térre argileuse susceptible d'être convertie en alun par l'addition de l'acide vitriolique. 6.° Du fer désulfuré capable d'union avec les acides.

De tous ces produits, la terre calcaire paroît être la plus abondante. Après elle c'est la terre alumineuse; enfin vient le fer, & le total de ces trois substances forme un poids d'une drachme & demie, abstraction faite des acides ajoutés.

La portion absolument insoluble de notre résidu est composée de terre quartzeuse, d'argile & de fer. L'on sent que la quantité de ce dernier doit y être dans une proportion relative à celle de la pyrite.

SECTION SECONDE

DE LA SECONDE PORTION DU RÉSIDU SCHISTEUX NON CALCINÉE.

59. La calcination de notre première portion de résidu schisteux étoit un moyen assez propre, quoiqu'il ait été insuffisant dans notre procédé, pour décomposer les parties pyriteuses qui y étoient contenues & pour convertir en alun les portions atténuées de l'argile susceptibles de cette combinaison. Mais ce moyen suffisant pour nous faire connoître l'existence de la terre alumineuse & de la calcaire, devoit en même tems nous voiler celle de la magnésie, parce que ce degré de feu la rendoit insoluble dans les acides. Cependant la reproduction perpétuelle & journalière de notre efflorescence, pour remplacer celles que les pluies emportent nécessairement, sembloit indiquer la nécessité de son existence dans notre résidu. Les moyens suivans vont donc avoir pour objet cette terre base du vitriol de magnésie dont nous avons reconnu l'abondance dans les schistes de Sallenche.

Pour cet effet j'ai versé de l'acide vitriolique sur les deux onces & demie de débris schisteux formant la seconde portion du résidu, & l'effervescence a été assez vive. Au bout de 24 heures de digestion, la liqueur filtrée n'a donné aucun in-

dice d'acide marin, parce que la digestion dans un acide plus fort & avec excès avoit suffi pour le volatiliser. Elle étoit limpide & sans couleur; mais sa saveur styptique laissoit sur la langue un arrière-goût de sel sedlitzien.

60. Mise en évaporation, elle n'a pris qu'une teinte médiocrement ambrée, & il s'est formé, quelques instans après, une sélénite aiguillée d'une facile extraction & dont le poids, après l'édulcoration, étoit de douze grains.

61. La liqueur réduite à ce point indiquoit l'absence de cette sélénite pour la suite de l'évaporation. En effet en ayant promené une goutte sur une lame de verre, je l'ai vue remplacée par de longues aiguilles dont le goût amer & la forme prismatico-quadrangulaire annonçoient assez le sel de Sedlitz. L'évaporatoire ayant donc été placé dans un lieu frais, il s'est formé en peu de tems plusieurs faisceaux d'aiguilles dont la divergence embrassoit les bords de la capsule. L'intervalle que ces aiguilles laissoient entr'elles, ainsi qu'une partie du fond de l'évaporatoire, contenoient une matière *magmatique* jaunâtre, dans laquelle on apercevoit distinctement des rudimens de cristaux d'alun; ces cristaux exaèdres en apparence étoient tendres & comme gélatineux.

62. Quelque tranchante que fût la présence de l'alun dans cette cristallisation, persuadé que le chemin qui conduit à une vérité aperçue ne peut pas être trop fréquenté, j'ai eu recours au procédé de Margraff pour avoir ces cristaux mieux figurés & plus consistans. Deux gouttes de liqueur alkaline ont été ajoutées à ce magma que j'avois étendu d'un peu d'eau & dont j'avois séparé tout le sel de Sedlitz possible.

L'adhésion de la matière grasse extractive ayant été annullée par cette addition, j'ai obtenu à la suite d'une évaporation insensible nos deux espèces de cristaux d'alun, mieux figurés, plus apparens & d'une consistance moyenne.

Cependant toute la matière gélatineuse n'étoit pas anéantie: mais suffisamment instruit sur la nature des principaux sels contenus dans le produit, je ne devois plus m'occuper que de leur séparation en commençant par la décomposition du vitriol martial dont j'avois aperçu l'influence plus par la couleur ocracée qu'il donnoit au sel, que par son goût qui se confondoit avec celui de l'alun.

63. J'ai donc dissous mes cristaux dans l'eau distillée & après avoir ajouté quelques gouttes d'acide vitriolique, je leur ai présenté l'alkali prussien complétement saturé de phlogistique. Le bleu de Prusse résultant a été reçu sur un filtre dont j'avois reconnu le poids avant d'être employé. Après l'édulcoration & la dessication, le filtre repesé m'a montré d'excédant à son premier poids trois grains de bleu de Prusse tellement divisé sur le papier qu'il étoit impossible de l'en séparer en entier.

64. D'un autre côté j'ai décomposé, par l'intermède de l'alkali fixe & en employant la chaleur, la liqueur saline extraite de l'opération du bleu de Prusse. Ce procédé m'a rendu 24 grains forts d'un mélange de terre alumineuse & de magnésie avec un peu de fer qui altéroit médiocrement la blancheur.

65. Cette terre saturée d'acide vitriolique a déposé une légère portion de fer sous l'état d'ocre, que j'ai séparé par le filtre. Cette portion de fer m'a paru trop minime pour entrer en évaluation.

La liqueur filtrée a été exposée sur le sable chaud pour devenir plus propre à l'entière décomposition de l'alun par la craie lavée. Le mélange de cette dernière a causé une vive effervescence déterminée en partie sans doute par la surabondance de l'acide. La sélénite formée par cette addition s'est précipitée avec la terre de l'alun décomposé. Le filtre a favorisé la séparation de la liqueur à-laquelle j'ai joint le produit du lavage de la matière retenue dans le papier.

66. Cette liqueur filtrée avoit un goût amer & absolument semblable à celui du vitriol de magnésie. En effet après une lente évaporation, j'ai retiré, 1.° un grain de sélénite soyeuse. 2.° Vingt-deux grains de sel de Sedlitz très-pur, dont la décomposition par l'alkali fixe a produit 9 ½ forts grains d'une magnésie pure, très-douce & assez blanche.

67. En comparant le produit de la magnésie avec les 24 grains de terre (n. *64*), l'on trouve 14 ½ grains foibles de déficient qui doivent se reprendre sur le grain de sélénite soyeuse, sur la portion de fer précipité, ainsi que sur la terre alumineuse confondue avec la sélénite artificielle déposée dans le filtre.

Pour évaluer cette terre alumineuse, j'ai enlevé le dépôt du filtre & l'ai saturé d'acide vitriolique. Après avoir aidé la combinaison par un peu de chaleur, j'ai filtré la liqueur qui contenoit l'alun & l'ai traitée à une évaporation lente. J'ai obtenu par ce procédé de beaux cristaux d'alun sous les deux figures énoncées; j'ai remarqué cependant que les cristaux exaèdres étoient d'une foible consistance.

Ce sel après son exposition sur du papier gris pour lui ôter

son eau mère, pesoit 14 grains justes, & sa décomposition ne m'a fourni que 6 ½ grains de terre alumineuse.

Les sept grains de déficient peuvent avec raison être attribués à la perte inséparable des décompositions & filtrations répétées. S'il est présumable que la terre sedlitzienne soit en quantité à peu près égale à celle de l'alun, il n'étoit pas moins présumable qu'une simple digestion de 24 heures seroit insuffisante pour extraire de nos résidus schisteux toute la partie terreuse susceptible d'union avec l'acide & qu'une forte décoction avec le même acide donneroit un produit plus étendu.

68. Cette idée demandoit à être soutenue de l'expérience; j'ai donc traité de nouveau ma terre résidente avec l'acide vitriolique affoibli en employant une longue décoction. Après les différentes manipulations dont le détail deviendroit fastidieux, j'ai retiré de nouveau, 1.° 3 ½ grains de sélénite soyeuse; 2.° 4 ½ grains de bleu de Prusse; 3.° 31 grains de sel de Sedlitz dont la décomposition a produit treize grains & demi de magnésie; 4.° 19 grains d'alun dont la décomposition m'a fourni huit grains & demi de terre alumineuse.

Ainsi en ajoutant à ces nouveaux produits ceux que nous avons extraits dans le cours de cette section, nous aurons

Sélénite soyeuse	15 ½ grains
Bleu de Prusse	7 ½
Sel de Sedlitz	53
Alun factice	33
	109 grains

La décomposition du sel de Sedlitz a produit en magnésie 23 grains, celle de l'alun 14 $\frac{1}{2}$ grains; ainsi la terre de l'alun, qui étoit presqu'en quantité égale à celle de la magnésie dans les simples infusions du résidu dans l'acide vitriolique, a été moindre lorsqu'on a appliqué à l'acide une chaleur plus forte pour accélérer sa combinaison, parce qu'il ne s'en trouvoit plus à dissoudre. On sent aussi que si la quantité du fer n'est pas aussi grande dans le produit de cette seconde portion du résidu, c'est qu'il y est en grande partie sous l'état pyriteux qui le défend de l'attaque de l'acide; condition qui ne pouvoit plus exister dans le résidu calciné.

69. Quelque peu importante que fût pour notre analyse l'évaluation du fer contenu dans ces schistes, je sentois néanmoins qu'il falloit en tenter la réduction, ne fût-ce que pour compléter la partie historique de cette substance. J'ai donc fait le mélange de la moitié de notre résidu, pesant alors une once un gros, avec trois onces de flux noir. L'ayant poussé à un feu vif, j'obtins un verre sans aucune bulle, d'un brun très-foncé, transparent lorsqu'on le réduisoit en fragmens écailleux & sans aucune saveur saline. Quelque tendre que fût ce verre, il a résisté long-tems à l'action de l'eau, & ce n'a été qu'après quelques semaines qu'il a donné des marques de décomposition. Il n'y a eu aucune réduction de fer. Le peu qu'il s'en trouvoit dans le mélange avoit servi à la coloration de la masse vitreuse.

70. Pour juger par aproximation de la quantité de fer nécessaire à la coloration de notre masse vitreuse, j'ai répété la même expérience avec un mélange de 15 grains de colcotar lavé, d'une once 57 grains d'argile sablonneuse de Bresse &

de trois onces du même flux noir. Le verre résultant avoit la même dureté; sa transparence étoit néanmoins un peu plus décidée &, de même que le premier, il n'a présenté aucun bouton métallique.

71. J'ai cru devoir borner à cette dernière expérience mes recherches analytiques sur la nature & l'état de combinaison des matières qui ont concouru à la formation des schistes de Sallenche. Mais je ne me suis pas cru dispensé de mettre sous les yeux de l'Académie le tableau comparatif des produits des six onces de notre efflorescence avec ceux que donneroit son exploitation par quintal *. Ce tableau remplira deux buts également utiles, en servant de résumé général à mes observations & en éclairant les vues des personnes qui penseroient à l'exploitation du sel en grand.

Nos schistes, comme on a pu le voir, renferment trois espèces de terre qui donnent origine à la sélénite écailleuse, à la sélénite soyeuse & au sel de Sedlitz. Mais dans l'exploitation en grand le mélange des deux premiers sels nuisant à la pureté du dernier, le moyen de l'en priver seroit en même tems celui de simplifier son extraction & de la rendre moins coûteuse, puisqu'il ne s'agiroit que de faire à froid la lessive des schistes pour n'emporter que le sel cathartique.

L'établissement nécessaire à ce travail n'est pas de ceux qui exigent de grands frais. Des houssoirs, quelques échelles, des sacs pour contenir la matière première, un grand cuvier pour en faire la lessive à la façon des salpêtriers, une chau-

* Voyez la table à la fin de ce chap. pag. 62.

dière pour l'évaporation de la lessive & pour la purification du sel, si on la juge nécessaire, des auges de bois pour sa cristallisation, voilà ce qui composeroit l'appareil de cette manufacture, & certainement il ne peut pas être plus simple, ni moins dispendieux.

La modicité des avances nécessaires à l'exploitation de ce sel se fait aisément sentir, si on la met en parallèle avec le produit numéraire qu'elle répandroit dans cette partie des états de Sa Majesté, en supposant que la manufacture en soit réservée aux Naturels du pays. Pour se convaincre de l'importance de cet établissement, il ne s'agit que de balancer la consommation du sel à base terreuse sedlitzienne avec les difficultés qu'on éprouve actuellement pour répondre à l'emploi journalier de la magnésie purgative. En rapprochant le peu de vrai vitriol de magnésie de la prodigieuse quantité de sel naturel de Glauber qu'on distribue dans le commerce sous le nom emprunté de sel d'Epsom, on ne peut guères se refuser au pressentiment d'une augmentation de prix sur le premier sel, par l'effet inévitable d'une concurrence nécessitée par les sollicitations pressantes des Médecins des grandes Villes de suppléer à la magnésie du nitre par la magnésie purgative, ou sedlitzienne; parce que les effets en sont plus certains & que sa calcination a présenté de nouvelles ressources à l'art de guérir *.

* Mémoire de Mr. Macquer sur la nécessité d'introduire l'usage de la magnésie sedlitzienne dans toutes les Pharmacies du royaume. Voyez les mem. de la soc. de Méd. de Paris 3. vol. Nouvelles recherches sur la magnésie. Butini de Genève.

Quant à la fabrication de l'alun artificiel dont Genève couvriroit la consommation dans l'emploi de ses fabriques d'indiennes, elle nous paroît absolument impraticable avec nos schistes; parce que la quantité de la terre alumineuse est absorbée par les 3 espèces de terre dont nous avons développé la nature dans le cours de nos recherches. On ne peut se dissimuler que cette nouvelle branche auroit été très-utile. Il en auroit effectivement résulté l'établissement d'une fabrique d'huile de vitriol dont le produit excédant à la quantité nécessaire pour l'alunation se seroit versé dans les fabriques de Genève & de la Suisse. Le bénéfice d'une ou de plusieurs fabriques d'indiennes, dont cet établissement auroit entrainé la création, devenoit certain, d'autant que le gouvernement se seroit sans doute prêté à ces vues d'économie & d'utilité publique.

Les bornes que semble me prescrire ici l'objet économique qui m'a fait entreprendre cette dissertation, ne peuvent point s'étendre sur quelques observations qui regardent le principal produit de nos schistes & qui ont un rapport direct avec l'histoire de la nature.

Malgré les progrès de l'histoire naturelle & de la chimie auxquels nous devons une connoissance plus parfaite de la nature de la magnésie, on ne voit dans aucune observation que cette production se soit trouvée en aussi grandes masses que dans nos schistes. Il est difficile de se former des idées justes & précises sur la fécondité de la nature, à l'égard de ces schistes, dans le court espace de tems qu'elle emploie à la reproduction du sel effleuri emporté par les pluies.

Pour peu qu'on promène ses regards sur la rapidité de leurs bandes coupées verticalement par le travail des eaux, on est étonné de cette activité qu'emploie la nature à réparer ses pertes, depuis la révolution de tant de siècles.

Frappée de cette fréquente irrigation des flancs du torrent, l'imagination ne se fixe pas seulement sur le local, elle suit encore dans ses détours le sel emporté par les eaux; elle va se perdre avec lui dans l'océan, ce vaste réservoir d'une portion des corps solubles & abreptibles de la partie sèche de notre globe. La Chimie vient bientôt à l'aide de l'imagination, rectifie ses conjectures & par des moyens toujours sûrs fait reparoître la substance échappée dont on parcourt le berceau *.

Mais une question qui semble naître de cet examen, est celle-ci: *le sel cathartique est-il tout formé dans nos schistes depuis l'existence de ce second ordre de montagnes?*

On ne peut guères assurer que la magnésie ne se trouve à la surface de la terre que sous le caractère d'une combinaison. Si jusqu'à présent, comme l'observe le profond Bergmann, elle n'a paru céder qu'aux moyens mécaniques & à nos acides pour être extraite, on ne peut pas en conclure qu'elle n'est que combinée.

Nous avons vu qu'en employant la calcination sur nos schistes dépouillés du sel cathartique par les lotions, & en

* Si on emploie en Angleterre le mélange du colcotar avec l'eau mère du sel marin pour obtenir du sel cathartique, le procédé n'exclut pas nos conjectures sur le mélange du vrai sel cathartique avec le sel marin de magnésie, il ne peut tout au plus qu'augmenter un produit que quelques Auteurs regardent comme étant indépendant de l'addition du colcotar.

portant cette calcination à un degré supérieur au rouge cerise, nous n'avons pu extraire aucune portion de sel de Sedlitz * qui n'auroit cependant pas manqué de passer dans le premier lavage, s'il eût existé, parce qu'il n'est pas susceptible de décomposition par le feu; tandis qu'une autre portion non calcinée de ce même résidu nous a fourni de nouveau sel cathartique par son mélange avec l'acide vitriolique.

Ce fait me paroît assez démonstratif & prouve clairement que la magnésie existe dans nos schistes comme terre & qu'elle n'y est point combinée: je ne parle que de nos résidus.

Mais objectera-t-on peut-être que la reproduction continuelle du sel cathartique suppose un épuisement qui doit se manifester à la longue, ou une reproduction journalière de magnésie égale à la quantité que la nature met en œuvre dans la vitriolisation.

L'objection est d'autant plus tranchante, qu'on n'aperçoit aucune diminution sensible dans ces masses schisteuses. Ce qui supposeroit un remplacement de la matière dissipée. Je ne saurois donc me décider avec Bergmann à rejeter toute idée de métamorphose d'une espèce de terre en une autre, & je serois tenté de regarder notre magnésie comme le résultat d'une modification opérée dans le schiste même, ou de sa propre substance, ou enfin des matières emportées des couches de terres labourables par des infiltrations fréquentes.

---

*Le résultat de cette opération paroît opposé à celui que Mr Monnet indique avoir obtenu d'un schiste calciné qui a donné du sel de Sedlitz par l'élixation; mais il est vraisemblable que ce sel s'y trouvoit tout formé & que la calcination n'a servi qu'à le débarrasser des corps étrangers qui le protégeoient contre les attaques de l'eau.

Il est vrai que le travail de la nature est encore couvert d'un voile épais qui nous en dérobe la vraie théorie. L'envie de connoître trop promptement sa véritable marche devient un obstacle de plus qui nuit très-souvent à la justesse de nos observations ; mais pour cela seroit-il juste de rejeter des vraisemblances, parce que les productions de l'art qui sont les fruits d'une expérience de quelques jours, ou de quelques années, n'auront pas parfaitement quadré avec les productions de la nature qui met des siècles à les élaborer? Cette condition seule mettra toujours ses opérations au-dessus de nos forces.

Je me garderai donc de trancher sur la question qui regarde la modification des parties du schiste même, & celle qui regarde les additions de matière faites par les couches supérieures. Mais ce qui paroît répondre à l'observation faite sur les lieux, c'est que le sel cathartique de ces schistes trouve à se reproduire par la cause même qui le dissipe.

Les eaux pénètrent insensiblement les lames obliques des bancs & disposent la partie pyriteuse à se décomposer *. De cette décomposition résulte une vitriolisation. L'acide du soufre de la pyrite se combine avec le principe terreux voisin, & comme ce principe terreux est de la magnésie, il se forme un sel cathartique que la filtration continuée emporte jusqu'à l'extrémité des lames; alors l'air dessèche le sel & le convertit

* Cette pyrite est du genre de celles qui se décomposent aisément. Celles, qu'on trouve en brisant un noyau schisteux du même endroit, sont d'abord très-brillantes; mais elles se ternissent une demi-heure après, ce qui annonce un commencement de décomposition. Au bout de quelque tems elles sont si noires qu'on les prendroit pour des grains de schorl.

en cette efflorescence qui tapisse les deux flancs du torrent *. Cette infiltration est d'autant plus facile que la disposition des couches schisteuses est oblique.

Il est probable que le même fluide infiltrant emporte en même tems & dépose dans les schistes ces atomes de sel muriatique que nous avons trouvés dans le cours de notre analyse & que je suppose résulter de la décomposition des plantes.

72. Pour m'assurer du premier fait, j'ai parfaitement lavé un petit bloc de schiste médiocrement dur, mais dans lequel la division des lames étoit assez apparente de même que la partie pyriteuse. L'ayant placé obliquement, & ayant mis sur la partie supérieure une éponge que j'ai entretenue légérement mouillée dans l'intervalle de douze jours, j'ai vu paroître, vers le bas du morceau, & au point de réunion des deux principales lames, une petite raie blanchâtre qui avoit une forte saveur de sel de Sedlitz. Cette efflorescence ayant été enlevée, elle a été remplacée par une seconde dans le même intervalle de tems.

En jugeant par analogie il est assez évident que le sel cathartique apporté par les eaux des fontaines salées, trouve son origine dans des schistes écailleux de la nature de ceux de Sallenche, mais plus ou moins chargés de ce sel, & dont l'in-

* D'autres montagnes schisteuses de la même Province & que j'ai parcourues présentent aussi cette même efflorescence. Il s'en trouve encore dans bien des endroits inaccessibles, & il est à présumer qu'elles sont de même nature que la nôtre.

Mr. Le Curé de Sixt à qui j'ai communiqué une partie de mes observations m'a depuis confirmé que l'efflorescence qui recouvre les schistes de son district est de même nature que celle de Sallenche & qu'en la dissolvant dans un peu d'eau il en purge ses Paroissiens.

filtration intérieure des eaux enlève une portion plus ou moins considérable. Sans doute que ce sel se régénère dans des proportions relatives à celles de sa perte, puisque ces mêmes eaux salées ne varient dans leurs produits, qu'autant que les sources sont sujettes à des crues d'eaux qui leur sont étrangères.

Je termine ici mes observations, croyant ne devoir les continuer qu'autant que leur objet & la manière de le remplir, mériteront l'approbation de l'Académie. Le désir de m'en rendre digne & surtout de me rendre utile aux états de Sa Majesté, deviennent pour moi l'encouragement le plus précieux.

Il est résulté de ce premier travail des vues dont le développement fera l'objet du troisième chapitre de ce mémoire, dans lequel il sera question de nouvelles expériences & de nouveaux résultats chimiques sur les propriétés de la base du sel de Sedlitz relatives à ces deux questions importantes: *La magnésie sedlitzienne est-elle vraiment invitrescible? Est-il indifférent d'employer le vrai point de saturation dans la préparation de cette magnésie, ou la surabondance d'alkali qu'on prescrit actuellement?*

; SALLENCHE

Analyse ces & demie.

Efflorescendu non calciné traitée par la sité par l'acide decoction vitriolique	Quantités des produits — par 2 $\frac{1}{2}$ onc. de résidu	Quantités des produits — Evaluation par quintal	Observations
	onc. gros gr.	ll. on. gros gr.	
Sel de Sedlitz e Sedlitz artif.	. . 53	3. 3. 6. 36	A. Le fer provenant du résidu calciné, & traité par la décoction n'a pu être évalué, à cause de sa trop petite quantité.
Sélénite — écaill artificiel . .	. . 33	2. 5. 1. 16 $\frac{3}{4}$	B. La sélénite soyeuse se trouve presqu'insensible & inséparable de la sélénite calcaire, à laquelle on la trouve étroitement unie dans la décomposition du résidu calciné, & traité par l'acide vitriolique.
Sélénite — soyeuite soyeuse .	. . 15 $\frac{1}{2}$	1. 1. 2. 12	
Sel marin terrphlogistiqué .	. . 7 $\frac{1}{2}$	. 9. 2. 22	
	. 1. 37.	7. 1. 4. 14 $\frac{3}{4}$	

TABLEAU ANALYTIQUE DES BANCS SCHISTEUX DE SALLENCHE
DANS LE FAUSSIGNY

Analyse de 6 onc. d'efflorescence			Examen du résidu de la précédente Analyse, pesant deux onces & demie.									
Efflorescence traitée par la simple décoction	Quantités des produits: par 6 onces d'efflorescence	Quantités des produits: Evaluation par quintal.	Residu calciné traité par la simple décoction	Quantités des produits: par $2\frac{1}{2}$ onc. de résidu	Quantités des produits: Evaluation par quintal.	Résidu calciné traité par l'acide vitriolique	Quantités des produits: par $2\frac{1}{2}$ onc. de résidu	Quantités des produits: Evaluation par quintal.	Résidu non calciné traité par l'acide vitriolique	Quantités des produits: par $2\frac{1}{2}$ onc. de résidu	Quantités des produits: Evaluation par quintal	Observations
	onc. gros gr.	liv. onc. gros gr.		onc. gros gr.	liv. onc. gros gr.		onc. gros gs.	liv. onc. gros gr.		onc. gros gr.	ll. on. gros gr.	
Sel de Sedlitz .	1. 6. 36.	30. 3. . .	Sélénite écailleuse .	. . $1\frac{1}{2}$	. 1. 6. 67	Alun artificiel . .	. . 26.	1. 14. 4. 4	Sel de Sedlitz artif	. 53	3. 3. 6. 36	A. Le fer provenant du résidu calciné, & traité par la décoction n'a pu être évalué, à cause de sa trop petite quantité.
Sélénite écailleuse	. . 32	. 16. 5. 24	Terre abs.te calcaire	. . $3\frac{1}{4}$	. 3. 6. 40	Sélénite calcaire (B) soyeuse	. 49.	3 6. 4. 64	Alun artificiel . .	. 33	2. 5. 1. $16\frac{1}{4}$	B. La sélénite soyeuse se trouve presqu'insensible & inséparable de la sélénite calcaire, à laquelle on la trouve étroitement unie dans la décomposition du résidu calciné, & traité par l'acide vitriolique.
Sélénite soyeuse	. . 33	. 17. 4. 12	Sel marin terreux .	. $1\frac{1}{4}$	. 1. 4. 11				Sélénite soyeuse .	. . $15\frac{1}{2}$	1. 1. 2. 12	
Sel marin terreux .	. . 2	. 1. 24	Fer) un atome (A)			Fer précipité . .	. . 21	1. 8. 3. 8	Fer phlogistiqué .	. . $7\frac{1}{2}$	. 9. 2. 22	
	1 7. 31.	32. 2. 1. 60		. . 6	. 7. 1. 46		. 1. 24	6. 11 4 4		. 1 37.	7 1. 4. $14\frac{3}{4}$	

Mem de M Tingry

CHAPITRE TROISIÈME

SECTION PREMIÈRE

73. En terminant le second chapitre de mon mémoire, j'ai annoncé de nouveaux résultats touchant les propriétés essentielles de la magnésie, base de notre sel cathartique. Il sembleroit, en parcourant les Auteurs célèbres qui en ont fait l'objet de leurs recherches, que cette matière est entièrement épuisée, & qu'elle ne peut rien offrir de nouveau, ou du moins d'intéressant.

Cependant la diversité d'opinions de ces mêmes Auteurs sur l'infusibilité de la terre sedlitzienne est faite pour partager les Chimistes sur cet objet. C'est ce qui m'a engagé à reprendre les expériences déjà faites & à traiter cette question: *la magnésie sedlitzienne est-elle vraiment infusible ?*

74. La préparation de la magnésie, telle qu'on s'en sert en médecine, paroît très-simple, puisqu'il ne s'agit que de décomposer le sel de Sedlitz par l'addition d'une liqueur alkaline. Mr. Bergmann prescrit une dose d'alkali de potasse à peu près égale à celle du sel de Sedlitz *. Mr. Butini d'après ses observations sur les propriétés de l'alkali mêlé à de la magnésie dissoute, demande une surabondance de sel décomposant **.

* Opuscules Chimiques & Physiques de Bergm. traduits par Mr. de Morveau pag. 393.

** Nouvelles observations & recherches analytiques sur la magnésie du sel d'Epsom. Butini édit. de Genève pag. 95.

Cette différence remarquable qui se trouve dans la prescription de l'alkali paroît ne porter que sur la quantité de magnésie qu'il est question d'obtenir. En effet quelques expériences de Mr. Butini sembloient autoriser l'emploi d'une surabondance d'alkali. Mais une semblable assertion demandoit que ces expériences fussent faites en grand ; il auroit fallu encore traiter la magnésie à différentes doses d'alkali, afin de connoître les modifications qu'elles lui feroient subir non seulement par rapport au produit, mais encore par rapport à ses propriétés chimiques & médicinales.

La seconde question qui se présente naturellement ici est de savoir ; *s'il est indifférent de s'attacher au vrai point de saturation dans la préparation de la magnésie, ou d'admettre la surabondance d'alkali ; l'un ou l'autre de ces procédés devant influer d'une manière remarquable sur les propriétés essentielles de la magnésie extraite*. La solution de ce problème fera l'objet de la section 3.me de ce chapitre.

SECTION SECONDE

LA MAGNÉSIE EST-ELLE VRAIMENT INFUSIBLE ?

75. Un des objets qui mérite sans doute d'être examiné, c'est la modification du principe terreux contenu dans nos schistes. Nous nous rappelons qu'une partie de cette terre réunissoit les principaux caractères de la terre calcaire dans son union avec l'acide vitriolique, puisqu'elle n'a produit qu'une sélénite écailleuse; qu'une autre partie a paru garder le milieu entre la première terre & la magnésie proprement dite,

& que c'est cette dernière qui a constitué la sélénite soyeuse.

De ces trois espèces de terre, une seule, la magnésie n'a été examinée qu'à un degré de feu convenable à une calcination moyenne, quoiqu'il parût convenable de les faire marcher de front dans des expériences comparatives, & de soumettre ces terres à l'action d'un feu conduit par degrés à la plus grande force. C'étoit le vrai moyen de saisir les rapports ou les différences qui pouvoient caractériser ces trois produits; mais l'on sent les raisons qui m'ont porté à différer cet examen. Il demandoit un travail tout particulier & c'est celui dont je présente ici les résultats.

MMrs. Darcet, le Pott de la France, établit comme un des premiers caractères, qui distinguent la magnésie de la terre calcaire, son invitrescibilité & sa propriété de ne pouvoir être convertie en chaux.

Ces propriétés attestées par des expériences décisives en apparence, d'autant que la sagacité de leurs Auteurs étoit faite pour les accréditer, m'ont dirigé dans le degré de feu que je devois faire subir aux trois différentes bases obtenues par la lessive de nos schistes (Chapitre 1.er)

En effet je devois trouver dans la vitrescibilité de la base de notre sélénite écailleuse (Section 3.me) l'extrème opposé dont je pouvois tirer de grandes lumières sur la nature de la base de la sélénite soyeuse aiguillée (même Section), qu'on supposeroit peut-être devoir tenir le milieu entre la terre calcaire proprement dite & la magnésie du sel de Sedlitz.

A ce premier motif d'examen se joignoit encore l'envie de vérifier par de nouveaux essais, si la magnésie étoit vraiment réfractaire comme les dernières expériences de MMrs. Darcet,

de Morveau & Achard l'annoncent *; si elle étoit vitrescible, ou simplement disposée à la fusion. Ainsi les mêmes procédés devoient me présenter des résultats dont le développement ne pouvoit être que très-lumineux.

Je plaçai donc dans un double creuset assez aplati cinq autres petits creusets de matière de porcelaine très-dure & capable de servir de creuset à toutes les porcelaines répandues dans le commerce. Après les avoir numérotés par des entailles faites avec une lime, je les enfouis en partie dans du beau sable lavé & séché, dont j'avois presque rempli le creuset qui servoit de réceptacle aux petits. Chaque petit creuset avoit un couvercle aplati, fait de même matière & d'un diamètre proportionné. Le tout étoit scellé d'un couvercle propre à garantir de la chûte des charbons les matières en expérience. Ce creuset ainsi arrangé contenoit nos quatre terres résultantes de notre première analyse, savoir la première & la seconde magnésie du sel de Sallenche (nn. 26. 27. 28. §. 4.) les bases des sélénites écailleuse & soyeuse §. 3., & de plus de la magnésie du vrai sel de Boheme pour me servir de pièce de comparaison. Les résultats en sont présentés dans la table suivante.

---

* Mr. Darcet, second mémoire sur l'action d'un feu égal, violent &c. page 33. journal de Physique pour le mois de janvier 1783. Opuscules Chimiques & Physiques de Bergmann page 399. Mr. Achard journal de Physique pour les mois juin & juillet 1783.

TABLEAU des résultats que présente la calcination des premiers produits analytiques des schistes de Sallenche.

Échantillons soumis à la calcination.	Matières: *Leur nature*	*Leur poids* avant la calcination: Gros	*Leur poids* avant la calcination: Grains	*Leur poids* après la calcination: Grains	*Déchets*: Grains	Caractère des résultats.
1.	Magnésie du vrai sel de Sedlitz	$\frac{1}{2}$		18 $\frac{3}{4}$ forts	17 $\frac{1}{4}$ foib.	Fort tendre se divisant dans l'eau, & dissoluble avec lenteur dans les acides.
2.	Magnésie fine du sel de Sallenche	$\frac{1}{2}$		18 $\frac{3}{4}$ foib.	17 $\frac{1}{4}$ forts	Sa dissolution par l'acide vitriolique est un peu plus lente.
3.	Magnésie dure du même sel.		18	6	12	Très-dure, grenelée, faisant masse, & se dissolvant avec peine dans l'acide.
4.	Base de la sélénite écailleuse.		18	10	8	En grande partie réduite en chaux & foiblement effervescente avec les acides.
5.	Base de la sélénite soyeuse.		12	6 $\frac{3}{4}$	5 $\frac{1}{4}$	Idem.

Cette table présente avec évidence l'analogie & l'espèce d'identité qu'ont entr'elles les terres que nous avons désignées sous le nom de magnésie, ainsi que la différence qui se trouve entre ces mêmes magnésies & celles des nn.° 4 & 5, que nous spécifiérons sous le nom de terres calcaires. Il y a comme on voit entre le n.° 3 & les nn.° 1 & 2 une modification qui ne peut dépendre que de l'espèce de combinaison dont j'ai déjà parlé dans la Section 4.me (Chapitre 1.er). Mes réflexions à l'égard du déchet qui y est rapporté, seront senties sans doute dans l'examen de la seconde question.

76. Les caractères les plus frappants qui naissent de cette première expérience sont la conversion des échantillons 4 & 5 en chaux. Pour compléter nos preuves sur l'identité de ces deux bases avec la terre calcaire proprement dite, il s'agissoit de les pousser toutes placées dans le même ordre à un feu capable non seulement de les vitrifier complétement, mais encore de manière qu'il ne restât aucun doute sur l'invitrescibilité de la vraie magnésie.

Je remis donc mes petits creusets dans un double creuset, & comme j'avois assez de place pour un sixième, j'insérai dans ce dernier 36 grains de magnésie obtenue par trois fois plus d'alkali qu'il n'en falloit pour la saturation du sel de Sedlitz employé à la précipitation *. J'arrangeai mes petits creusets dans le sable sur une même ligne. Après avoir mis un grand couvercle sur le double creuset, je le plaçai dans un bon fourneau à soufflet muni d'une calotte de fer de fonte.

* J'expliquerai dans peu les vues de cette préparation par une aussi forte dose d'alkali.

Je donnai pendant 4 ½ heures un feu infiniment mieux soutenu, plus fort & plus concentré que celui que m'avoit donné un fourneau de lithogéognosie d'une bonne construction & d'un effet reconnu. Voyez la coupe de ces deux fourneaux dans les Pl. VI, & VII.

77. Après le refroidissement je trouvai mon creuset affaissé & lézardé en deux endroits; mais l'ordre intérieur de mes petits creusets ne s'en étoit point ressenti. Le grand couvercle adhérant fortement à la partie supérieure des petits creusets, je fus contraint d'en briser les couvercles pour reconnoître les échancrures qui servoient à désigner les matières qui y étoient contenues.

1° Les creusets n'avoient point souffert : leur partie extérieure n'adhéroit point au sable qui leur servoit de bain. Cependant trois d'entr'eux étoient collés par un point de leur surface à une veine de sable qui étoit fritté comme une porcelaine par l'effet d'un mélange de cendres qui s'y étoient insinuées par les fentes du creuset principal; mais l'adhérence de ces petits creusets n'étoit que superficielle & l'intérieur de leur substance n'avoit éprouvé aucun commencement de vitrification.

2.° Le n.° 1. qui contenoit la vraie magnésie, la présentoit vitrifiée en grande partie : on remarquoit des grains jaunâtres dans le centre de la partie vitrifiée; chacun de ces grains qui n'étoient qu'une magnésie à demi-vitrifiée, étoit glacé par une couche de verre & leurs intervalles présentoient autant de petites laves d'un verre blanchâtre & demi-transparent. Le creuset étoit rongé par places jusqu'à la partie occupée par la magnésie avant sa prodigieuse retraite; mais dans la partie

en contact avec la masse du verre l'érosion étoit uniforme.

3.° Le n.° 2. offroit les mêmes résultats accompagnés des mêmes circonstances.

4.° Le n.° 3. montroit également une magnésie vitrifiée en partie ; mais la portion vitrifiée étoit plus claire & plus transparente, & approchoit plus que les précédents échantillons de l'état de vrai verre. Il étoit d'une assez belle couleur d'aigue-marine. On voyoit également dans le centre de la petite masse vitrifiée quelques points jaunes, glacés ou vitrifiés en leur surface, & dont la séparation annonçoit la retraite que la magnésie avoit éprouvée depuis la première action du feu. De même aussi le creuset étoit rongé à la hauteur du verre.

Ces trois creusets sont corrodés dans la partie supérieure où se sont attachées des portions de la magnésie, & l'intérieur de ces rugosités est rempli d'une couche de verre de la plus grande dureté.

5.° Le n.° 4. étoit entièrement vitrifié ; la couleur du verre étoit verdâtre, un peu rembrunie dans sa plus grande épaisseur. Les parois supérieures du creuset n'étoient point rongées comme dans les échantillons précédents ; un vernis vitreux les recouvroit également & il y n'y avoit qu'une médiocre érosion à la hauteur de la masse vitrifiée.

6.° Le n.° 5. renfermoit une petite masse de verre transparent & d'une couleur semblable à celle du précédent.

La terre qui a produit ces deux derniers verres n'est pas susceptible de ce degré de retraite ou du rapprochement des parties qu'on remarque dans la magnésie du sel de Sedlitz;

car ici la partie vitrifiée, quoique produite par la moitié moins de terre que la magnésie employée à l'expérience offroit néanmoins un volume double de celui de nos magnésies. Ainsi l'on pourroit hasarder que la magnésie non calcinée est à la terre absorbante, quant au volume, en raison inverse ce que la terre absorbante étoit à la magnésie avant que l'une & l'autre fussent vitrifiées.

7.° Le n.° 6. contenoit, comme nous l'avons dit, une magnésie extraite du sel de Boheme par une surabondance considérable d'alkali. La dessication en avoit été très-lente & n'avoit laissé qu'une terre dure & grenelée. Cette terre étoit vitrifiée comme le n.° 3., & même dans un degré plus parfait, en ce que la partie vitrifiée étoit transparente & qu'on y voyoit très-peu de ces petits grains jaunâtres dont j'ai parlé précédemment. Cependant la masse étoit plus forte que celle du n.° 3., puisqu'elle étoit d'un demi-gros.

Lorsqu'on a sous les yeux la comparaison de tous ces échantillons, on est intimement convaincu que la surabondance des sels alkalis dans la préparation de la magnésie ne paroît pas influer seulement sur la ténuité de ses parties, mais encore qu'elle porte atteinte à ses caractères essentiels, lorsqu'on la soumet à un feu violent. En effet les nn.° 3. & 6 qui sont des magnésies dures & combinées avec les sels, malgré tous les lavages, nous ont donné des verres plus transparens que les échantillons de magnésie préparée par les doses d'alkali simplement nécessaires à la décomposition du sel à base terreuse.

Nos observations sur cet objet ne se borneront pas à ces premiers effets reconnus; nous verrons en traitant des résul-

tats de la préparation de cette substance par des doses variées d'alkali, que ce n'est pas le seul point de différence qu'on peut y observer, & que les effets qu'on attend de la magnésie, en qualité d'absorbant, dépendent de sa préparation.

78. Nos expériences établissent une distinction très-frappante entre la magnésie proprement dite & les terres qui servent de base aux sélénites soyeuse & écailleuse; mais un caractère, qui jusqu'à présent avoit été inconnu & qui la rapproche des terres calcaires, c'est sa vitrescibilité que les Auteurs modernes lui contestent d'après des essais en apparence décisifs. Les expériences de Mr. Darcet qui s'en est le premier occupé ont été bientôt suivies des recherches de Mr. Macquer. A ces deux autorités respectables se sont bientôt jointes celles de MMrs. Bergmann, de Morveau & Achard de Berlin. La conformité qui règne dans leurs résultats n'a pas dû me décourager, mais elle devoit seulement me rendre plus circonspect. Mon respect pour les Savans que je viens de citer, pour n'être pas aveugle, n'en est que plus sincère. Persuadé qu'on ne prendra pas le change sur la pureté de mes intentions, j'ai cru devoir reprendre ce travail.

J'aurois bien voulu répéter les mêmes expériences sur de la magnésie obtenue de sels pris en divers endroits, n'auroit-ce été que pour rectifier mes idées sur les modifications que je suis porté à admettre dans une terre que la simple précipitation & la calcination ont dû faire regarder comme absolument identique dans tous les sels qui la contiennent *, quel-

* La propriété phosphorescente que j'ai reconnue n'être pas la même dans toutes les magnésies fournies par les sels de Sedlitz, établit déjà une modifica-

que soit d'ailleurs la nature des corps dont ils sont extraits *. Mais outre que ce travail présentoit des longueurs qui passent les bornes d'un mémoire, j'ai cru pouvoir remplir mon objet avec tout le sel dont la décomposition donnoit une magnésie douée de tous les caractères qui la distinguent d'une autre terre. Aussi n'ai-je donné aucune préférence à celui de Boheme sur celui du Faucigny; l'un & l'autre m'a donc également servi.

Mais comme l'alkali fixe contient suivant l'observation de Bergmann des parties hétérogènes dont le mélange avec la magnésie peut en changer les produits, lorsqu'on la traite au grand feu, j'ai eu soin 1.° de purifier le sel de Sedlitz & de ne prendre pour mes expériences que la première cristallisation; 2.° de n'employer que l'alkali-volatil pour en opérer la décomposition; 3.° de ne me servir que de vases d'argent très-fin pour faire ma précipitation; 4.° de ne prendre que de l'eau distillée pour laver la magnésie résultante *.

79. Ces précautions prises, je remplis de magnésie, extraite par l'alkali-volatil & bien sèche, un petit creuset formé d'une pâte réfractaire. Cette magnésie bien pressée ne pesoit que

---

tion qui peut s'étendre jusques sur une résistence plus ou moins grande à la vitrification.

La ténuité de leurs parties qui n'est pas non plus la même dans toutes, quoiqu'elles soient extraites par la même méthode & dans les mêmes circonstances, présente encore un accessoire à la possibilité de la modification. Seroit-elle dépendante des molécules primitives & intégrantes de la magnésie; ou bien ne seroit-elle due qu'au mélange d'une substance inconnue & tellement masquée, qu'on ne puisse en rompre l'adhésion.

* Le sel en décomposition étoit de Boheme.

51 grains dont le volume égaloit celui de 5 gros & 18 grains d'eau distillée.

Je plaçai ce creuset garni d'un couvercle de même pâte dans le fond d'un plus grand creuset qui lui servoit de gazette & que j'avois eu le soin de doubler. Le vuide supérieur à ce petit creuset fut occupé par quatre autres plus petits que le premier & numérotés par diverses échancrures.

Le premier contenoit 24 grains de magnésie précipitée du sel du Faucigny avec une égale quantité de sel alkali de potasse.

Le n.° 2. renfermoit autant de magnésie extraite du même sel avec trois plus d'alkali qu'il n'en falloit pour la précipitation de la terre. Cette terre avoit été soigneusement lavée à l'aide de plusieures eaux bouillantes.

Le n.° 3. contenoit également 24 grains de terre d'alun soigneusement lavée.

Comme j'avois de la place pour un quatrième creuset, je voulus profiter du même feu pour vérifier si les creusets de Hesse pouvoient servir à des expériences délicates, parce qu'on a toujours dû craindre dans les fusions l'influence des points rouges & ferrugineux dont ils sont souvent remplis. Ce quatrième creuset qu'on reconnoissoit à sa forme triangulaire contenoit aussi 24 grains de la même terre alumineuse.

Ces quatre pièces remplissoient à proprement parler le second étage du grand creuset. Je recouvris le tout avec un grand couvercle de bonne pâte qui joignoit parfaitement sur les bords du double creuset. Je l'y fixai avec un lut d'argile pure détrempée pour le défendre de la chûte des charbons avec cette précaution néanmoins de laisser un petit espace sans lut pour donner passage à l'air des vaisseaux, ainsi qu'à l'air

fixe qui devoit se dégager des magnésies. Le creuset ainsi garni, avoit 3 $\frac{1}{2}$ pouces dans son plus grand diamètre.

Je plaçai ce creuset sur un bon culot ou support de deux pouces d'épaisseur dans mon fourneau à soufflet. Le feu a été doux d'abord. Peu à peu son intensité est devenue considérable & telle enfin que j'ai espéré de pouvoir vitrifier complétement la magnésie dans l'espace de cinq heures. Je cessai alors le jeu du soufflet & laissai refroidir le fourneau avant de toucher au creuset.

Le lendemain je le trouvai affaissé & lézardé en deux endroits, mais il n'y avoit que le premier creuset réceptacle qui eût souffert. Le grand couvercle avoit consenti & avoit pris l'empreinte des petits couverts. Ceux-ci avoient également consenti dans l'endroit où le bouton se trouvoit pressé par le poids du grand couvercle ; mais les petits creusets n'avoient nullement souffert par la charge supérieure & tous avoient la place qu'ils occupoient avant l'expérience.

RÉSULTATS.

80. Les résultats de cette fusion, quelque frappants qu'ils soient pour les conséquences qu'on en peut déduire, demandent encore de nouvelles expériences relatives aux magnésies obtenues par des doses variées d'alkali.

1.° Le creuset du fond qui contenoit la magnésie précipitée par l'alkali-volatil, l'a montrée complétement vitrifiée. Le verre en est dur, fait feu avec le briquet & coupe les verres de baromètre sans s'égruger. Il est d'une couleur ci-

tronnée tirant un peu sur celle d'aigue-marine *. On remarque dans le fond un lit d'une matière vitreuse opaque avec des bulles ; probablement que cette matière ne demandoit qu'une demi-heure de feu de plus pour être entièrement vitrifiée & transparente.

Ce verre attaque le creuset ; mais l'érosion n'est pas aussi considérable que dans les creusets des fusions précédentes. Cet effet vient sans doute de la nature du précipitant.

2.° Le n.° 1. qui contenoit la magnésie précipitée par l'alkali fixe a fait également un verre ; mais sa couleur est d'un rouge terne. Une portion de la magnésie est demeurée sous la forme d'une matière vitreuse grenelée & blanche **.

3.° Le n.° 2 qui avoit une magnésie précipitée par une grande dose d'alkali présente également un verre rouge & mieux vitrifié que le précédent.

4.° Le n.° 3. & le creuset triangulaire qui renfermoient de la terre alumineuse n'ont point donné de verre ; mais dans le creuset de Hesse la terre alumineuse y étoit d'un gris très-sale.

La différence qu'on remarque dans la couleur de ces verres de magnésie ne sauroit dépendre que des portions d'un fer très-divisé & fourni par l'alkali précipitant. Quelques-uns de ces sels néanmoins en sont, ou en paroissent exempts, puisque les mêmes expériences répétées sur des magnésies pré-

* Un autre verre que j'ai obtenu d'une fusion précédente étoit d'une belle couleur d'aigue-marine.

** On ne sera pas surpris de l'imparfaite vitrification de ce n.° comparé à la magnésie précipitée par l'alkali-volatil, si on se rappelle que ces derniers creusets étoient plus éloignés que le premier du centre de la chaleur.

parées avec le même sel amer & dans les mêmes circonstances m'ont fourni des verres d'un verd clair. On pourroit peut-être y trouver une seconde cause & l'attribuer aux points ferrugineux qui étoient très-apparens dans le creuset de Hesse; mais il n'en est pas ainsi, parce qu'il n'y a que l'intérieur des creusets de coloré.

Quelque soit la véritable origine de cette couleur, elle ne peut-être attribuée qu'à une matière ferrugineuse volatilisée pendant le travail de la fusion; & ce qui peut aider à constater notre première idée, c'est que le petit creuset qui recéloit le premier échantillon de la terre alumineuse est également coloré dans tout l'intérieur.

Les changemens opérés dans la couleur de la terre alumineuse renfermée dans le creuset triangulaire de Hesse, prouvent assez clairement que la pâte avec laquelle on les forme est impure & ne peut point servir à des expériences délicates. Le fer me paroît être la seule matière étrangère qui soit à redouter dans ces sortes de vaisseaux.

81. Il ne peut donc plus exister aucun doute sur la vitrescibilité de la terre base du sel de Sedlitz. Cette propriété qui jusqu'à présent avoit échappé à toutes les recherches des Chimistes, redressent les conséquences qui sembloient dériver des expériences de MMrs. Darcet, Macquer & de Morveau, & sur tout du tableau des combinaisons analytiques donné dernièrement par l'infatiguable & profond Chimiste de Berlin.

Il est vraisemblable que l'intensité de leur feu ne peut pas souffrir de comparaison avec celui que j'ai donné pour parvenir à la vitrification de la magnésie. J'espère qu'on ne reje-

tera point ce jugement quelque rigoureux qu'il soit, parce qu'il ne peut retomber que sur l'objet & nullement sur la sagacité reconnue des personnes qui ont fait les expériences.

La première idée que je me suis faite des expériences relatives aux combinaisons de Mr. Achard, c'est l'impossibilité de procéder à toutes dans les mêmes circonstances & dans le même tems. On sait combien les vicissitudes de l'air ont d'influence sur le jeu des fourneaux. Le tableau des combinaisons par le feu donné dernièrement par Mr. Achard *, quelqu'exact qu'on le suppose, doit manquer de cette précision mathématique qui seule peut convertir les faits en principes. En parcourant la première table de ces combinaisons, j'ai vu avec surprise annoncer que la magnésie que nous avons pu vitrifier sans addition, n'a pu entrer en fusion malgré son mélange de parties égales de terre spathique **; tandis qu'un mélange de terre spathique & alumineuse a pu être vitrifié dans les mêmes proportions, quoique cette dernière soumise sans addition au feu le plus violent reste constamment réfractaire.

Ce contraste remarquable entre mes essais & les expériences de Mr. Achard semble m'autoriser à regarder comme indispensable la reprise de son travail sur cette matière.

82. La vitrescibilité de la terre sedlitzienne une fois démontrée ne seroit-on pas en droit d'adopter la modification des terres, qui font parties constituantes des sels naturels, en

---

* Mr. Achard, journal de Physique pour le mois de juillet 1783.

** Dans une autre table du même Auteur les mêmes résultats accompagnent, à ce que je crois le mélange de la magnésie avec la chaux de fer. Un des journeaux de Physique pour la même année.

prenant la calcaire pour base principale de la croûte de notre globe? Alors l'on admettroit que ces nouveaux produits seroient d'autant moins vitrifiables qu'ils s'éloigneroient plus de la première base; enfin tel est l'ordre qu'on assigneroit à ces substances relativement à leur propriété vitrescible: 1.° la terre calcaire; 2.° la terre sélénitique ou gypseuse; 3.° la magnésie; 4.° la terre alumineuse; mais cette dernière seroit regardée comme formant le point extrème ou la nature amène des portions de terre calcaire à l'état total d'invitrescibilité.

Et pourquoi retrancherions-nous l'argile de l'échelle des substances terreuses qui tirent en partie leur origine de la terre calcaire? Cette substance se forme tous le jours & presque sous nos yeux. La nature est-elle un seul moment sans action? Elle ne peut être inerte. Sa vie, son activité s'annoncent dans tous les corps, & si elle montre par tout des traces de la destruction, elle y découvre en même tems les germes de nouveaux êtres, & l'élément de nouvelles substances.

83. Quelques Naturalistes anciens voyant qu'il s'opéroit sans cesse sur le globe des destructions & des reproductions toujours renaissantes ont pensé qu'il falloit attribuer cette chaîne de variations à des principes simples & élémentaires, mais diversement modifiés. C'est d'après ce principe qu'ils ont regardé l'argile comme étant la terre qui servoit de base aux modifications de la matiére.

Ce sentiment souvent débattu & relégué dans l'ancienne Physique ne laisse pas que d'avoir quelque chose de grand, plus approfondi peut-être présenteroit-il de nouveaux moyens d'éclairer l'histoire naturelle.

Chaque Physicien forme des conjectures suivant le plan qu'il a adopté : elles sont souvent très-ingénieuses ; mais en faisant autant de systèmes particuliers que la nature présente de faces, l'on s'écarte de sa marche qui étant uniforme, ne sauroit se prêter à des idées particulières.

Ce que j'ai dit plus haut démontre assez clairement ce que je pense sur les argiles que des observations étrangères à ce mémoire me portent à regarder comme se formant & se détruisant sans cesse, & non comme matière primitive & originelle des autres substances du règne dont elles font partie. J'en excepte néanmoins les corps étrangers à leur nature & qui contribuent à en changer les propriétés. Qu'il me soit permis de faire ici une petite digression sur les argiles. Cette espèce de terre me fournit plus que toutes les autres le moyen de faire connoître par analogie les modifications dont les autres terres peuvent être également susceptibles *.

* L'argile proprement dite ne paroît résulter que d'un mélange très-modifié à l'aide du tems & par l'intermède de l'eau. C'est dans le quartz & les sables détruits & atténués, ainsi que dans les terres calcaire, sedlitzienne, végétale & animale que nous devons en rechercher les matières actives & composantes. Chacune de ces substances abandonne ses caractères particuliers & essentiels, prend une nouvelle forme par l'adjonction des nouveaux principes & concourt ainsi à la production d'une substance dans laquelle la finesse & la ténuité des parties constituantes sont des plus grandes.

Les argiles même toutes formées ont encore de la tendance à s'unir à une nouvelle portion de sable, sur tout s'il est très-divisé, & cette union s'opère principalement par l'intermède de l'eau. Les effets de cette union secondaire sont bien sentis par les Potiers de terre & particulièrement par les Chinois qui fabriquent la porcelaine. Ils laissent croupir leur pâte pendant une année au moins avant de la modeler : elle en devient plus propre au tour. Cette liaison qu'acquiert le mélange n'est autre chose qu'un commencement de combinaison qu'une modification, qui dispo-

Tel est en raccourci le tableau des modifications que les résultats de mes expériences m'autorisent en quelque sorte à mettre sous les yeux de l'Académie. Je voudrois qu'il fût possible d'appuyer ces idées d'expériences faites en grand ; mais, pour travailler sur le même plan que la nature, il faudroit être bien sûr de son secret, & avoir ses moyens. Puisque notre impuissance sur cet objet est démontrée, tenons-nous-en aux conjectures que fournit l'analogie.

---

se la terre vitrifiable à la nature argileuse.

Il me paroît vraisemblable que ce sont les dernières substances que nous avons dites entrer comme parties constituantes dans l'argile qui disposent quelques-unes de ses parties à lâcher prise à l'acide vitriolique pour en former l'alun. Les parties quartzeuses y sont sensibles comme l'a observé Mr. Baumé dans son traité sur les argiles; enfin d'après l'examen que j'ai fait d'un grand nombre d'argiles, je puis assurer que je n'en ai vu aucune qui ne contînt un sable plus ou moins divisé. C'est ce sable non combiné qui s'oppose à l'homogénéité des parties, d'où dépendent leur liaison & leur finesse.

Il n'est point de rivière ni de lac dont le fond & les bords ne soient argileux ou ne tendent à le devenir. Il en est de même du bas des hautes montagnes qui peut être regardé comme étant un dépôt de *silex* de quartz très-divisé, enfin de toutes les terres modifiées par la végétation par les insectes & sur tout par l'action de l'eau.

S'il me faut appuyer de preuves les observations auxquelles me conduit ma première idée sur la modification des terres & sur la formation journalière des argiles, je citerai des bancs d'argile de nouvelle création formés sous nos yeux, au-dessus du niveau de l'Arve (Rivière de Genève) & dans des endroits qu'elle occupoit il n'y a pas un siècle. Le limon de cette Rivière est un composé de toutes les terres dont j'ai fait mention.

Si la formation journalière de l'argile s'explique, sa décomposition également successive s'annonce d'une manière bien remarquable. La nature n'a pas borné les argiles aux premières modifications que ses parties constituantes ont dû subir ; elle les appelle encore à une métamorphose dans laquelle elles doivent abandonner les premiers caractères pour en prendre de nouveaux entièrement opposés aux premiers, & pour la rendre une des principales substances qui recouvrent la surface du globe.

Après avoir suivi l'examen de la magnésie, base du sel amer depuis sa formation jusqu'à son dernier point d'analyse, & avoir démontré en elle une propriété qui lui a été contestée jusqu'à présent par les plus habiles Chimistes, je crois qu'il est à propos de nous occuper des diverses méthodes employées pour la décomposition du sel qui la contient & de chercher si toutes ces méthodes peuvent être considérées comme indifférentes relativement aux propriétés de la magnésie qui en résulte. Ces nouvelles recherches ont pour objet la question établie dans la section suivante.

Pour cet effet elle a besoin d'un moyen toujours agissant & elle le trouve dans la végétation. L'argile comme il est facile de le sentir reçoit de la part des élémens & du mouvement de nouvelles impressions & une atténuation qui concourent au développement propre à la végétation. Elle abandonne son caractère distinctif de glutinosité & d'adhérence, se montre sous celui de terre végétale & ajoute insensiblement & toujours en se modifiant à l'épaisseur du *tractus* calcaire qui encroûte une grande partie du globe.

Dans cette mutation de principes & de propriétés les parties quartzeuses qui dans l'argile n'ont point encore subi une élaboration entière & qui par cela même tiennent encore un peu de leur première nature, se réunissent par affinité réciproque, reçoivent elles-mêmes de la végétation un nouveau degré d'atténuation & se confondent avec les substances métamorphosées; mais bientôt entrainées & dissoutes par les sucs qui pénètrent les premières couches, elles cèdent à l'affinité d'agrégation & elles forment des couches ou des rognons siliceux dans lesquels on reconnoit encore les propriétés essentielles qui caractérisent le quartz.

SECTION TROISIÈME

EST-IL INDIFFÉRENT D'EMPLOYER LE VRAI POINT DE SATURATION OU LA SURABONDANCE D'ALKALI QU'ON PRESCRIT ACTUELLEMENT ? LA SURABONDANCE DE CE DERNIER SEL PEUT-ELLE INFLUER SUR LES PROPRIÉTÉS ESSENTIELLES DE LA MAGNÉSIE EXTRAITE ?

84. La préparation de la magnésie est très-connue : ce qu'en ont écrit Black, Bergmann, Macquer & Butini sembleroit me dispenser de reprendre cet objet ; aussi comme on le voit clairement par le titre de cette section, c'est moins à sa préparation en elle-même que je m'attache, qu'au développement des conséquences qui dérivent de la prescription variée des Auteurs dans les doses du sel alkali. Ces premières recherches m'ont conduit naturellement à de nouveaux résultats qui ne peuvent qu'ajouter à l'histoire de cette espèce de terre.

Mr. Bergmann prescrit parties égales de potasse & de vitriol de magnésie pour opérer l'entière précipitation de la terre. Mr. Butini fondé sur de bonnes observations veut, lorsqu'il est question du travail en grand, qu'on ajoute un quart en sus de la dose d'alkali jugée nécessaire à la saturation d'une quantité donnée de sel de Sedlitz : ainsi * en supposant

* J'ai vu des potasses dont il falloit 30 liv. pour décomposer 24 liv. de sel & dans ce cas il faudroit 37 $\frac{1}{2}$ liv. J'avoue néanmoins que la force moyenne des potasses que j'ai employées est de 26 $\frac{1}{2}$ pour 24 liv. de sel sec, condition absolument nécessaire pour la justesse des expériences.

que 24. liv. de potasse soient suffisantes pour décomposer une même quantité de sel, il faut porter le poids de la potasse à 30 liv.

De cette méthode il doit résulter un avantage réel dépendant de la plus grande solubilité du tartre vitriolé dans une liqueur alkaline que dans une liqueur neutre. Le produit en magnésie éprouvant moins d'obstacle à la précipitation cède plus librement aux loix de la pesanteur. Tel est au moins le calcul séduisant que nous offrent les résultats des expériences de Mr. Butini & qui sembleroit devoir balancer les frais de l'alkali surabondant. En supposant que la magnésie obtenue en grand d'après les principes établis est de même qualité que celle qu'on obtient dans des expériences en petit, l'Auteur avoit rempli son but en proposant des moyens pour en augmenter la quantité.

D'un autre côté Margraff avertit de ne pas employer trop de précipitant parce qu'il s'empare d'une partie du produit Les expériences multipliées de MMrs. Bergmann & Butini nous éclairent sur cette dissolution spontanée de la magnésie par l'alkali surabondant; elles nous font voir que ce n'est que l'air fixe qui se portant sur le précipité divisé en opère la dissolution. Mais il me paroît qu'on ne s'est pas encore arrêté sur l'espèce de combinaison que cette magnésie ainsi dissoute par l'air fixe est susceptible de contracter malgré l'ébullition avec le tartre vitriolé qui est emporté par le filtre. On n'a pas fait non plus à ce qu'il me semble assez d'attention à une autre combinaison que cette magnésie ainsi dissoute & unie aux sels vitrioliques ou alkalins, est encore capable de former avec la magnésie précipitée. Alors elle prend des ca-

ractères * qu'on ne rencontre pas dans la magnésie préparée avec la dose d'alkali uniquement nécessaire à la décomposition du sel.

85. De la diversité des idées nait ordinairement celle des principes. L'expérience seule redresse ou fonde l'opinion. Elle demandoit à être fixée sur un sujet qui intéresse d'autant plus la Chimie qu'il devient ou doit devenir un objet de commerce très-étendu, en le calculant sur celui de son utilité en médecine. C'est dans cette vue que j'ai essayé quelques expériences de comparaison qu'on n'avoit pas encore entreprises quoique le sujet semblât les prescrire. J'ai pensé que le meilleur moyen étoit d'opérer la décomposition du vitriol de magnésie avec différentes doses d'alkali surabondant en partant du point de saturation & d'employer pour ces décompositions successives les mêmes procédés & les mêmes précautions.

Pour cet effet j'ai exposé du sel de Sedlitz pendant huit jours à un air sec & je l'ai trituré dans un mortier avant de le diviser en portions égales propres à mes expériences.

La méthode que j'ai suivie dans la décomposition du sel est fondée sur les principes de Blak, Bergmann & Butini. J'ai fait dissoudre séparément le vitriol de magnésie & les différentes doses d'alkali de potasse. Dans chaque expérience j'ai mêlé les liqueurs saline & alkaline bouillantes ; j'ai agité fortement le précipité avec une spatule de bois : après un de-

* Le premier de ces caractères est la dureté ; le second la vitrescibilité qui est plus grande quelle que soit d'ailleurs l'exactitude des lavages que dans la magnésie précipitée dans une liqueur neutre. (Comparez les verres différens dont nous avons fait le rapport, (num. 77.)

mi-quart d'heure d'ébullition, j'ai donné le repos nécessaire pour rendre plus libre la précipitation de la terre qui ne pouvoit pas séparer de la liqueur saline avec une égale facilité dans toutes les expériences que j'avois à suivre. En effet on verra dans la suite que cette observation étoit fondée.

Après ce repos j'ai rapporté sur le filtre le précipité afin d'en séparer la liqueur saline. Cette séparation étant faite autant que cela est possible par cette voie, j'ai détrempé la magnésie dans de l'eau que j'entretenois bouillante pendant quelque tems, & je renouvellois ce procédé tant que le magnésie conservoit des parties salines.

Le but de ces lavages à l'eau bouillante étant d'obtenir la magnésie dans un état parfait de pureté, le nombre ne pouvoit pas en être fixé ; mais la quantité d'eau employée devoit être chaque fois à peu près la même. Cette adhérence plus ou moins grande des parties salines à la magnésie devant nécessairement altérer quelques-unes de ses propriétés, j'ai cru devoir faire connoître dans la table ci-jointe le nombre des lotions nécessaires à la séparation totale des sels. J'ai également indiqué dans la même colonne la quantité d'eau chaude que je versois vers la fin sur le même filtre chargé de la magnésie déjà lavée. Cette addition m'a paru nécessaire pour compléter le lavage. Ainsi par les termes d'eau bouillante & d'eau chaude qui forment la division de la troisième colonne je désigne des procédés dont l'énergie n'est pas la même. Par celui d'eau bouillanre j'entends le mélange de la magnésie & d'eau bouillante tenue sur le feu; par celui d'eau chaude je ne depeins que l'action de verser l'eau chaude sur la magnésie déposée sur le filtre.

T

Numéros des échantillor
1.
2.
3.
4.
5.

TABLEAU COMPARATIF DES PRODUITS RESULTANTS DE LA DÉCOMPOSITION DU SEL DE SEDLITZ PAR L'INTERMÈDE DE L'ALKALI-FIXE, EMPLOYE A' DIFFÉRENTES DOSES.

Numeros des echantillons.	Doses d'alkali employées par chaque traitement sur 8 onc. de sel de Sedlitz.	Lavages réiterés pour dépouiller entièrement la magnésie de ses sels — *à l'eau bouillante sur le feu*		*à l'eau chaude sur le filtre*		Termes du dégagement de l'air pendant l'opération des lavages faits à l'eau bouillante.	Produits de la magnésie sèche.			Caractères variés de la magnésie obtenue suivant les divers procédés & dans l'état de siccité.	Observations qui naissent de ce travail.
		Quantités	Quantités	Quantités	Quantités						
	onces	livres		livres			onces	gros	grains		
1.	10	6	1	1	1	à la première lotion	3.		36.	Elle sèche facilement, présente un grain impalpable, & quoiqu'en plaques, elle se tamise sans aucune espèce de trituration.	La terre se précipite dans la première liqueur après 6 min. de repos.
2.	15	6	1	2	2	idem	3.		60.	Elle avoit le grain très-fin, mais moins doux que la précédente, se tamise sans trituration.	Dans la première décomposition il y a union de l'alkali & des sels avec la magnésie, ce qu'il étoit facile de juger par la lenteur de sa précipitation. Au bout d'un quart d'heure, elle n'avoit encore gagné que la moitié de la masse du fluide.
3.	20	16	2.	6.	1.	à la dernière lotion	3	1.		Dure & rude au toucher d'une blancheur, égale aux précédentes, a besoin d'être triturée.	L'adhesion des sels à la magnésie est encore plus grande que dans le produit précédent. La separation ne s'en fait pas même au bout d'un quart d'heure de repos. Le précipité forme un magma.
4.	30	16	2	6.	1.	à la seconde	3.	1.	très-fort	Malgré l'ébullition qu'elle a subi dans l'eau des lavages, elle est très-dure & peu friable. Le travail de sa retraite s'annonce par des fentes.	Le caractère d'adhérence des sels à la magnésie est encore plus marqué dans cette expérience que dans les précédentes. L'eau ne sauroit s'en séparer, même au bout de demi-heure de repos. Privée de son eau par la filtration, elle présente un volume pour le moins 4 fois plus considérable que le N. 1. Il forme un magma de couleur opale.
5.	40	1 .. 12 2 .. 10 3 .. 10 32	3.	2.	1.	Sur la fin de la seconde lotion & pendant la troisiéme	3.	1.		Beaucoup plus dure & plus volumineuse encore que la précédente. Il faut la piler pour pouvoir la réduire en poudre, & cette poudre quoique passée au tamis ne devient pas impalpable.	Ce mélange rencherit encore sur le précédent par rapport à l'union des parties. Le magma en est fort epais & d'un coup d'oeil semblable à la porcelaine grossière de Réaumur. Une heure de repos ne laisse rien précipiter. La liqueur mousse en filtrant & le précipité retient opiniatrement au moins la moitié de l'eau employée à sa préparation. En général les précipités du sel de Sedlitz sont d'autant plus difficiles à sécher que la liqueur alkaline est plus chargée.

(N.) L'effet dont il est ici question, n'a lieu que lorsqu'il se trouve une surabondance d'alkali fixe. Alors la magnésie demande pour se sécher la chaleur de l'étuve & acquiert en même tems une dureté proportionnée.

M.m. de M Tingry

Les doses du sel de Sedlitz ont toujours été les mêmes, c'est-à-dire de huit onces : mais il n'en est pas de même de celles de l'alkali *. Celles de l'eau employée pour la première dissolution des matières en expérience ont constamment été de quatre livres par huit onces de sel de Sedlitz, & de huit livres pour chaque dose d'alkali désignée dans la seconde colonne. (Voyez la même table ci-devant.)

Cette table me paroît suffisante pour démontrer la forte adhésion des sels avec la magnésie dans tous les cas où il se trouve une surabondance d'alkali précipitant. Le terme du départ de l'air fixe par l'ébullition étant absolument dépendant de cette adhésion il ne pouvoit pas être le même dans toutes les expériences; conséquemment il désignoit dans le produit des causes de résistence dont il étoit important de déterminer la durée.

Je n'ai pas cru devoir porter plus loin les variétés des doses d'alkali sur une quantité toujours égale de sel de Sedlitz. Les résultats que renferme le même tableau, ainsi que les observations qui ont suivi les expériences, suffisent je crois

* J'ai répété trois fois les expériences rapportées dans le tableau comparatif ci-devant, & dans ces expériences les doses de l'alkali nécessaire au point de saturation n'ont pas toujours été les mêmes, parce que je me suis servi de potasses différentes. Dans les derniers procédés il m'en a fallu 10 onces pour décomposer huit onces de ce sel dans une liqueur neutre. Mes recherches ayant eu en vue le travail de la magnésie en grand, j'ai cru ne devoir employer que la potasse & non l'alkali purifié.

Je dois également avertir qu'avant de reconnoître le poids des produits, je les ai exposés pendant 36 heures dans une étuve quoiqu'il ayent été séchés à part après leur extraction Cette précaution obvioit aux différences qui auroient pu provenir de leur aptitude plus ou moins grande à repomper un peu de l'humidité dite de l'air.

pour prouver d'une manière incontestable l'union de l'alkali avec la terre précipitée & vraisemblablement avec une portion du tartre vitriolé résultant, & que cette union communique à la magnésie des caractères qui lui sont étrangers & qui en altèrent les qualités essentielles, telles que sa finesse, sa légéreté en même tems qu'elle accélère sa vitrification comme nous l'avons vu précédemment. Cette combinaison des trois principes est assez évidemment démontrée par le poids des produits de la magnésie traitée à fortes doses d'alkali. Il a toujours surpassé celui d'une magnésie extraite dans une liqueur neutre malgré la perte inévitable qui a dû résulter des lavages réitérés à l'eau bouillante & à l'eau chaude.

86. Quelque différence que nous ayons pu remarquer dans les caractères extérieurs des magnésies obtenues par ces diverses méthodes, nous étions encore loin d'avoir épuisé la matière; & quoique les résultats de nos vitrifications précédentes fussent en quelque sorte décisifs, il pouvoit rester encore des doutes sur les changemens occasionés par l'union des sels avec la magnésie. C'est ce qui m'a engagé à tenter une nouvelle analyse de nos cinq magnésies en employant le feu de calcination & celui de fusion, & même à suivre leurs combinaisons avec l'acide vitriolique après avoir été calcinées.

Par la première méthode nous devions nécessairement nous rapprocher des résultats obtenus dans nos précédentes expériences, & même établir une sorte d'identité entre nos magnésies traitées à fortes doses d'alkali & celles qui sont indiquées dans la première table pag. 67. Par le second moyen nous nous mettions à même de saisir les modi-

fications résultantes de celles de la terre même en suivant l'ordre de cristallisation qui pouvoit en dépendre.

La première condition à observer par rapport à ces expériences regardoit le degré de dessication des matières à employer : il devoit être égal dans les cinq échantillons ; je les exposai donc pendant douze heures dans une étuve dont la chaleur devoit les pénétrer uniformement. J'en pris 50 grains de chacun ; je les mis dans de petits creusets rangés de niveau dans un autre creuset, avec les précautions que j'ai déjà indiquées. Après $\frac{1}{4}$ d'heure d'un feu de calcination très-vif, je reconnus leur état & leur déchet.

Il n'est pas inutile de rappeler que ces échantillons quoique d'un poids égal, n'étoient pas tous d'un même volume. Il étoit plus grand en raison de la dureté de leurs parties. Cette augmentation extraordinaire ne pouvoit venir que de l'interposition des parties aqueuses fortement retenues par la combinaison des principes salins avec la magnésie dans le tems même de sa préparation. Ce sont ces entraves que l'eau éprouve qui rendent très-lente la dessication de ces espèces de magnésie, & qui après le desséchement même les laissent dans cet état volumineux. Mais après $\frac{1}{4}$ d'heure d'un feu dont le degré est comparable à celui que donneroit pendant une heure & demie un fourneau à vent surmonté de six pieds de tuyaux, tous ces échantillons étoient réduits à peu de chose près au même volume, & ce volume étoit tel qu'il ne passoit guères le tiers de celui du n.° 1. avant la calcination. Leurs parties par le rapprochement formoient une espèce de fritte au premier degré.

87. Quoiqu'alors l'état de ces matières eût rendu plus difficile leur dissolution dans les acides, il étoit important de ne point la négliger parce qu'elle devoit montrer, si la terre précipitée dans une liqueur fortement alkaline étoit capable de faire paroître dans l'acide vitriolique des caractères différens de ceux qu'on remarque dans une magnésie traitée dans une liqueur neutre : enfin il s'agissoit de savoir si la dissolubilité des derniers précipités étoit plus ou moins grande en raison de leur dureté.

Je versai donc six gouttes d'huile de vitriol très-pure & concentrée sur six grains de chacun des échantillons mêlés à une demi-once d'eau distillée dans de petits verres de figure conique. Je doublai même l'expérience dans la vue de connoître si les résultats seroient différens lorsque le véhicule ne seroit que de l'eau simple. Je couvris les verres avec du papier & les laissai à l'évaporation insensible dans un endroit tranquille & nullement exposé au soleil. Au bout de trois mois les matières étoient à sec & montroient à découvert les résultats détaillés dans la table suivante.

88. Enfin la vitrification tentée sur nos cinq échantillons me présentoit le dernier terme d'analyse, par lequel je pouvois rapprocher toutes les comparaisons précédentes. Je ne doutois pas que pour les faire avec fruit, il convenoit de ne porter le feu, s'il étoit possible, qu'au degré nécessaire à la vitrification complète des nn.° 3, 4 & 5 comme ne devant opérer qu'un commencement de vitrification dans le n.° 1. Mes petits creusets de composition étant tous employés, j'en pris de ceux de Hesse; mais ce qui s'est passé dans cette expérience me prouve qu'ils ne conviennent pas pour les matières

TABLEAU D'EXPÉRIENCES RELATIVES À LA CALCINATION DE LA MAGNÉSIE ET A SON TRAITEMENT PAR L'ACIDE VITRIOLIQUE CONCENTRÉ

Échantillons de 50 grains l'un.	Etat des magnesies en expérience		Déchets sur chaque echantillon	Cristallisation de ces differentes magnesies opérée par l'intermède de l'acide vitriolique à la dose de 6 gouttes pour 6 grains, & etendu dans demi-once d'eau.		Effets d'un feu vif & soutenu pendant 4 heures sur ces magnésies à la dose de 25 grains.
	Après une parfaite dessication.	*Après la calcination d'un feu vif de trois-quarts d'heure*	grains	*Avec l'eau ordinaire*	*Avec l'eau distillée.*	
1.	En poudre impalpable . . .	Elle s'étoit un peu durcie.	29. . .	Le tour du verre ne présentoit que de très-petites aiguilles allongées & tenant le milieu entre le sédiment & la cristallisation. Le fond du vase n'étoit point glacé. La surface du precipité étoit recouverte d'une pellicule gercée, ce qui provenoit de sa retraite après une dessication complète.	Sur un fond glacé & strié se présentent: 1° 2 petits cristaux transparens formant un parallélogramme terminé en pointe de diamant: 2° une demi sphère dont la section offre un coup d'oeil chatoyant & d'une cristallisation aiguillée comme la belrumite. 3° Un cristal irrégulier dont 2 faces ont une ligne & un quart. 4° les filets appliqués aux parois du verre égalent le niveau de la liqueur.	Vitrifié plus tard que les suivans, & n'a pas eu le tems de percer entièrement le creuset.
2.	D'un grain moins fin . . .	Idem.	28 ½ .	1° Beaucoup de cristaux très-apparens & dont le plus grand a au moins une ligne & demie dans sa plus grande largeur. Ce sont autant de prismes exagones, tronqués & dont les pans sont irréguliers. Il s'y trouve aussi quelques tremies solides. 2° Un cristal terminé par deux faisceaux divergens & aboutissans à un point commun. Voyez la fig. 8 de la première pl. (dans la traduction des op. de Bergman). 3° Les parois du vase étoient couverts d'une cristallisation moirée & peu distincte.	1° Un seul cristal demi-sphérique de près de 3 lignes de diamètre s'est détaché facilement du fond qu'il occupoit. Sa section étoit glacée, chatoyante & offroit au coup d'oeil une petite sommité composée de filets divergens. La partie convexe de ce cristal étoit hérissée de petites pointes. La cristallisation des parois du verre étoit matte & peu apparente.	S'est entièrement vitrifié & le verre s'est perdu dans la couche de sable, qui portoit une plaque d'une porcelaine refractaire.
3.	Dure & rude au toucher . .	Plus dure que les précédentes . .	28. . .	Cet échantillon ne présente que des principes de stries, qui s'étendent sur les parois du verre. La croûte du précipité est matte, médiocrement solide & tendante à la cristallisation.	Un grand nombre de cristaux en prismes exagones, applatis & irréguliers. Quelques-unes présentent des principes de faisceaux divergents & partant d'un autre commun. Les parois du verre ne présentoient aucunes stries.	Idem. Le verre s'est étendu sur la plaque.
4.	Très-dure & peu friable . .	Encore plus dure & à peine friable	28. . .	C'est une incrustation matte, à peu de chose près, semblable à celle du N. 4 avec l'eau distillée. La seule différence, c'est que les faisceaux ne donnent à la masse qu'une apparence de stries au lieu que ce caractère est plus fortement prononcé dans l'échantillon du N.° qui vient d'être cité.	Une incrustation solide & brillante se montre un peu au-dessous du niveau qu'occupoit la liqueur. Cette incrustation prend progressivement de l'épaisseur vers le fond du vase. Elle est fortement sillonée par des faisceaux de longs prismes mats, qui se prolongent presque tous en spirale vers le centre du verre. La partie inférieure des prismes est très-renflée & arrondie en manière de massues.	Idem
5.	Beaucoup plus dure & volumineuse	Extrêmement dure . . .	idem . .	Quelques stries assez apparentes s'étendent jusqu'au premier niveau de la liqueur. Le fond du vase est couvert d'une masse très-luisante & glacée, sur laquelle reposent quelques cristaux en prismes exagones, applatis & irréguliers. On apperçoit aussi quelques portions de sphère hérissées de petites pointes.	Des stries très-déliées se prolongent depuis le premier niveau tracé par le fluide. L'on apperçoit sur ces stries quelques groupes de cristaux; les uns en prismes applatis & irréguliers, & quelques-unes à peu près semblables à la section hémisphérique du N. 2. Quelques demi-sphères très-petites, luisantes & sans aspérités, du moins qui fussent apparentes.	Idem
				N.a Une même quantité de magnésie calcinée à un feu très-doux s'est parfaitement délavée dans l'eau pendant le mélange, & l'a blanchie, tandis que les autres échantillons se sont précipités en masse, sans troubler l'eau. Par l'une & l'autre méthode le précipité obtenu étoit assez dur; les parois du verre étoient couvertes de filets cristallisés en végétation.		

Mém. de M. Tingry

vitrescibles. Le tableau suivant renferme l'ensemble des résultats de ces expériences.

89. Le but principal qui m'a porté à rédiger sous la forme de tableau les expériences précédentes & leurs résultats a été de rendre plus sensibles les variétés de caractères attachées à chacun des produits. Le même coup d'œil pouvant les rassembler toutes sans peine, l'examen en est plus libre & plus fructueux. Cette marche en effet me dispense de m'étendre trop sur chaque objet. Je me contenterai donc de faire observer que plus les échantillons conservent de dureté après leur dessication, & moins ils éprouvent de déchet dans la calcination. Cet effet peut avoir deux causes différentes : 1.° la chaleur qu'on est obligé de donner à ces magnésies pour les dessécher entièrement : 2.° l'adhésion d'une matière saline non aérée. Ces variétés doivent suivre nos échantillons jusques dans leur vitrification. Ils doivent faire des verres d'autant plus facilement que leur nature est aussi plus rapprochée de l'état salin. En effet le n.° 1. en se vitrifiant, le dernier à dû ménager le creuset plus que les suivans.

Quant aux résultats des combinaisons de nos diverses magnésies avec l'acide vitriolique, il est aisé d'en sentir l'importance. Ils ont été assez suivis dans les deux méthodes. Ainsi l'emploi de l'eau distillée n'a pas eu sur celui de l'eau simple une supériorité bien frappante ; mais une des circonstances qui paroissent liées à la nature même des matières combinées, c'est que les cristaux ne commencent à prendre d'autres figures que la prismatique aiguillée, quoiqu'elle paroisse affectée de préférence à cette sorte de combinaison, que dans les échantillons pour la préparation desquels nous avons

employé l'alkali en surabondance. Un seul de ces échantillons (le n.° 4. a paru s'éloigner de la marche des nn.° 3. & 5.); & j'ignore à quelle circonstance particulière nous devons attribuer son défaut de cristallisation.

On ne sauroit conclure de ces expériences que plus les échantillons sont disposés à former avec l'acide vitriolique de gros prismes ou des parallélogrammes, & plus aussi ils ont de la tendance à abandonner la forme prismatique aiguillée, parce que dans presque tous les verres on remarquoit des traces plus ou moins sensibles de filets prismatiques qui en rendoient l'intérieur comme moiré & chatoyant. D'ailleurs nos grands cristaux ne s'éloignent de la figure du vrai sel de Sedlitz que par un plus grand nombre de pans.

Cette dernière observation vient encore à l'appui de l'explication que j'ai donnée sur la modification du tartre vitriolé résultant de la décomposition du sel de Sallenche; (premier chapitre , section quatrième .) En effet si alors la cristallisation participoit en même tems de la pénétration réciproque du tartre vitriolé formé dans le moment de la précipitation & de la magnésie dissoute par l'air fixe, nous avons quelque raison de conclure que la magnésie précipitée par une dose surabondante d'alkali, doit former dans l'acide vitriolique une combinaison non moins intime de plusieurs principes, parce que l'acide y trouve les matériaux nécessaires pour produire un sel qui participe en même tems de la nature essentielle & particulière des deux bases.

Quoique les résultats de ces dernières expériences soient entièrement opposés à l'énoncé de Mr. Bergmann relativement à la combinaison de la magnésie calcinée & de l'acide

vitriolique *, ils ne présentent cependant aucun contraste dans les conséquences générales qu'il a tirées de ses observations. Il est à présumer que la cause principale qui a pu concourir à cette variété de cristallisation ne se trouve que dans la surabondance de l'alkali employé dans la préparation de nos échantillons. Il est impossible de se refuser à cette opinion lorsqu'on passe de l'examen des cristallisations produites par les derniers échantillons à celui du n.° 1. & de la magnésie traitée à un feu doux. (Voyez la note de la table.)

90. Les conséquences qui naissent des expériences, dont j'ai donné le détail dans le corps de ce dernier chapitre, sont vraies, quoiqu'elles soient en opposition aux conclusions de Mr. Butini relativement à la quantité d'alkali à employer pour la préparation de la magnésie en grand. Quelle est donc l'expérience qui devient la base de ces conclusions? la voici; *une solution de magnésie mêlée à l'alkali végétal en liqueur se trouble au douzième degré de chaleur, tandis que cette même dissolution mêlée à d'autres sels demande pour se troubler un degré de chaleur bien supérieur à celui-ci* **.

Quelque justes que soient les principes établis par l'observateur que je viens de citer, lorsqu'il est question d'une magnésie dissoute, mais sans mélange de sels étrangers, il ne

* Jusqu'à présent Mr. Bergmann est le seul Chimiste qui ait examiné l'ordre de cristallisation de la magnésie calcinée unie ensuite à l'acide vitriolique : Suivant cet Obsesvateur c'est le même que celui qu'on remarque dans la combinaison du même acide avec une magnésie non calcinée. (Voyez opuscules Chimiques & Physiques, §. 3. pag. 397.)

** Nouvelles observ. & recherches analyt. sur la magnésie du sel d'Epsom. Butini page (95).

pouvoit cependant pas prononcer strictement sur les propriétés de ce même alkali employé en surabondance dans la précipitation de cette terre. On ne peut plus ignorer que la combinaison des sels résultans de l'opération même, doit produire des effets différens qui communiquent aux principes en action une force modifiée & en quelque sorte étrangère aux propriétés qu'on leur reconnoît, lorsqu'ils agissent séparément : 1.° l'alkali diminue la solubilité de la magnésie, cela est conforme à la doctrine de Mr. Butini : 2.° le tartre vitriolé trouve à l'aide de ce même alkali une propriété dissoluble qu'il n'a pas, lorsqu'il est seul. 3.° Ainsi dissous il augmente la solubilité de la magnésie précipitée, & cette dissolution est d'autant plus rapide qu'elle est extrémement divisée.

En prenant le milieu de tous ces effets attendus, il doit résulter une dissolution partielle de magnésie, ou une adhésion intime entr'elles & les sels qui occupent là liqueur sursaturée. Cette adhésion entre des principes de différente nature, cette combinaison modifiée des trois corps est démontrée par les résultats de mes expériences. Ainsi les conséquences que Mr. Butini a pu tirer d'un fait isolé sur la magnésie pour les appliquer à sa préparation en grand, avoient besoin de nouvelles recherches qui pussent en constater la justesse, ou ramener le Praticien à l'ancienne méthode de n'employer que le point fixe de saturation dans la préparation de la magnésie.

En effet les résultats qui naissent du simple mélange d'une liqueur alkaline avec de la magnésie, quelque divisée qu'elle soit, ne sont ni peuvent être les mêmes que ceux qu'on

remarque après le mélange du sel de Sedlitz avec le même alkali. Dans le premier cas le sel alkali occupe l'eau sans éprouver lui-même ce changement; dans le second cas il est dépouillé de son acide gazeux par une force majeure & l'acide aérien dégagé de sa première base se combine avec la magnésie dont il dispose une partie à s'unir avec le tartre vitriolé résultant.

91. Quelques expériences rapportées dans le premier chapitre de mon mémoire rendoient cette assertion plus que vraisemblable. Pour en être intimement convaincu, je devois répéter à froid quelques mélanges, dans lesquels la disparition de la magnésie annoncée par le célèbre Margraff avoit été de nos jours uniquement attribuée à l'action de l'air fixe. Comme ces moyens sont simples, je les rapporte dans le même ordre qu'ils ont été mis en usage.

1.° Je mélange à froid quelques gouttes de dissolution de sel de Sedlitz & de liqueur alkaline en excès au point de saturation: il se fait d'abord un précipité, mais incontinent après il disparoît. Mr. Bergmann ainsi que les Auteurs modernes attribuent cette disparition du précipité à une dissolution de magnésie opérée par l'acide aérien dégagé de sa base alkaline par l'acide vitriolique du sel d'Epsom: mais cette même dissolution, dans laquelle le précipité s'est dissous, devient trouble dans l'intervalle de quelques secondes: les parois du verre se couvrent d'une pellicule rude au toucher & qui annonce l'adhérence d'une cristallisation. Cette cristallisation peut s'attribuer au tartre vitriolé, malgré l'excès d'alkali qui en facilite la dissolution. Pour nous mettre à couvert de ce soupçon modifions les doses de l'expérience.

2.° Je fais le même mélange que le précédent ; mais au moment même de la disparition du précipité, j'ajoute autant d'eau distillée qu'il y a de liquide en expérience. Malgré cette addition qui doit étendre le sel supposé, la liqueur se trouble de nouveau & aussi promptement que la précédente : enfin les résultats en sont les mêmes. La quantité du fluide ajouté pouvant n'être pas assez grande, il étoit important de modifier encore les doses de cette expérience.

3.° J'ajoute sur demi-once du premier mélange sursaturé & immédiatement après la disparition du précipité deux onces d'eau distillée; mais elle se trouble en raison de la quantité de l'eau additionnée & la liqueur précipite en quelques minutes.

Tous ces effets résultans de ces combinaisons sont absolument neufs & portent à penser que la disparition de la magnésie dans une liqueur alkaline ne dépend pas seulement d'une dissolution de la part de l'air fixe, puisque l'alkali surabondant à la quantité d'acide contenue dans le sel de Sedlitz ne peut pas le perdre ; mais encore qu'elle dérive de la combinaison compliquée que mes essais ont rendu sensible & qu'il est encore possible de suivre par de nouveaux moyens. Je veux parler de l'emploi de l'alkali caustique.

4.° Je prends donc 30 gouttes d'une dissolution de sel de Sedlitz presqu'au point de cristallisation par le refroidissement & le repos ; je mêle l'alkali caustique au point de saturation (15 gouttes m'ont suffi) & un peu d'eau distillée. Il se fait un précipité très-blanc & assez volumineux. Ce précipité conservé dans la liqueur devient une pièce de comparaison pour les précipités suivans.

5.° Le mélange de 30 gouttes de liqueur sedlitzienne, de demi-once d'eau distillée & d'un poids égal de liqueur alkaline caustique a d'abord fait paroître un précipité gélatineux & demi-transparent; mais étant agité avec quelques brins de paille, il se divise au point qu'il paroît dissous. La liqueur n'est que foiblement nébuleuse & elle a une couleur citrine: cependant dans l'intervalle d'une demi-heure il se forme un précipité rare & d'une transparence encore au-dessus de celle qu'on remarque au précipité de huit onces de sel & de 40 onces de liqueur alkaline ordinaire.

6.° Quinze gouttes de dissolution de sel de Sedlitz, mêlées à demi-once d'alkali caustique, présentent d'abord le même précipité que le précédent; mais quelques coups de pailles suffisent pour lui procurer cette division voisine de l'état de dissolution. En ajoutant deux onces d'eau distillée au moment même de cette division, la liqueur perd insensiblement de son opacité; elle reste légérement nébuleuse d'une couleur ambrée & elle ne forme des filandres qu'au bout d'une demi-heure; encore sont-elles demi-transparentes.

7.° Je porte sur le feu un mélange de 20 gouttes de dissolution de sel de Sedlitz, & de demi-once de liqueur alkaline caustique, parfaitement divisé au moyen des pailles dans une égale quantité d'eau distillée; mais la chaleur de l'ébullition ne hâte pas la précipitation; la liqueur jouit de toute sa demi-transparence pendant l'expérience; enfin elle sort du feu dans le même état quelle étoit avant, si on a soin de restituer le fluide évaporé.

Il me reste un dernier moyen pour prouver que la disparition de la magnésie dans une liqueur alkaline ne dépend

pas uniquement d'une dissolution discrète de la part de l'air fixe dégagé de l'alkali, mais qu'elle tient encore à la combinaison compliquée dont j'ai fait mention. Le voici.

8.° Je verse sur un peu de dissolution sedlitzienne de l'alkali de potasse en liqueur au point de faire disparoître le précipité comme dans l'expérience n.° 2. (page 96.) Je noye le mélange avec de l'eau distillée : il blanchit en raison de la quantité d'eau plus ou moins grande. Après cette immersion je sature l'alkali surabondant avec de nouvelles doses d'acide vitriolique libre *. Les premières portions de l'acide n'éclaircissent point la liqueur; c'est cependant ce qui devroit arriver si l'opacité étoit produite par l'interposition des parties divisées de magnésie; l'air fixe dégagé en abondance en opéreroit la dissolution.

Arrivé au point le plus proche possible de la saturation, je présente de l'alkali caustique, & il se forme des flocons, parce que l'air fixe surabondant dans la magnésie dissoute se porte par préférence sur l'alkali qui en est privé. Je dis qu'il n'y a que l'air fixe surabondant à son point de saturation avec la magnésie qui se porte sur l'alkali caustique, parce que le précipité, qui se forme dans la liqueur même, dégage encore des bulles lorsqu'on lui présente de l'acide vitriolique.

* Dans ces expériences délicates & qui demandent des mains exercées à ces sortes de mutations, c'est le goût de la liqueur qui doit déterminer le point approchant de la saturation de l'alkali. J'ai conservé cette liqueur dans un état plutôt alkalin que neutre, & alors elle est très-légérement nébuleuse. La magnésie existe encore comme magnésie dans le fluide, & l'acide qu'on ajouteroit trouveroit encore des portions alkalines avant de se porter sur la terre.

Il s'en faut de beaucoup que ce précipité soit formé par la totalité de la magnésie qu'on peut retirer de la qualité du sel employé dans l'expérience.

Si en place d'alkali caustique j'emploie de la liqueur de potasse ordinaire, il n'y a point de précipité *; mais si sur ce mélange non précipitant je verse quelques gouttes d'alkali caustique, il s'en fait un.

Le point de doctrine qui regarde la dissolution de la magnésie par l'air fixe seul dans le tems de sa précipitation, est assez combattu par les résultats des combinaisons de l'alkali caustique avec une dissolution de sel de Sedlitz, & même par les expériences dans lesquelles l'alkali végétal aéré a été employé en surabondance. Néanmoins je suis éloigné d'admettre que cette dissolution puisse avoir entièrement lieu dans une liqueur alkaline sans le concours de l'air fixe. Je ne présente ces expériences que comme tendantes à prouver que l'air fixe & l'alkali exercent sur elle une force *concomitante* qui la dispose à une combinaison particulière à laquelle la magnésie apporte des modifications dépendantes de sa nature.

En effet que pourroit-on conclure de ces dernières expériences sinon qu'il y a dans une précipitation faite à froid non seulement dissolution de la magnésie par l'air fixe, comme l'ont observé MMrs. Bergmann & Butini; mais qu'il existe encore, entre l'alkali, le tartre vitriolé & la magnésie dissoute, une autre combinaison qui ne peut-être rompue en totalité

* Cependant mes liqueurs fixoient le thermomètre de Reaumur au 17 degré au-dessus de zero.

par l'addition de l'alkali caustique. Cette dernière vérité se démontre par la petite quantité du dernier précipité.

En augmentant les doses de cet alkali caustique, on retomberoit dans l'inconvénient désigné par les expériences sur l'excès d'alkali, & il n'en résulteroit qu'une liqueur sale dont la précipitation ne seroit pas sensible d'abord. (La concentration de ma liqueur caustique est celle qui est prescrite dans les dispensaires pour la formation des savons).

92. Cette théorie qui vient un peu au devant de celle de Mr. Margraff est absolument étrangère, j'ose même dire opposée aux expériences qui ont servi de base a Mr. Butini pour admettre que les sels alkalis diminuent la solubilité de la magnésie. L'alkali de potasse ajouté au dernier mélange n'a rien précipité. L'alkali caustique n'est pas demeuré sans effet; mais une plus grande dose communique à la magnésie précipitée des caractères qui annoncent l'espèce de combinaison dont nous avons déjà parlé.

Cet effet n'a lieu qu'en dépouillant la magnésie de la surabondance de l'air fixe qu'elle prend dans le moment de sa précipitation; il augmente en elle la propriété d'être dissoluble dans l'eau du mélange & nous pouvons enfin le considérer comme le *medium junctionis* de la terre avec l'alkali & le tartre vitriolé * L'addition d'un alkali non caustique est

* Je dois au hasard seul la connoissance d'une autre preuve qui fortifie la conjecture que l'air fixe uni en surabondance à la magnésie sert de *medium* dans l'union de la terre avec les sels contenus dans la liqueur, ce qui constitue alors un sel composé de trois principes dont j'ai fait mention dans le premier chapitre.

J'avois réuni toutes les premières

donc inutile dans la préparation de la magnésie en quelque dose qu'ont la prépare, parce que ne pouvant pas se charger d'une plus grande quantité d'air fixe qu'il n'en contient, ni rompre l'agrégation des trois principes qui constituent la nouvelle combinaison, il ne peut en aucune manière augmenter le produit du précipité. Il est même à présumer que c'est cette combinaison, qu'on ne peut pas détruire en totalité même par une longue ébullition, qui empêche qu'on ne retire un peu plus de magnésie d'une quantité donnée de sel.

Les divers résultats dont il est aisé de saisir l'ensemble dans les deux tables qui font partie de la section troisième du troisième chapitre ainsi que les combinaisons détachées dont j'ai cru devoir les appuyer, suffisent à ce que je pense pour fixer l'opinion sur les deux questions que je me suis proposées relativement à la préparation de la magnésie. Les conséquences qui en dérivent sont assez senties, & elles m'autorisent à regarder la surabondance d'alkali dans cette préparation non seulement comme incapable d'augmenter le produit du précipité, mais même comme lui étant très-

liqueurs qui avoient servi aux diverses préparations de magnésie avec excès d'alkali, & je cherçois par économie à les neutraliser avec de nouvelles doses de sel de Sedlitz; mais dans l'instant du mélange des deux liqueurs, il s'est fait une effervescence si considérable que la moitié du mélange s'est perdue dans les cendres.

Cette effervescence inattendue ne peut-être due qu'au transport de l'acide vitriolique sur l'alkali très-aéré alors par sa combinaison avec la magnésie. Si l'alkali avoit été isolé de la magnésie dissoute & s'il n'y avoit eu aucune combinaison entr'eux, le transport de l'acide de mon nouveau sel auroit été simple & sans aucune effervescence comme dans les mélanges ordinaires de sel de Sedlitz & d'alkali.

nuisible en ce qu'elle favorise entre la magnésie & le tartre vitriolé une combinaison entièrement rebelle aux lavages réitérés même à l'eau bouillante. Il résulte alors de cette combinaison un caractère de dureté & un degré de fusibilité qu'on ne remarque pas dans une liqueur neutre. Enfin comme le travail en grand est toujours suivi de résultats qui diffèrent un peu de ceux qui naissent des expériences en petites doses, j'ai pensé que l'Académie ne verroit pas avec indifférence la description d'une préparation de magnésie en grand que douze années de pratique m'ont rendue familière.

SECTION QUATRIÈME.

PRÉPARATION DE LA MAGNÉSIE DU SEL DE SEDLITZ EN GRANDES DOSES.

93. 1.° Mes doses ordinaires sont de 25. liv. de sel à base terreuse & depuis 25 liv. jusqu'à 30 liv. de sel alkali de potasse suivant sa pureté & son degré de sécheresse.

2.° Je fais fondre cette potasse dans environ 60 liv. d'eau bouillante; je laisse refroidir la dissolution pour faciliter le dépôt & la cristallisation d'une partie du tartre vitriolé; je passe la liqueur claire au travers d'un linge propre & je jette sur un filtre le sédiment qui est toujours fort-abondant, je le lave à deux reprises dans un peu d'eau pour en détacher les parties alkalines que je joins à la première liqueur décantée. Telle est mon eau alkaline.

3.° D'un autre côté je fais fondre mon sel dans 60 liv. d'eau de fontaine & je passe la dissolution par un linge pour

en séparer les pailles qui s'y trouvent souvent mêlées. Si le sel n'est pas parfaitement pur & qu'il contienne un peu de sel marin à base terreuse calcaire, je verse sur cette dose une once ou deux d'acide vitriolique & je laisse à la liqueur le temps de précipiter la sélénite qui résulte du mélange.

4.° Je place mes deux dissolutions sur deux fourneaux & je leur donne la chaleur de l'ébullition. A ce point j'en fait le mélange sur le feu & je l'agite fortement & en tous sens avec une large spatule de bois pour faciliter le dégagement de l'air fixe & la division de la terre précipitée.

5.° Après cette première division je prends une portion du précipité que je verse sur un de mes carlets de toile pour reconnoître le vrai point de saturation. A cet effet je reçois la liqueur saline filtrante dans deux verres; je jette dans le premier un peu de liqueur alkaline. S'il n'y a point de précipitation, je juge que la quantité du sel n'est pas excédante à celle de l'alkali; dans le second verre je mélange quelques gouttes de dissolution de sel de Sedlitz. Lorsqu'il ne se forme aucun nuage, c'est pour moi le signe que la saturation est au point désiré; dans les cas contraires j'ajoute du sel de Sedlitz ou de l'alkali dissous. On ne doit pas oublier que la condition nécessaire à l'exactitude de ces épreuves, c'est que les liqueurs soient très-chaudes.

6.° Le point de saturation acquis, je tiens la liqueur bouillante pendant une heure; je porte ensuite mon précipité sur deux carlets de toile de triège & je rejette sur chacun de ces carlets les premières portions de la liqueur filtrée, parce qu'elles passent blanches.

7.° Alors je remets sur le feu 80 liv. d'eau environ. Le tems nécessaire à la séparation de la liqueur saline suffit à celle-ci pour parvenir au degré de l'ébullition. J'enlève le précipité de dessus le filtré & je le délaye dans cette seconde eau bouillante que je tiens sur le feu encore un bon quart d'heure; je la sépare ensuite par le filtre.

8.° Je répète encore un lavage avec 40 liv. d'eau bouillante que je tiens un quart d'heure sur le feu, en l'agitant sans cesse avec la spatule.; je porte ensuite la terre sur le filtre.

9.° Enfin après ce troisième lavage je me contente de verser neuf à dix livres d'eau bouillante sur chacun des filtres chargés de la magnésie.

10.° Je laisse égoutter le précipité pendant 24 heures, & dans cet intervalle je l'agite quelque fois avec la spatule pour rompre la cristallisation & favoriser la ténuité de la terre.

11.° Après ce terme, si c'est en hiver, je la trochis que grossièrement sur des papiers que j'expose à un courant d'air afin de hâter la dessication; mais l'été je me contente de porter les filtres sur des lits de briques neuves, ou sur des séchoirs de plâtre. Par cette dernière méthode 20 heures suffisent pour dépouiller la magnésie de la plus grande partie de l'eau interposée. La magnésie se brise aisément & après deux ou trois jours d'exposition à l'air; elle est parfaitement sèche & se tamise sans trituration.

12.° En suivant cette méthode le plus grand produit en magnésie sèche est depuis 10 $\frac{1}{4}$ liv. jusqu'à 11 livres fortes en raison du degré de sécheresse du sel employé.

REMARQUES.

13.° Je trouve plus convenable de verser la liqueur alkaline sur la dissolution du sel de Sedlitz que cette dernière sur l'alkali ; il est même essentiel d'étendre le sel de Sedlitz de beaucoup d'eau.

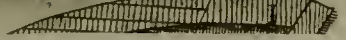
14.° Si l'on verse le sel sur l'alkali le précipité se forme en grains qu'il est difficile de diviser, tant est forte l'adhésion de la magnésie avec les sels. Il est même impossible, quelque lavage qu'on puisse faire d'amener cette terre à cet état de division & de ténuité qui sont le principe de la douceur & de la légéreté de ses parties ; mais en étendant le sel de Sedlitz de beaucoup d'eau, & surtout en la tenant bien bouillante, la présence de la liqueur alkaline n'y forme que des masses dont l'adhésion est facilement rompue par le moindre mouvement de la spatule.

15.° Dans le tems du mélange les matières occupent plus de volume que n'en contiennent les deux liqueurs avant leur décomposition. L'air fixe dégagé de l'alkali, & qui cherche à s'unir à la terre, ou enfin qui y est excédant, est la seule cause de cette augmentation de volume ; mais à mesure que la chaleur & le mouvement de la spatule donnent issue à cet air fixe, le fluide baisse & cette diminution est portée jusqu'à 14 lignes (pied de Roi) dans une chaudière de deux pieds & 4 pouces de diamètre.

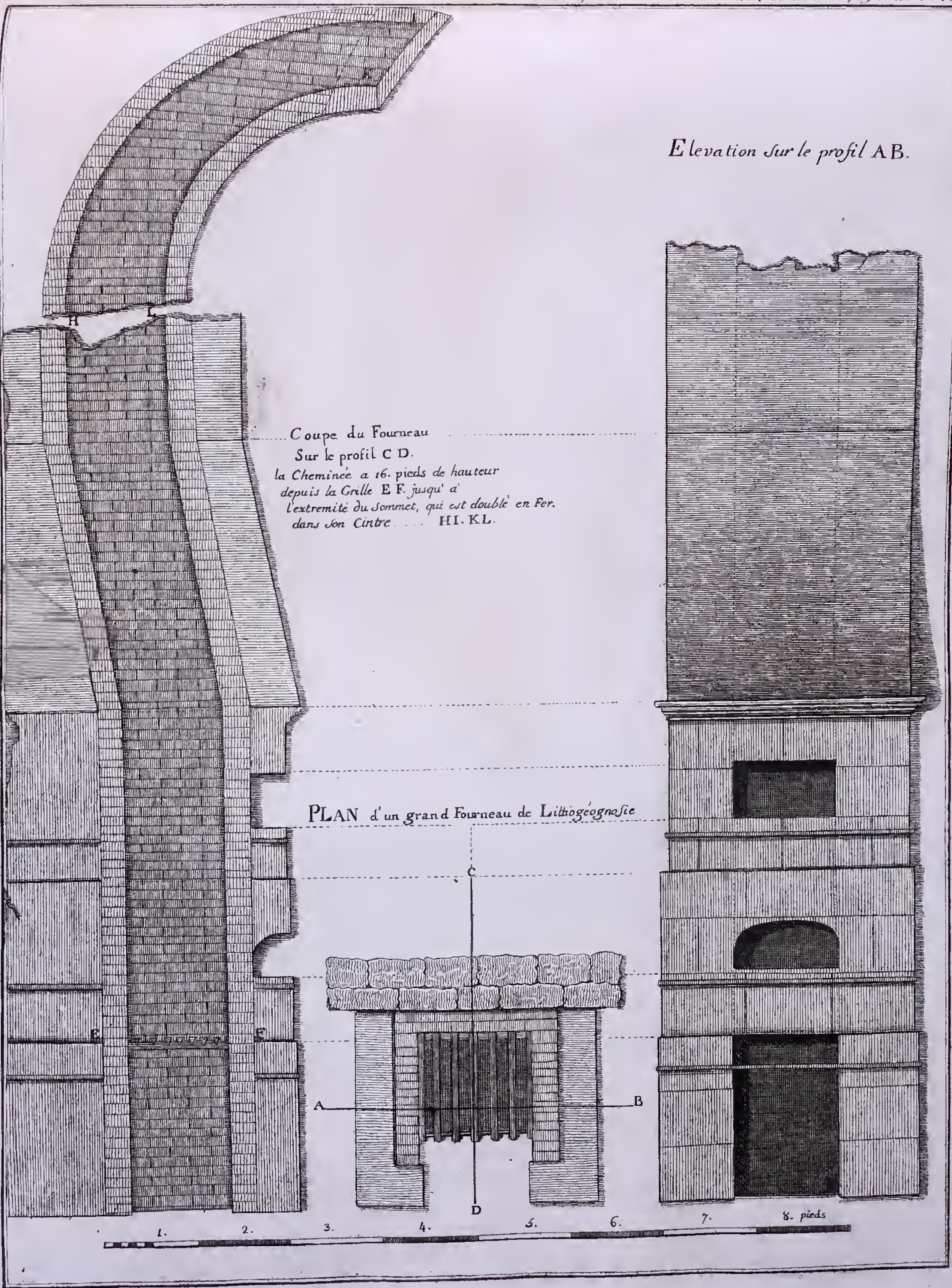
16.° C'est pour achever autant qu'il est possible le départ de cet air, que je recommande de tenir la liqueur bouillante pendant une heure, ou enfin jusqu'à ce qu'on n'entende plus cette espèce de petillement produit par l'effervescence.

Ce dégagement de l'air fixe est si fort pendant la première demi-heure qu'il s'élève de petits jets à un pouce de la surface du liquide. Par ce départ on augmente la quantité de la magnésie & en suivant ce procédé on ne s'écarte nullement de la doctrine de MMrs. Bergmann, Butini &c.

Telles sont enfin les observations que j'ai cru devoir soumettre au jugement de l'Académie. Elles ont été les suites naturelles de mes premières remarques sur les montagnes schisteuses de quelques Provinces du Duché de Savoye, très-heureux, si dans les trois parties qu'en embrassent l'histoire naturelle, l'économie & l'art de guérir, elles ont pu présenter quelques faits neufs; plus heureux encore si ma manière de les traiter est favorablement accueillie par l'assemblée des Hommes justement célèbres à laquelle j'en fais librement hommage.

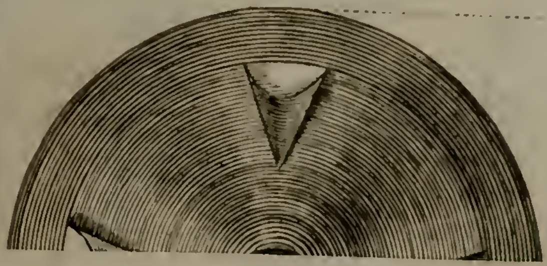


BRITISH MUSEUM NATURAL HISTORY


Elevation sur le profil AB.
Coupe du Fourneau
Sur le profil C D.
la Cheminée a 16. pieds de hauteur
depuis la Grille E F. jusqu' à
l'extremité du Sommet, qui est doublé en Fer.
dans son Cintre . . . . HI. KL.
PLAN d'un grand Fourneau de Lithogéognosie
A
B
C
D
E
F
H
L
K
1.
2.
3.
4.
5.
6.
7.
8. pieds

Explication

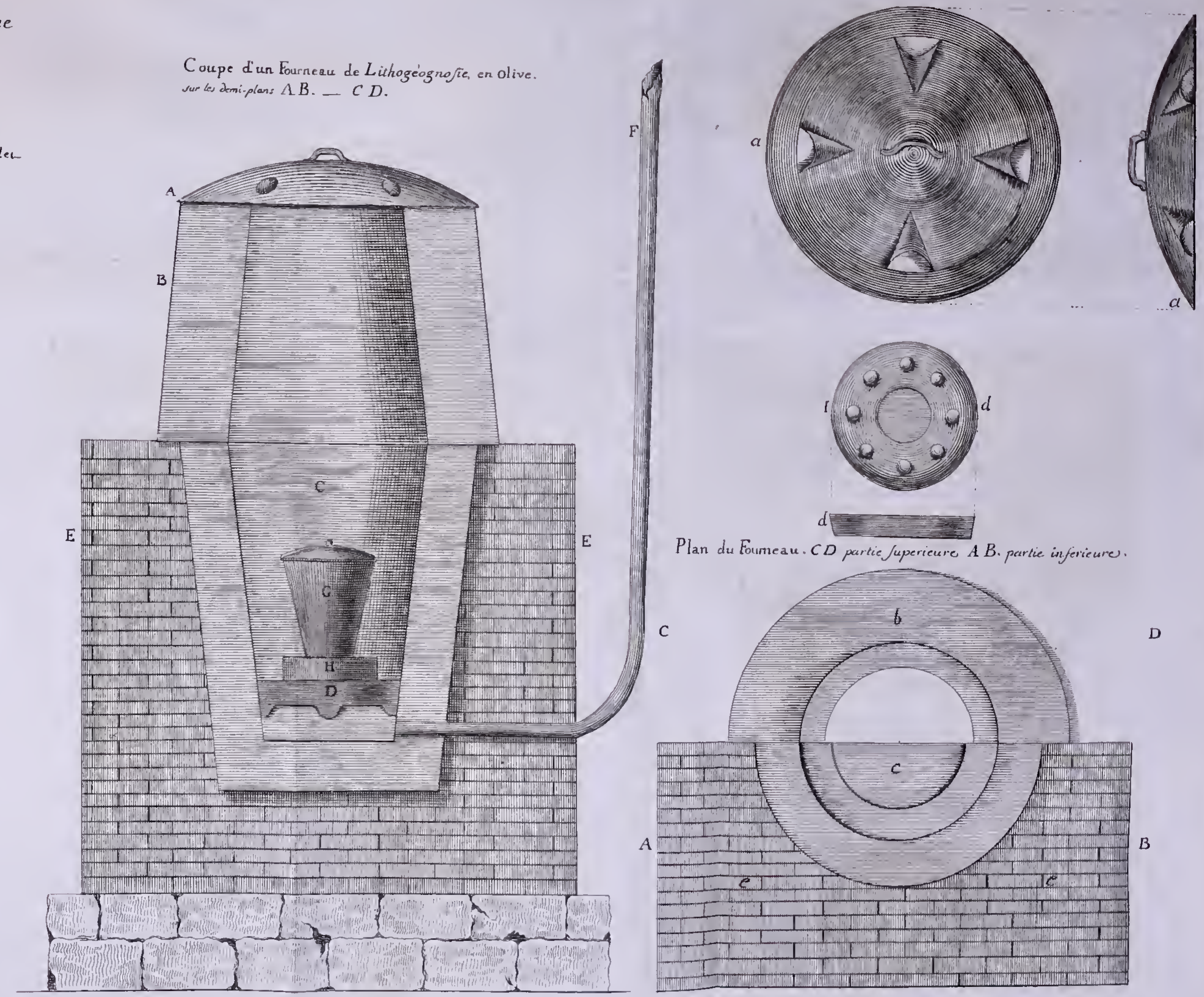
A *a*. Calotte
B *b*. Tour.
C *c*. Chemise
E E *ee*. Fourn
D *d*. Grillage



Explication de cette Planche

A a. Calotte de la tour
B b. Tour.
C c. Chemise du Fourneau.
E E ee. Fourneau. en Batiſſe
D d. Grillage
F... Tuyeau correspondant au ſouflet
G Creuſet
H. ſon Plateau.

Coupe d'un Fourneau de Lithogéognoſie, en olive.
ſur les demi-plans A B. — C D.



Echelle de 3. pieds.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12.

EXPÉRIENCES

PROPRES A FAIRE CONNOÎTRE LES PROCÉDÉS LES PLUS CONVENABLES POUR FABRIQUER LE SAVON.

PAR M.r SENEBIER

J'ai été engagé par des vues particulières à faire des recherches sur les savons, je ne cherchois point les fondemens sur lesquels repose la théorie des procédés qu'on emploie dans la fabrication de cette drogue si utile dans la société ; je suis bien éloigné d'avoir voulu approfondir un sujet qui mérite toute l'attention des Chimistes : mais comme *l'art du Savonnier* est toujours dans les ténèbres de la routine, j'ai cru que ces expériences faites avec soin pourroient y répandre quelque lumière ; c'est pour cela que je me suis borné à raconter des faits, & que je réserve les discussions théorétiques & les expériences qu'elles pourront exiger à une autre occasion.

La *lessive alkaline* que j'ai employée n'étoit pas parfaitement caustique, mais je la crois beaucoup meilleure que celle qu'on emploie communément.

Mon huile d'olives étoit la meilleure qu'on tire de la Rivière de Gênes.

J'ai toujours fait mes mélanges pour mes expériences, en combinant cinq parties d'huile avec deux parties de la lessive alkaline, & je n'ai jamais employé la chaleur pour faire le savon, mais j'ai toujours remué le mélange pendant l'espace d'un quart d'heure à différentes reprises.

Voici mes expériences.

J'ai saturé d'air fixe tiré de la craie par l'acide vitriolique une certaine quantité d'huile d'olives, j'en ai mêlé une autre quantité pareille avec la chaux vive après le tems nécessaire pour saturer l'huile d'air fixe, & pour arracher par la chaux l'air fixe contenu naturellement dans l'huile, j'ai procédé à faire mes mélanges de ces huiles préparées & de l'huile naturelle avec la lessive caustique. Ces trois mélanges m'ont fourni un savon excellent, mais le savon n'a pas été fait dans le même tems; le mélange fait avec l'huile passée sur la chaux vive avec la liqueur alkaline fournit d'abord un savon qui prit dans très-peu de tems toute sa consistance

Le mélange de l'huile naturelle avec la lessive alkaline prit un tems plus long avant d'être parfait.

Enfin il fallut un tems beaucoup plus considérable encore pour avoir un savon ferme quand le mélange de la lessive alkaline étoit fait avec l'huile aérée.

Ces expériences montrent clairement que la présence de l'air fixe dans l'huile est un obstacle à la confection du savon, mais j'ai voulu l'établir d'une manière plus solide, & vérifier ces expériences, en cherchant la solidité de leurs réponses par d'autres questions propres à les anéantir, si elles n'étoient pas justes; qu'arrivera-t'il en faisant du savon avec une huile aérée après qu'on lui aura ôté son air fixe ? Tel est le problème que j'avois à résoudre.

J'exposai dans un vase l'huile aérée à l'action de l'eau échauffée jusqu'à 60.° du thermomètre de Réaumur, & je l'y laissai jusqu'à ce que l'eau fût refroidie, je répétai ce bain-marie donné de cette manière pendant cinq fois, & quand l'huile fut à peu près refroidie à la cinquième

fois, je la mêlai avec la lessive caustique & le savon fut fait beaucoup plus vîte que dans les cas précédens.

Je fis la même expérience avec l'huile naturelle qui n'avoit pas été aérée, & j'eus le même succès.

J'ai employé ce bain marie pour échauffer l'huile parce que je voulois seulement en chasser l'air fixe sans courir risque qu'elle s'épaissît & se décomposât.

Enfin sachant que la congélation chasse l'air fixe hors de l'eau, je crus que si l'air fixe étoit un obstacle à la fabrication du savon, l'huile gelée, qui en seroit parfaitement privée seroit plus propre qu'aucune autre à faire promptement le savon. C'est encore ce que j'éprouvois en mêlant cette huile gelée avec la liqueur alkaline; le savon fut fait par ce moyen le plus promptement & mieux que dans tous les cas que j'ai décrits.

Enfin j'essayaï si la petite quantité d'acide tartareux que l'huile d'olives peut dissoudre ne nuiroit point à la fabrication du savon, je parvins donc à dissoudre sept à huit grains d'acide du tartre cristallisé & dégagé de tout alkali dans une once d'huile d'olives, & dès ce moment l'huile ne s'unit que très-difficilement à l'alkali caustique.

Après ces expériences j'employai une lessive alkaline saturée d'air fixe, j'en versai la même dose dans la même quantité d'huile d'olives, que celle que j'avois employée dans les cas précédens; mais ce mélange ne se fit point ou presque point : car quoique l'huile parût un peu combinée avec cet alkali, quoiqu'elle prît une teinte laiteuse après qu'elle avoit été remuée, elle avoit cependant très-peu perdu sa fluidité, & la lessive avoit conservé sa transparence. Cet alkali

ne diffère pourtant de l'alkali caustique que par l'air fixe dont il est chargé..

J'ai ensuite fait des expériences parallèles sur l'huile de noix qui avoit été faite avec grand soin depuis quatre ans, & qui étoit fort rance ; j'y procédai de la même manière que dans les précédentes.

Cette huile qui étoit transparente prit une couleur rouge briquetée quelques momens après son mélange avec l'alkali caustique, le mélange lui-même étoit rempli de bulles d'air qui paroissoient dans tous les points, & qui ne s'en échappoient pas : au bout de huit jours le mélange n'étoit pas solide, quoiqu'il fût plus épais qu'aucun des deux fluides dont il étoit formé, j'y versai de l'eau distillée qui augmenta l'épaississement du fluide, & même après en avoir versé une fois autant que son volume, le mélange prit plus de consistance, il ressembloit à une gelée de viande très-ferme, il ne s'attachoit point comme le savon à la spatule de bois dont je me servois pour le remuer, & il ne fut jamais parfaitement opaque ; je le dissous cependant parfaitement dans l'eau distillée où il moussoit beaucoup. Après avoir imprégné cette huile rance avec l'air fixe, j'essayai d'en faire du savon en mêlant alors l'alkali caustique avec elle, le mélange prit une couleur moins rouge & il se forma bientôt un précipité gris-blanc qui étoit un vrai savon très-dur, & parfaitement dissoluble dans l'eau, le fluide, qui surnageoit ce précipité, étoit rouge briqueté, il ressembloit à tous égards au mélange que je viens de décrire, il étoit peut-être moins rouge, je le décantai, j'y versai un volume d'eau distillée à peu près égal au sien, & j'eus un vrai savon, moins ferme cependant que le précédent

quoiqu'opaque, bien lié dans toutes ses parties, & je n'y découvris aucune bulle d'air.

Enfin je mêlai la partie rouge de ce savon avec la partie dure, & j'eus un mélange mousseux ressemblant au savon de la première expérience faite avec l'huile de noix rance.

On fait encore un excellent savon avec l'air alkalin & l'huile d'olives, cette huile absorbe environ son volume de cet air alkalin. Il résulte de tout ceci qu'il importe de dégager autant qu'il sera possible l'air fixe contenu dans la lessive alkaline & dans l'huile, lorsqu'on veut faire le savon, on parviendroit peut-être par ce moyen à le fabriquer économiquement en grand sans feu.

Il convient donc de faire la lessive alkaline avec la chaux a plus vive, & d'employer cette lessive aussitôt qu'elle sera faite, ou du moins de la conserver dans des vaisseaux pleins bien bouchés & à petite ouverture ; on pourroit surement en diminuer la quantité si elle avoit le degré de causticité qui convient.

Quant à l'huile j'observerai 1.° que la partie muqueuse concourt plutôt à faire promptement le savon qu'elle ne retarde l'opération, j'ai fait plutôt du savon avec l'huile d'amandes douces sortant de la presse qu'avec la même huile que j'avois filtrée.

2.° Plus il y a d'acide développé dans l'huile, & moins elle est propre à faire le savon, c'est pour cela qu'on le fait plus difficilement avec les huiles essentielles, avec les huiles grasses qu'on a chargées d'acide & avec celles dont l'acide a été développé par la chaleur ou la rancidité.

3.° L'air fixe de l'huile doit en être chassé, on y réussira

le mieux par la gelée, & les fabricans de savon remarquent aussi sans en savoir la cause que l'huile prend plus d'alkali pendant l'hiver que pendant l'été.

Pendant l'été il faudra faire chauffer légérement l'huile jusques à 50 ou 60 degr. pour éviter le développement d'un acide qui nuiroit beaucoup à l'opération du savon, & quand on croira que l'air fixe s'est dégagé, ce qui se fait tout-à-fait en silence, on pourra verser la lessive qui s'unira d'abord avec l'huile, parce qu'elle n'y trouvera point d'air fixe avec lequel elle a beaucoup d'affinité. On pourroit passer l'huile sur la chaux vive, mais ce seroit une nouvelle source de dépenses qu'il convient de prévenir, on le peut lorsqu'on emploie l'huile d'olives; mais il faut avoir recours à ce moyen quand on fait le savon avec les huiles de colza & de lin, parce qu'elles contiennent beaucoup plus d'air fixe que les autres & que le feu les gâte trop.

On entrevoit déjà une théorie des savons, mais comme mon but est d'être utile aux Arts, j'ai cru devoir me borner au récit des expériences qui peuvent les intéresser, & je renvoie à un autre moment tout ce qui appartient uniquement à la Chimie.

OBSERVATIONS

SUR QUELQUES

PARTICULARITÉS MÉTÉOROLOGIQUES

DE L'ANNÉE 1783.

PAR M.r VANSWINDEN

1. L'année 1783. a été si remarquable à quelques égards, qu'elle fera époque dans l'histoire de la Météorologie. Je vais rendre compte des observations qui méritent le plus d'être connues : elles rouleront sur l'état du baromètre pendant le désastre arrivé à la Calabre & à la Ville de Messine, sur le singulier brouillard des mois de juin & de juillet, sur les chaleurs excessives de l'été, & le froid considérable du mois de décembre.

Le baromètre avoit constamment été fort bas en janvier & il est rare dans ce pays de voir une si petite élévation moyenne dans ce mois. L'air a été fort doux, & on n'a eu que peu de gelée du 18 au 23. Les derniers jours du mois ont même été fort chauds pour la saison: enfin il est tombé beaucoup d'eau, & les vents de S-O. ont été à peu près du double plus fréquens que de coutûme. Les S-E. ont été nombreux, & les N-E. excessivement rares.

Le baromètre monta les trois premiers jours de février, & fut à une hauteur médiocre: il descendit beaucoup le 4 au soir & continua à descendre excessivement jusqu'au matin du 9, qu'il fut au point le plus bas, il remonta alors, mais len-

tement, ainsi que le 10, & beaucoup la nuit du 10 au 11 & le 11. Les 8, 9, & le matin du 10 il faisoit un fort vent, tantôt du S-O., tantôt du S-E. puis du S, S-S-O, S. avec un peu de pluie, le mercure parvint ici le 9 à 8. h. du matin à 26 p. 11, 1. lig., mesure de Paris, ce qui est sans exemple dans ce pays pour février: car le point le plus bas auquel on y ait vu le mercure depuis 1735., a été le 1.er fevrier 1764. à 26 p. 11 $\frac{1}{4}$ lig., avec un vent foible à la vérité pour le moment, mais qui avoit été la veille fort du S-O, & qui redevint très-fort vers le midi en soufflant du O $\frac{1}{4}$ N. En 1773. j'avois vu le mercure le 24 février à 26 p. 11, 3 lig., par une tempête du S-O. Enfin la dépression actuelle est de 12, 6 lig. au-dessus de l'élévation moyenne conclue de neuf années d'observations.

Le mercure remonta promptement, & à quelques oscillations du 12 près, constamment jusqu'au 16. Il fut le soir de ce jour, & le 17 au matin à 28 p. 8, 1 lig., ce qui est une des plus grandes élévations qu'on ait jamais observées en février. Le vent souffloit du N, N-E, N-O. Le même jour le mercure descendit, & continua de descendre, & même constamment à l'exception du 22 jusqu'au 23 qu'il fut derechef très-bas, savoir à 27 p. 6 $\frac{1}{2}$ lig., les 21 & 23 fort vent du S-O.

Le mercure a fait en février un grand nombre d'oscillations, & d'oscillations très-considérables; surtout du 6 au 7; le 7, du 7 au 8, du 10 au 11. L'air a été extrêmement doux: de 2 $\frac{2}{3}$ degrés au-delà de la chaleur moyenne. Les plus grandes chaleurs ont eu lieu du 2 au 12, les 21, 22, 23. La température n'a éprouvé que de petites variations: enfin les vents de N-O. ont été très-fréquens.

Il suit de ce résumé général que le tems auquel la plus grande dépression du mercure a commencé chez nous, a été celui du commencement des tremblemens de terre dans la Calabre, & en Sicile ; que le baromètre a été excessivement bas pendant l'époque du plus grand dégât, & qu'après avoir beaucoup monté il a derechef été fort bas le 23, qu'il y eut de nouvelles secousses de tremblement de terre dans ces mêmes contrées.

Le mercure resta fort bas à la fin de février, & au commencement de mars, surtout le 3 qu'il étoit à 27 p. 4 $\frac{7}{8}$ lig., malgré la forte gelée que nous eumes alors, mais il descendit considérablement le 5, & parvint le 6 à une dépression très-extraordinaire, il remonta le 7, mais il resta néanmoins fort bas jusqu'au 14: du 14 au 22, & surtout les 16 & 17 il étoit à une hauteur assez considérable, mais il descendit derechef le 23, & fut fort bas du 26 au 29, surtout le 27.

Le mercure a été ici,

Le 6 à 7 h. mat. à	27 p.	1 lig.	Il commença à degéler
10 h. .	26	10, 6.	ce jour-là: vent de S-E.
2 h. soir . .		8	fort, le matin un peu de
6 h. . . .		7, 9.	neige, soir pluie.
11 h. . . .		7, 8.	Le 7 vent de S-O.; un
Le 7 à 7 h. mat. . .		8, 4.	peu de pluie; au reste pas
Soir 10 h. . . .		10, 8.	de tempête.

Depuis 1771. que je fais des observations suivies, je n'ai pas vu le mercure aussi bas ; & depuis qu'on en a fait dans ce pays, on ne l'a vu qu'une seule fois plus bas, savoir le 30 mars 1762.: il étoit alors,

A Zwanemburg, maison située à mi-chemin entre Haarlem & Amsterdam, à . . . . . 26 p. 5, 1 lig.
A Amsterdam . . . . . . 6, 1.
A Leyde & à la Haye 5

Il faisoit un vent très-fort, mais non, au moins partout, un vent de tempête. Le plus fort exemple après celui-ci est de 26 p. 7, 5 lig. le 27 mars 1739, & de 26 p. 9, 5 le 26 mars 1766.; on voit donc que ce qui a eu lieu cette année, est très-rare. Le 27 le mercure a été ici a 10 h. du mat. à 27 p. 4, 1 lig., vent foible du O $\frac{1}{4}$ S., brumeux: la hauteur moyenne du mercure est ici en mars de 28 p. 0, 8, ainsi le mercure a été le 15 de 17 l. au-dessous de cette élévation moyenne, il étoit à la même hauteur le 19 janvier 1735 par une tempête des plus violentes, & le 13 novembre 1740., & le 12 décembre 1747. par un violent ouragan à 26 p. 3, 5 lig., ce qui est, peut-être, la plus grande dépression à laquelle on a jamais vu le mercure dans ce pays * au moins en employant de bons instrumens. Ces quatre exemples & celui du 22 novembre 1768., que le baromètre étoit à 26 p. 7 $\frac{1}{4}$ lig., vent assez fort, sont les seuls depuis 1735. qui surpassent la dépression du 6 de mars de cette année: encore faut-il remarquer, que mon baromètre construit par moi même, & avec grand soin, se tient généralement de $\frac{4}{10}$ de lig. plus haut que celui dont on se sert à Zwanemburg.

---

* Le 19. janvier 1735. le mercure étoit plus bas à Leide qu' à Utrecht: je ne connois pas d'observations du 19 décembre 1724, jour d'une violente tempête; je sais seulement que le mercure a été ce jour-là plus bas a Breda que le 19 de janvier 1738, mais j'ignore de combien; & qu'il a été alors à l'observatoire de Paris plus bas qu'on ne l'y avoit vu depuis 1670 à 1747.

Les oscillations que le mercure a faites en mars sont très-considérables : savoir du 5 au 6, en 24 h. de 10 lignes en descendant : du 7 au 8, de 9 lig., du 6 au 16, de 23, 1 lig., ce qui est prodigieux, & du 16 de février au 6 de mars c'est-à-dire en 17 jours, de 25. 3 lig. ce qui est plus fort que la plus grande variation annuelle que j'eusse encor vue, & même que le plus grand espace que j'avois vu parcourir au mercure depuis 1770. & qui ne montoit qu'à 25 lig.

La température de mars a été excessivement froide, surtout du 1 au 6 : les jours les moins froids ont eu lieu du 18 au 27, & le 31. Il est remarquable que ce mois a été de 2 $\frac{1}{4}$ degr. plus froid que février, & de $\frac{1}{4}$ de degr. que janvier : sa température a égalé tout au plus la température moyenne de février, & celle du mois de février a surpassé celle de mars année commune. Il est tombé très-peu de pluie ; la moitié seulement de ce qui en tombe d'ordinaire. Les vents de N-E, N, O, ont été rares en février. Mais le N-O a été très-fréquent ; ceux de N-E., & S-O., l'ont été en mars ; les S & E ont au contraire été très-rares.

Ces observations sont remarquables en elles mêmes, mais elles le deviennent surtout, & sont peut-être importantes, si on les compare à celles qui ont eu lieu dans ce pays en 1755. lors de la catastrophe de Lisbonne, on verra que les mêmes effets ont eu lieu alors, quoique dans un moindre degré.

Le 1 de novembre, jour auquel le tremblement de terre du Portugal & d'une grande partie de l'Europe, se fit sentir en Hollande par une agitation extraordinaire des eaux, le baromètre étoit assez haut à Zwanemburg, savoir à 28 p. 5, 1 lig. il étoit à Bâle, le soir du même jour à la plus grande dépres-

sion qu'on y eût jamais observée *. En Hollande le baromètre descendit ce jour, & parvint le 8 & le 9 au matin à la grande dépression de 26 p. 11, 7 lig. On a néanmoins dans ce pays depuis 1735. six exemples de dépressions plus fortes en novembre. Le mercure resta fort bas jusqu'au 27 ou 28 surtout le 14 & le 17. Le 14 tremblemens de terre en Suisse. Cette constante dépression du baromètre en a rendu l'élévation moyenne pour novembre si petite (savoir de 27 p. 7, 5 lig.) que depuis 1735. il n'y en a pas eu d'exemple pareil pour ce mois.

Le baromètre étoit assez haut le 5 & le 6 de décembre 1755.; il baissa les 7, 8, 9 jours de tremblemens de terre en Suisse: il fut bas le 16 (27 p. 5, 8 lig.) & descendit beaucoup les 26, 27, 28, 29; & remonta un peu le 31, qu'il étoit à sa hauteur moyenne; il redescendit les premiers jours de janvier 1756.: il étoit fort bas le 4 (à 27 p. 3. 1 lig.) Le 13 (à 27 p. 1. 6 lig.): or, les 26, 27, 30, 31 décembre, tremblemens de terre à Liège, à Mastricht, Numègue, Amsterdam, Amersfoort, Breda, ** &c.

Le baromètre avoit été haut au commencement de février; il commença à baisser le 14: le 18 il parvint à la grande dépression de 27 p. 4., 4 lig., ce jour tremblement de terre en Suisse ***. Le long du Rhin, à Mastricht, à Bruxelles, en Hollande il fut suivi en quelques endroits d'une tempête.

---

* *Bertrand mém. sur les tremblemens de terre* p. 116.

** *Phil. Trans.* vol. 49. p. 511.

*** *Bertrand* L. c. p. 67. *Phil. Trans.* L. c. p. 446., 664.

Le tremblement de terre violent qui a ravagé Lisbonne, & qui s'est fait sentir dans une grande étendue de pays, ainsi que ceux qui l'ont suivi, ont donc été accompagnés d'agitations considérables dans l'atmosphère, & d'une grande dépression du baromètre, soit à l'époque même, soit peu après.

Des Physiciens qui ont décrit la catastrophe de Lisbonne ont remarqué que les 3 ou 4 années précédentes avoient été fort sèches, mais que le printems précédent avoit fourni une quantité d'eau excessive; enfin que l'air étoit fort doux pour la saison. J'ignore ce qui peut avoir eu lieu cette année dans la Calabre: mais nous avons déjà vu que la fin de janvier & le mois de février ont été extrêmement tempérés. En 1750 & surtout en 1749 il étoit tombé fort peu de pluie en Hollande, mais beaucoup en 1754, surtout en juillet, août, septembre. Les mois de juillet, août, septembre, octobre 1782, & janvier 1783 ont fourni ici une très-grande quantité de pluie, & l'humidité a été très-considérable.

2. Le mois d'avril n'a rien présenté de remarquable, si ce n'est que le baromètre a été constamment fort haut, l'air doux, souvent serein, & fort sec: pendant les vingt premiers jours il n'a pas plu: & il a aussi plu fort peu en mai; l'air a été sec, & le mercure haut: en avril les vents de S-E ont été nombreux au de-là de tout exemple: en mai les N-E., N, N-O ont été très-fréquens.

Le mois de juin n'a rien eu de remarquable jusqu'au 19, époque du singulier brouillard qui a infecté toute l'Europe, & dont je vais rendre compte.

Ce brouillard a duré depuis le 19 jusqu'au 30 inclusivement, il différoit des brouillards ordinaires par sa constance, sa densité, & surtout par sa grande sécheresse ; l'hygromètre indiquoit une sécheresse excessive depuis le 23 que le brouillard étoit dans toute sa force ; c'étoit l'époque la plus sèche du mois ; il n'y a que les 19, 20, 21 qui ayent été humides. Les orages du 20 au soir, & le vent du 21 plus fort que celui des jours précédens, n'ont pas contribué à abattre le brouillard. Du 18 au 21 l'air étoit absolument couvert ; mais du 22 au 28 à moitiè serein, serein, ou entrecoupé de petits nuages. Le soleil paroissoit à travers le brouillard d'un rouge foncé, sans éclat ; on pouvoit facilement le fixer en plein midi sans se blesser les yeux ; il paroissoit comme lorsqu'on le voit à travers un verre enfumé : on ne discernoit les objets situés dans le lontain qu'avec peine, & obscurement. Tels étoient les effets ordinaires de ce brouillard : mais le 24 il étoit accompagné, surtout le matin d'un odeur de soufre très-sensible, & qui pénétroit dans les maisons. Des personnes d'une poitrine tant soit peu délicate, éprouvoient la même sensation que si l'on brûloit du soufre dans le voisinage. Elles ne puovoient s'empêcher de tousser dès qu'elles étoient à l'air, je m'en suis aperçu sur moi même, & nombre de personnes tant en Ville qu'à la campagne ont fait la même observation; il faisoit d'ailleurs fort chaud. Le brouillard sulfureux de ce jour a fait un tort prodigieux aux arbres, comme je le dirai plus amplement tout-à-l'heure. Voilà donc en juin onze jours à peu-près continus de brouillard, & d'un brouillard extraordinaire, tandis-que précédemment je n'avois jamais vu plus de trois jours de brouillard en juin. Souvent je n'en ai vu

qu'un seul dans ce mois, & quelque fois pas du tout en juin pendant des années de suite, comme depuis 1774. jusqu'en 1783.

Le 3 & le 9 de juillet il y a eu un brouillard réel : les autres jours ont été souvent brumeux le matin & le soir, comme il arrive d'ordinaire après des journées fort chaudes : mais je ne regarde pas cette brume comme de la même espèce que le brouillard du mois de juin : mais le 12 & le 29 de juillet il y a encore eu un brouillard semblable à celui-là, & depuis il n'a pas reparu.

Comme il est peut-être intéressant de savoir quelle température & quelle constitution de l'air ont précédé ce brouillard, il sera utile d'en dire un mot.

Depuis le 3 & le 4 qu'il a fait fort chaud, vent E, N-E, la température de l'air n'a rien présenté de remarquable : elle a été du 5 au 11 tantôt un peu au-dessus, tantôt un peu au-dessous de la moyenne: pendant le même tems le baromètre a été assez haut, mais baissant depuis le 9: le 10 il étoit à sa hauteur moyenne : du 10 au 18 il a été bas, surtout le 15 au soir & le 16. Pendant tout ce tems l'air a été à moitié serein: il y a eu un peu de pluie les 4, 11, 13, 15, & 17 jours qui tous ensemble n'ont fourni que 11 lignes d'eau au plus, le 4 en ayant fourni à peu près 6, & le 11 à peu près trois. Les vents ont été.

Le 5 S-O. O.	Le 9 N-O. S-O.	Le 13 S-E. S-O.
Le 6 N-O. S-O.	Le 10 N-O. O.	Le 14 S-O.
Le 7 N-O.	Le 11 S-O. S.	Le 15 S-E. S-O.
Le 8 N. N-O.	Le 12 N-O.	N-O. N-E. Orag.

Le 16 S-O., S., S-E. ainsi assez variables, & tels que je doute qu'on en puisse tirer quelque conclusion pour les pays d'où le brouillard auroit pu être amené par les vents, voici actuellement le détail de l'état de l'air pendant que le brouillard a regné : on y trouvera le *Maximum* du thermomètre, son état moyen, celui du baromètre & de l'hygromètre : l'état de l'air & des vents.

	THERM.			BAROM.			HYGROM.			
	max.	moy:		pouc.	lig.		de Bruiss.	de Deluc		
le 18	13. 1	12. 6	froid	27	10. 1	bas	18. 8	40. 9	humide	couv. Le 20 fort orage, pluie abondante de 20 lig.
19	16. 4	14. 2			9 9		16. 7	42. 4		
20	16. 2	14			10.		13. 6	37. 3		
21	14. 9	13. 6		28	0. 6	très-haut	16. 5	41. 8 ...		
22	14. 4	12. 5			4. 2		24. 4	51. 2	sec	à moitié serein
23	17. 6	14. 6	chaud		6. 7		32. 5	67. 2	très-sec	
24	21. 7	18. 9			5. 2		37. 4	75. 2		soleil
25	22. 2	18. 6			3. 6	haut	26. 8	54. 3		
26	19. 1	16. 5			3. 3		21. 6	45. 4	sec	entier serein
27	18. 4	16. 3			3. 4		25. 9	54. 7		à moitié serein
28	18. 6	16. 9			3. 6		28. 5	58. 6		à peu près couv.
29	19. 1	17. 4			4. 3		27. 8	57. 6		couvert
30	20. 4	17. 8			5. 6		27. 7	51.		à moitié serein

VENTS

Le 18 S-O.	21	N-O	24 E. N-E. N.	27	N-O.
19 S-E. S-O.	22		25 N-E.	28	
20 E.S-O. N-O.	23		26 N. N-O.	29	
				30	

Le 21 au soir & le 22 vent médiocre ; du reste toujours très-foible.

Le vent a donc presque toujours tenu du N-E. & du N-O., & principalement du N-O. pendant la durée du brouillard ; le baromètre a été également fort haut, & a commencé à monter avec beaucoup de rapidité le lendemain de son apparition ; la chaleur & la sécheresse ont été très-fortes.

Le 24 de juin a été le jour le plus sec & le plus chaud du mois.

Les 1, 2, 3 de juillet le baromètre est resté fort haut: l'air à moitié serein, la chaleur du 2 a été étouffante, le thermomètre étant monté à 26: le vent N-E le 1, excepté le matin qu'il étoit N. $\frac{1}{4}$ O. Le 2, N-E., S-E., N-O. N-E.: le 3, O, S-O, N-O.

J'ai déjà dit en passant que ce brouillard avoit fait un grand dégât. Le matin du 28 les feuilles de la plus part des arbres étoient fanées: l'herbe, les légumes l'étoient également: les feuilles tomboient comme en automne; quelques fruits tombèrent ensuite: enfin l'aspect de la campagne étoit désolant; M. *Brugmans* fils, excellent Botaniste, Membre de l'Académie de Dijon, a traité ce sujet en détail, & je ne saurois mieux faire que d'insérer ici un extrait de l'ouvrage qu'il a publié sur ce sujet en Hollandois; l'Auteur demeurant à Groningue parle de cette ville & de la Province de même nom, dont elle est la capitale. Voici comment il s'exprime; j'ajouterai par-ci par-là un mot de remarque entre-deux ( ).

" On avoit déjà vu quelques jours avant le 24 juin (à „ Franeker depuis le 19) tant en ville qu'à la campagne, un „ brouillard continu, mais qui ne frappa pas l'attention, par- „ ce que ce phénomène n'est pas extraordinaire ici, & qu'il „ n'étoit suivi d'aucun mauvais effet. Mais quelques person- „ nes croient avoir observé dès le 21 & le 22, quelques „ changemens dans certaines plantes: mais ce changement „ n'ayant pas augmenté avec le brouillard, je croirois plu- „ tôt devoir l'attribuer à quelque maladie de la plante. Je ne „ saurois dire qu'il y a eu avant le 24 aucune plante attaquée

„ de la manière dont je parlerai tout-à-l'heure, de sorte que „ la nature du brouillard resta toujours la même; mais le „ mardi 24 le brouillard qui étoit encore un peu plus fort „ que le jour précédent, fut accompagné d'une odeur de „ soufre très-distincte; on s'en aperçut déjà le matin: mais „ elle étoit si forte l'après midi, qu'elle affectoit non seule- „ ment l'odorat, mais aussi le goût (je ne sache pas que „ ceci ait eu lieu à Franeker) elle fit sur quelques personnes „ l'impression dont nous parlerons tout-à-l'heure, cette odeur „ de soufre continua tout le jour, se trouva fort diminué le „ lendemain matin, & disparut alors entièrement, quoique le „ brouillard continuât: depuis le brouillard a été tantôt plus „ léger, tantôt plus fort, comme le 28: mais on ne s'est „ pas aperçu alors d'odeur de soufre: le brouillard duroit „ encore le 1.^{er} de juillet.

„ Tantôt le soleil se trouvoit entièrement obscurci par le „ brouillard, tantôt il étoit si fort affoibli qu'on pouvoit le „ fixer sans s'incommoder, mais lorsque le brouillard étoit „ au plus fort, le bord du soleil paroissoit un peu coloré, „ la réfraction atmosphérique a été sensiblement augmentée „ par le brouillard du 24: le soleil resta un peu plus long „ tems sur l'horizon que d'ordinaire.

„ Le brouillard a été assez élevé pour affecter les bran- „ ches supérieures des arbres les plus hauts: & j'ai cru pou- „ voir conclure avec beaucoup de vraisemblance de quelques „ autres circonstances qu'à une plus grande hauteur l'air „ étoit serein. (V. ci-dessous ce que je dirai de Neuchatel.)

„ La force avec laquelle ce brouillard a pénétré tout ce „ qui étoit exposé à l'air est remarquable: même il péné-

„ tra dans les maisons & dans les appartemens : il n'y a „ eu que les endroits parfaitement clos, & qui n'avoient „ aucune communication avec l'air extérieur, dans lesquels „ l'odeur de soufre n'a pas eu lieu.

„ Le baromètre a été fort haut pendant la durée du brouil- „ lard ; il a beaucoup monté depuis le 20 de juin, & il a „ été le plus élevé, quand le brouillard a été le plus fort : „ il a baissé dès que le brouillard a diminué.

(N. B. Le baromètre a été une ligne, ou une ligne & demie & plus, plus haut à Groningue qu'à Franeker, & même le 25 au soir de trois lignes, mais d'une ligne seulement le 23 : ce qui prouve que cette différence n'a pas dépendu entièrement des instrumens, le 24 la différence étoit de deux lignes).

„ Les vents ont été

le 17 SO. S. SE.	le 21 O.N-O	le 25 N-E.	le 29 S-O. O. N-O. (On voit que cela
18 S-O.	22 O. N-O.	26 N-E. N.	répond en partie, mais non toujours à ce
19 S. S-E.	23 N-O. N.	27 N-O N.	qui a eu lieu à Franeker, qui n'est éloi-
20 S-O. O.	24 N-E.	28 N-O.	gné que d'une journée de Groningue).

„ Plusieurs personnes ont éprouvé le 24 après midi à l'air „ libre une pression incommode, mal de tête, une difficulté „ dans la respiration exactement semblable à celle qu'on „ éprouve quand on hume l'air impregné d'une vapeur de „ soufre brûlant: les asthmatiques ont éprouvé des récidives: „ les chevaux, les vaches, les moutons n'ont pas été affectés: „ mais ce brouillard a fait un grand carnage d'insectes, sur- „ tout parmi les pucerons des feuilles, mais seulement pour „ autant que les feuilles ont été affectées ; car les insectes „ des arbres qui n'ont pas été affectés du brouillard, sont „ restés intacts.

„ Le matin du 25 la terre offrit l'aspect le plus désolant, „ la couleur verte des arbres & des plantes avoit disparu : „ tout étoit couvert de feuilles fanées; on auroit dit être aux „ mois d'octobre & de novembre ; mais heureusement toutes „ les plantes n'ont pas également souffert : il en est qui n'ont „ pas été affectées du tout. Ainsi Mr. *Brugmans* a-t-il don- „ né quatre catalogues des plantes qui ont beaucoup souffert, „ de celles qui ont moins souffert, de celles qui n'ont souf- „ fert que partiellement, & de celles qui n'ont pas souffert „ du tout. Ces catalogues sont disposés suivant le système „ de *Linn.* On peut dire en général, que ce n'est pas le „ principe de la fructification qui a été attaqué, mais que „ ce sont les feuilles qui l'ont été, ce qui a déjà commencé „ le 24 après midi, mais elles l'ont été diversement à di- „ verses plantes : les unes ont été couvertes de taches, qui „ augmentant graduellement, donnèrent à la feuille un air „ fané, d'autres feuilles n'ont pas été entièrement gâtées : „ elles continuoient à végéter, mais les endroits auxquels elles „ avoient été attaquées dégénérèrent en petits trous : d'au- „ tres furent changées en un moment de verd en brun, noir, „ gris, ou blanc : d'autres conservèrent leur couleur, mais „ se fanèrent de façon que le 25 on pouvoit les réduire en „ poudre entre les doigts : enfin une très-grande quantité „ de feuilles tomba : il y a eu aussi quelques calices attaqués, „ mais point de fleurs, ni de fruits. Cependant la chûte des „ feuilles a été cause que les fruits sont tombés faute de „ nourriture. Au reste, la dégradation, & la chûte des feuil- „ les ont duré pendant plusieurs jours : elles n'avoient pas „ cessé le 3 de juillet : mais le genre de maladie étoit fixé

„ dès le 25 de juin; les sucs des plantes étoient gâtés dès ce „ jour-là, quoique les feuilles parussent encore saines à „ l'extérieur „ (comme Brugmans l'a prouvé par des observations détaillées) " les feuilles adultes ont plus souffert que „ les plus jeunes. „

„ Au reste cette odeur de soufre a été si considérable „ dans le district de la Province de Groningue, nommé *Olde-Ampt*, que les pommeaux de laiton, qui se trouvent „ aux portes des maisons ont été couverts d'une couleur „ blanchâtre. „

Mr. *Brugmans* a exposé des feuilles au mélange d'une vapeur aqueuse, & d'une vapeur de soufre brûlant, & il a observé exactement les mêmes effets que ce brouillard avoit produits; la vapeur de soufre seule ne les produisoit pas, quoiqu'elle affectât beaucoup les feuilles.

Mr. *Brugmans* a encore aperçu quelqu'odeur de soufre le 8 de juillet dans le brouillard qui duroit encore; j'ai déjà dit qu'il y en a eu ici le 9, le 12, & le 20.

Je ne sache pas qu'on se soit aperçu des effets nuisibles de ce brouillard & de son odeur sulfureuse ailleurs, autant qu'ici dans la Province de Groningue en Ost-Frise, comme à Leer, Wener, Breda, Embde; dans le pays de Drenthe adjacent à la Frise, la Groningue, & Over-Yssel: & dans la Province d'Over-Yssel, cependant on a eu en Hollande, & dans la Province d'Utrecht, même avant le 20 de juin, de forts brouillards, mais ni sulfureux, ni nuisibles, si ce n'est à *Saardam* village de la Nord-Hollande, situé sur l'Y, vis-à-vis d'Amsterdam, où les feuilles des fèves, & de quelques poiriers en ont été affectées. En Gueldres, & en Over-Yssel on a eu

le 24 & le 25 une légère odeur de soufre, accompagnée de brouillard, mais qui n'a pas eu à beaucoup près les influences nuisibles qu'elle a eu en Frise; il paroît en général que c'est dans la Province de Groningue que ce brouillard a été le plus fort & ensuite en Frise.

Pour ce qui est de ce brouillard dans d'autres pays, Mr. Brugmans remarque, qu'on auroit pu soupçonner d'abord que ce brouillard nous seroit venu du Nord; mais Mr. *Van-olst*, qui a fait un commerce très-étendu dans la mer Baltique, lui a procuré le journal du patron d'un vaisseau parti du Nord le 19 de juin, & arrivé a Groningue le 2 de juillet; il apprit par ce journal que la mer du Nord a été couverte du 21 au 30 de juin d'un brouillard continuel, qui étoit souvent, & surtout le 29 & le 30 si épais qu'on ne pouvoit guères étendre la vue: mais il n'y avoit pas d'odeur de soufre: les airs de vent qui ont soufflé ces jours-là dans la mer du Nord ont été fort différens de ceux qui ont soufflé à Groningue & à Franeker.

On sait actuellement que ce brouillard a été universel: je tirerai néanmoins des différentes lettres de mes correspondans quelques articles qui pourront être utiles.

Le P. *Cotte* m'a marqué que le brouillard a commencé en France le 17 de juin & qu'il y a fini le 21 juillet par une pluie d'orage.

Selon ce que m'a marqué M. *Meuron* de Neuchatel en Suisse, tant d'après ces propres observations, que d'après celles de Mr. *Du Vasquier*, demeurant à une lieue de Neuchatel, le brouillard a commencé à y paroître le 17 de juin, après un vent froid, en forme de vapeur plus épaisse en certains jours qu'en d'autres, mais également répandue au tour

de l'horizon; l'air étoit si obscurci par cette vapeur, que l'on pouvoit presqu'à toute heure du jour fixer le soleil sans incommodité. Ce brouillard a duré sans interruption du 17 de juin jusqu'au 8 de juillet; du 8 de juillet au 20, il avoit disparu en grande partie, & l'on a éprouvé de fortes chaleurs. Il a recommencé le 20, & a fini avec le mois. Souvent on voyoit distinctement à travers le brouillard le sommet des alpes, sans qu'il fût possible d'en découvrir le pièd, une pluie douce ne dissipoit pas ce brouillard; il ne cédoit qu'à une pluie d'orage, & encore alors ce n'étoit que pour peu de tems: le vent d'Est augmentoit ces brouillards, & il n'y a jamais eu qu'un vent violent d'Ouest qui ait pu les dissiper: mais ils reparoissoient souvent dès que ce vent venoit à cesser, sans qu'on pût remarquer précisément de quel côté ils venoient: enfin ces brouillards ont été excessivement secs.

Mr. *Senebier* Bibliothécaire de la République de Genève me mandoit en date du 15 de juillet, qu'on avoit, depuis le mois de mai, des pluies considérables & une vapeur singulière assez épaisse pour empêcher de voir les objets, quelque fois à la distance d'un demi-quart de lieue, pour ôter au soleil ses rayons à son lever & pour le peindre en rouge vif à son coucher: mais cette vapeur étoit fort sèche, d'une couleur bleue: & les pluies les plus fortes, les vents les plus violens n'ont pu la dissiper; au reste ce brouillard n'influoit à Genève en rien sur les autres événemens métérologiques, ni sur l'évaporation, ni sur la santé.

Mr. *Felix Fontana* de Florence m'a communiqué, que ce brouillard a commencé dans la Calabre le 13 de février, mais qu'il ne s'est répandu dans le reste de l'Italie que vers

le commencement de juin ; qu'à Florence il n'avoit pas fait de tort aux végétaux: qu'il avoit au contraire beaucoup excité la végétation ; qu'il n'y avoit pas d'odeur, mais qu'il en avoit quelquefois eu en Calabre & en Sicile; qu'il voiloit le soleil, & le faisoit paroître d'un rouge de sang : enfin Mr. *Fontana* avoit trouvé l'air meilleur que dans les autres années.

Mr. *Toaldo* marquoit à un de mes amis, que le brouillard a commencé à se dissiper vers la fin de juillet dans toute l'Italie, même à Naples, & dans la Calabre, où étoit son centre: que les orages continuoient à être fréquens: enfin que l'année correspondante du saros 1765. tenoit beaucoup de cette propriété, comme de tout le reste ; je remarquerai cependant qu'en 1765. il n'y a pas eu dans les Provinces unies beaucoup de brouillards, quoiqu'il y ait eu assez d'orages, & de tems couverts. Enfin Mr. *Toaldo* me marquoit au mois de décembre, qu'il y a eu une brume qui ôtoit l'aspect de l'horizon à une lieue de distance pendant tout le mois de juillet, même d'août, & encore certains jours de décembre, brume qu'il regarde comme la nature même du brouillard précédent, quoiqu'un peu moins dense, dont l'atmosphère se trouvoit encore chargée. Il ajoutoit qu'un Physicien à Naples a recueilli de cette poussière, que le brouillard avoit déposée sur les feuilles des arbres: & que de huit dracmes il avoit séparé 3 à 4 grains d'une véritable limaille de fer attirée par l'aimant: que ce brouillard avoit brûlé en quelques lieux les plantes tendres, ou les feuilles; qu'il a causé des brûlures aux yeux, à la gorge &c.: mais qu'il a occasioné en Italie une fertilité extraordinaire à tous les fruits & à toutes les productions de la terre.

Remarquons encore que le 20 de juillet on a éprouvé à Tripoli en Syrie un tremblement de terre : que la veille il avoit plu à verse, ce qui y est fort extraordinaire dans cette saison : enfin que depuis la fin de juin une brume épaisse couvroit la terre & la mer : que les vents souffloient comme en hiver : que le soleil ne se montroit que rarement, & toujours d'une couleur sanguinolente, phénomène inconnu en Syrie.

Voilà, autant que j'en suis instruit, les particularités que ce brouillard présente à la méditation des observateurs, j'y ajouterai quelques réflexions.

On demande d'abord, s'il y a jamais eu quelque phénomène semblable. Je n'en connois pas : mais Mr. *Brugmans* fils m'a marqué qu'en 1652. on avoit vu un phénomène semblable à celui de cette année : qu'il a été décrit par *Albert Lineman* dans un livre intitulé *Deliciae calendario-graphicae*, imprimé en 1654 in 4.° à Copenhague ; que cet Écrivain rapporte, qu'on a observé pendant l'été & pendant l'automne de la dite année un brouillard constant, & fort ; de sorte que la lune & le soleil paroissoient rouges à leur lever & à leur coucher ; que le printems précédent avoit été fort sec, & fort chaud. Je ne connois pas ce livre, ainsi je ne saurois entrer dans de plus grands détails, & je n'ai rien trouvé là-dessus dans les Auteurs que j'ai été à même de consulter ; tout ce que je puis dire, c'est que si l'année 1783. a été remarquable par les tremblemens de terre arrivés en février, l'année 1652. l'a été également à cet égard. Le 5. de février on a senti dans les cantons de Zurich, de Bâle, de Schaffhauzen, de Berne, un assez fort tremblement de terre.

On s'est rappelé à l'occasion du brouillard de 1783. qu'en 1721 on avoit vu, le 1.er de juin dans une grande étendue de pays, le soleil sans éclat, & blanc. On trouve dans l'*histoire naturelle de l'air de l'Abbé Richard* T. 5. p. 165., qu'en 1721. on avoit vu en Perse pendant deux mois (vraisemblablement en juin) le soleil d'un rouge obscur, couleur de sang, à travers les brouillards dont le haut de l'atmosphère étoit couvert. Or cette même année, on a eu en avril de forts tremblemens de terre en Hongrie, en Perse, & en juillet à Bâle & en d'autres endroits de la Suisse. Cette simultanéité d'effets fournit matière à réflexion.

Pour ce qui est des causes de ce phénomène singulier, j'avoue que je n'ai pas encore pu me satisfaire entièrement: ce phénomène étant cosmique, il faut aussi lui attribuer une cause universelle, & j'avoue que j'ai beaucoup de penchant à le croire une dépendance des tremblemens qui ont eu lieu dans la Calabre & en Sicile, ainsi que dans d'autres contrées, & peut-être d'une extrémité du globe à l'autre, la simultanéité des phénomènes, la considération que des brouillards considérables sont souvent la suite de grands tremblemens de terre, me paroissent donner du poids à cette assertion, à laquelle j'ajouterai encore, que précisément dans le tems auquel cette vapeur a commencé à régner universellement, ou peu auparavant, il y a eu une éruption d'un nouveau volcan en Islande, & une production d'une nouvelle île sur ses côtes. Ce volcan situé au S-E. de l'Islande, dans les montagnes nommées *Skaftan*, a commencé à lancer du feu le 8 de juin: & on a remarqué, " que les vapeurs sulfureuses, la „ fumée, les cendres lancées ont tellement obscurci & épaissi

„ l'air qu'on n'a pas vu le soleil depuis le 15 de juin, & que „ si on l'apercevoit quelques momens à son lever & à son „ coucher, ce n'étoit que comme un charbon sans éclat. „

Au reste il paroît y avoir eu aussi quelque influence de ce brouillard sur l'électricité atmosphérique, puisque partout les orages ont été plus fréquens, & plus forts qu'à l'ordinaire: ce qui a eu lieu surtout ici en août & septembre; mais il n'est pas difficile de voir que cela même s'accorderoit avec les idées que ces vapeurs ont été produites par des tremblemens de terre, dans lesquels il est vraisemblable que l'électricité joue quelque rôle; enfin il y a eu, soit dans les phénomènes particuliers, soit dans les époques auxquelles le brouillard a commencé & fini en différens endroits, des modifications, qui surement dépendent de causes locales.

Mais il y reste encore une autre question, non moins intésessante. On demande de quelle nature étoit le brouillard; on a vu ci-dessus qu'il étoit en quelques endroits accompagné d'une forte odeur de soufre, laquelle affectoit la poitrine, le goût, l'odorat: qu'il ne s'élevoit qu'à une certaine hauteur pas fort considérable, & qu'ainsi il occupoit la partie inférieure de l'atmosphère; que le poids de l'air a été fort considérable pendant ce tems. Enfin voici d'autres observations faites près de *Neuchatel* par Mr. *Du Vasquier*, possesseur d'une belle fabrique de toiles peintes, & qui possède d'ailleurs beaucoup de connoissances en Physique, je dois ces observations à la complaisance de Mr. Meuron.

" Les toiles peintes exposées sur le pré pendant ces tems „ de brouillard ont subi diverses altérations, le rouge a d'abord „ pris une teinte d'orangé: puis lavé dans l'eau commune

„ il est devenu violâtre ; le noir s'est effacé en partie : le „ violet a perdu toute sa vivacité; le puce n'a pas autant souf- „ fert.

" Les toiles peintes que Mr. Du Vasquier a fait exposer „ dans des endroits humides sont celles qui ont le plus chan- „ gé, il a même observé que quand elles étoient dans des „ endroits élevés, & qu'il ne tomboit ni pluie, ni rosée, elles „ ne subissoient aucune altération; il a de plus remarqué „ avec étonnement, que sur une même pièce de toile, la „ moitié d'une fleur en rouge changeoit, tandis que l'autre „ moitié conservoit tout son éclat.

" Enfin il est à remarquer que de quelques drogues qu'aient „ été composées les couleurs, l'effet a toujours été le même.

" De tous les faits que Mr. Du Vasquier a observé, il a „ cru pouvoir en conclure, que ces brouillards n'étoient autre „ chose que du *gas* répandu dans l'air sans y être dissous.

" Il ne détermine pas la nature de ce *gas*, mais il conclut „ de ses expériences, qu'il n'étoit pas entièrement nuisible „ à l'air atmosphérique; qu'il n'y étoit que très-divisé, à peu „ près comme du beurre dans du lait. On peut encore en „ conclure, qu'il étoit plus pesant que l'air atmosphérique, „ puis qu'on découvroit le sommet des alpes, & qu'on n'en „ voyoit pas le pied. Le baromètre a été constamment élevé „ pendant ce brouillard.

" En troisième lieu, ce *gas* étoit nuisible à l'eau, au moins „ jusqu'à un certain point, puisqu'une pluie très-forte, ou „ long tems continuée, l'entraînoit, & que d'ailleurs il n'a- „ gissoit sur les couleurs que par le secours de l'eau. Enfin „ ce *gas* étoit acidule, l'altération qu'il a produit sur les cou-

„ leurs exposées à son action, la manière, dont cette altéra-
„ tion s'est faite, le prouvent: Mr. Du Vasquier a fait voir à
„ plusieurs personnes des échantillons de toile qui conte-
„ noient du rouge, du violet, & du noir: la moitié avoit
„ été plongée dans de l'acide vitriolique affoibli par beaucoup
„ d'eau; or, tous ces échantillons avoient subi les mêmes
„ altérations que les pièces entières exposées au brouillard
„ de l'été dernier, & il a constamment remarqué, que pen-
„ dant que l'échantillon étoit impregné d'acide, le rouge ti-
„ roit sur l'orange, le violet sur la paille, & que le noir s'en
„ alloit le plus souvent; les mêmes échantillons lavés en-
„ suite dans l'eau prenoient au bout d'un quart d'heure
„ les mêmes nuances qu'avoient les pièces après ces brouil-
„ lards quand on les trempoit dans l'eau; du reste aucun
„ fabriquant de toiles peintes dans ce pays, n'a pu parvenir
„ à rendre aux couleurs leur première vivacité, & ils ont tous
„ remarqué avec Mr. Du Vasquier que ce qui tenoit de l'aci-
„ de ou de l'alkali, les rendoit plus ternes encore.

" Ce dernier m'a même assuré, que rien n'est capable
„ d'occasioner ces effets que les acides, mais d'une ma-
„ nière plus ou moins sensible: il a passé des échantillons
„ dans des alkali les plus caustiques: le rouge devenoit im-
„ médiatement très-violâtre, sans passer par l'orange, com-
„ me ci-dessus: & après quelques jours d'un beau soleil,
„ il reprenoit sa première vivacité, en observant de le mouil-
„ ler souvent: il a puisé d'autres échantillons dans des al-
„ kali volatils très-forts, comme le foye de soufre volatil,
„ l'esprit de vin rectifié, des huiles grasses, des huiles éthé-
„ rées, aucune de ces drogues n'a occasioné aux couleurs

„ les mêmes altérations qu'y produit l'acide. Au reste Mr. „ Du Vasquier a observé, que tous les acides n'ont pas, au „ même degré, cette propriété singulière, & qu'en général „ plus l'acide étoit plogistiqué, comme l'acide nitreux, & „ l'acide sulfureux, plus l'effet étoit marqué; & qu'au con- „ traire plus l'acide est enveloppé comme dans le tartre, „ & la sélénite, moins l'effet est sensible.

Les observations ne laissent aucun doute que ce brouillard n'ait contenu un acide, ou plutôt un *gas* manifestement acide, que ce *gas* n'a pas été mêlé intimement & chimiquement à l'air: qu'il étoit plus pesant que l'air atmosphérique, puisqu'il en occupoit la région inférieure. Enfin, que ce n'a été qu'en se mêlant à l'eau, qu'il a agi sur les toiles peintes : effet qui est exactement semblable à celui que Mr. *Brugmans* a observé dans ses expériences: la vapeur de soufre n'agissoit sur les feuilles, qu'après avoir été mêlée à celle de l'eau.

L'acidité, la pesanteur, & les effets de ce *gas* me feroient soupçonner qu'il tenoit beaucoup de la nature du *gas*, nommé *air acide vitriolique:* car la pesanteur de ce *gas* plus grande que celle de l'air commun, son affinité avec l'eau, son odeur d'acide sulfureux volatil, la toux qu'il excite, son action sur les métaux, surtout lorsqu'il est mêlé à l'eau, sont des propriétés & des effets exactement semblables à ceux qu'on a observés dans le brouillard, comme il suit, de ce que nous avons dit ci-dessus. Voilà tout ce qu'il m'est possible d'avancer sur cette matière.

3. Ce brouillard a été suivi de chaleurs excessives, tant en juillet qu'en août. Le *maximum* de chaleur a été de 26 $\frac{3}{4}$ d le 28 du mois, & depuis 50 ans qu'on fait des obser-

vations suivies dans ce pays, il n'ya qu'un seul exemple, celui du 20 de juillet 1778., d'une chaleur plus forte: savoir de 27. 3 d. Le thermomètre a été 14 jours au-dessus de 21 $\frac{1}{5}$ d. & parmi ces jours deux fois, le 2, & le 28 au-dessus de 25 $\frac{1}{4}$: cinq fois, (le 11, 12, 16, 27, 29) à 23 ou au-dessus. Du 9 au 23 la chaleur moyenne de chaque jour a été au-dessus de 16, 9 d.; du 10 au 19, (à l'exception du 13) au-dessus de 18, 7: le 28 à 22 d.: & le 29 à 20, 9: la chaleur moyenne du mois a été de 18, 2, ce qui dans ce pays, est sans exemple pour juillet. Le plus grand degré n'a été que 17, 3 en 1778. Enfin les chaleurs ont été plus constantes que de coutûme: & néanmoins les vents de N-E. ont été fréquens au-delà de tout exemple: les S-E, E, ont aussi été fort fréquens. Les jours les plus chauds, le vent a été O., S-E., N-O., N-E.

La sécheresse a été énorme. Du 21 de juin au 21 juillet, il n'est tombé qu'une seule fois quelques gouttes de pluie. Des onze jours restans & méme jusqu'au 2 d'août, il n'y en a eu que 4 qui ont fourni assez d'eau pour qu'on pût la mesurer: en tout il n'est tombé que 4, 5 lig. d'eau; ce qui n'est pas la moitié de la plus petite quantité qu'on avoit jamais vue en juillet.

Les chaleurs ont été très-grandes les 2, 3, 4 d'août: le 2 le thermometre a été à 26, 9: le 3 à 23, 3; le 4 à 19, 2: la chaleur moyenne du 2 a été plus petite que celle du 28 de juillet; parce que l'air s'est rafraîchi le soir par un orage considérable; le lendemain orage. Enfin il est tombé ce mois beaucoup de pluie, surtout les 11 & 29; & il y a eu 12 jours de brouillard, léger à la vérité; mais ce grand nom-

bre est sans exemple dans ce pays. En septembre il y a encore eu beaucoup de brouillard, & de même qu'en août, beaucoup d'orages qui ont causé du dégât.

4. La fin de l'année a été remarquable par un froid très-violent, & de très-longue durée, qui a commencé le 21 décembre, & duré jusqu'au 22 de février, quoiqu'avec des interruptions & des reprises. Ce mémoire étant déjà fort long, je remettrai à parler de ce froid & de toutes ses circonstances à une autre occasion, je remarquerai seulement que le froid de —16 d. observé ici le 31 de décembre, & qui a été plus fort encore en d'autres endroits, est très-rare dans ce pays, & jusqu'ici sans exemple pour le mois de décembre. J'avois observé le thermomètre à—14 $\frac{1}{4}$ le 16 décembre 1774, & à 10. 2 le 11 décembre 1780. Les douze derniers jours ont rendu ce mois excessivement froid, la température moyenne n'ayant été que de 0, ce qui est 4 degrés au-dessous de la température moyenne pour décembre, & de 1, 8 au-dessous de la plus petite que j'eusse encore vue en décembre. Il y est tombé une grande quantité de neige, & les vents N-E., & S-E., ont constamment régné pendant la durée du grand froid, à l'exception du 30 & du 27.

Voici, en attendant des détails ultérieurs, la table des principales observations faites dans ce pays, pendant toute la durée de l'hiver. "

---

* On a soin d'apprendre au Lecteur que pour la comparaison que Mr. Vansvvinden fait au commencement de ce mémoire, de l'état du baromètre à Franeker avec les tremblemens de terre arrivés dans la Calabre & la ville de Messine, il n'a pu avoir connoissance de l'histoire que Mr. le Doc-

teur *Vivenzio* a donnée de ces tremblemens. Cette hiſtoire qui paſſe avec raison pour la plus exacte n'a été publiée à Naples que quelque tems après que Mr. Vansvvinden eut envoyé son manuscrit à l'Académie : s'il avoit pu la consulter, en y voyant que le tems auquel la plus grande dépression du mercure avoit commencé à Franeker n'étoit pas précisément celui du commencement des tremblemens de terre dans la Calabre, & en Sicile, & que ce n'étoit pas pendant l'époque de leur plus grand dégât que le baromètre avoit été exceſſivement bas, il n'auroit peut-être pas été porté à regarder ces tremblemens de terre comme la cause de cette dépreſſion singulière, d'autant plus qu'on n'avoit pas observé de semblables abaiſſemens dans la ville de Naples qui en étoit fort près.

TABLE des principales observations faites dans les Provinces unies des Pays-bas, pendant le froid rigoureux des mois de décembre 1783, janvier & février 1784.

1783 décembre — jour heure	Groningue	Près de Groningue	Franeker	Amsterdam N. II	Leide N. II	Delft	Rotterdam	Schoonhoven	Breda N. I.	Breda N. II
28 10 s.	− 7.7		−11.3	− 8	− 6.5				− 7.1	
29 10 s.	− 9.3		− 9.3	−12	− 9.8				− 12.3	
30 (7 m. 9 s. 10 12)	− 9.8 −13.2 −14	 −16	− 7.8 −12.2	−15 −15.5 −15.7 − 16 −15.5	−13.4 −13.4	−12 −12.5 −12 −12.8	−11.1 −11.8	−12 −18	− 14.4. − 14.6. − 12.3 − 14.6	− 16.9 − 15.8
31 (7 m. 10 2 6 10 1/2 s.)	−15.5 −13.5 −10.7 −12.3 −12	−19.1	−16 −14.6 −11.5 −13.8 −12.7	−14.6 − 8.5 − 8.5	−15.1 − 16 −10.6 − 8.5	−16 −15.1 −11.2 − 9.5 − 7.5	−14.2 −12.9 − 9.9 − 9.1 − 7.1	−15 − 9.6 − 6.8	− 13.8 − 12.2 − 7.5 − 8. − 6.	
1784 janvier 1 7 m.	− 8.5		− 8	−2.5	− 1.3	− 0	− 5.5		− 0.5	
			Ce jour dégel dans		toutes ces villes					
6 (7 m. 10 s. 12)	−11.2 −12.8 −13.3	−14.2 −14.2	−14.2 −14.2	−10.7 − 9.6 −10	− 8 − 8	− 9.7 − 8.5	− 9.1 − 6.8		− 9.8 − 6.6	
7 (7 m. 9 s. 2 11)	−13.8 −12.7 − 7.7 −11.1	−17.8	−14.6 −14.6 − 9.8 −12.7	−10 − 6.2 − 8.9	− 7.1 − 4.8 − 4.5	− 8.5 − 4.7 − 8	− 7.2 − 4.6 − 6.5		− 9.1 − 4. − 8.	
8 (8 m. 8 s. 10)	−11.5 −10.2 −11.1	−14.2	−13.5 −11.5 − 9.8	−10.2 - 5.6	− 4 − 5.7	− 8.2 − 7	− 6.7 − 4.2		− 6.8 − 3.8	
29 (9 s. 10 11)			−11.5 −10.7	− 9.4 − 9.8	− 8.8	− 9.2 − 9.2	− 8.8		− 8.5 − 10.4	
30 (7 m. 6 s. 10)			− 9.6 −12.5 − 4.2	− 7.7 −10.6 − 7.1	− 7.1 − 6.2	− 7.5 − 8.8 − 6	− 7.1 − 7.5 − 5.8		− 8. − 9.2 − 10.4	
février 10 (7 m. 6 s. 8)			− 9.6 −11.3			− 7.1 − 2.2			− 8. − 7.	
11 (7 m. 2 s. 10)			−13.8 − 7.3 −12.3			− 4 − 2.2 − 4.7			− 0.5 − 0.2 − 3.1	
12 (7 m. 5 s. 10 11)			− 9.8 − 5.5 − 4.5			− 3.1 − 5.3 − 8			− 4. − 5.7 − 7.5 − 8.5	
13 (7 m. 8 10 s. 11)			− 8.8 − 9.1 − 8.6			− 9.1 − 7.7 − 8.5			− 9.1 − 8.8 − 7.5	
mars 20 9 s.			− 6.7							
22 10 s.			− 4.2							
avril 2 10 s.			- 4.5		− 4					

Tous les thermomètres dont on s'est servi sont excellens & concordans, à l'exception de celui dont on s'est servi près de Gruningue, qui est peut-être bon, mais sur lequel je n'ai pu me procurer les éclaircissemens nécessaires. Quelques personnes suspectent les observations de cet endroit.

A Breda & à Leide les N. 1 étoient au centre, les N. 2 à l'extrémité de la ville.

A Amsterdam le N. 2 pendant à un arbre au milieu du jardin appartenant à la maison à une des murailles de laquelle pendoit le N. 1.

Schoonhoven & Rotterdam ont à peu près la même latitude, mais Schonnhoven est plus oriental de 12'. Breda est de 12' plus austral, & de 10' plus oriental que Rotterdam.

Il suffit de jeter un coup d'oeil sur ces observations, pour voir combien les degrés de froid ont différé entr'eux à la même époque pour des endroits differens, mais très-voisins.

Le froid du 2 d'avril est sans exemple dans ce pays pour ce mois-là.

ESSAI

D'UNE NOUVELLE MANIÈRE D'ENVISAGER LES DIFFÉRENCES OU LES FLUXIONS DES QUANTITÉS VARIABLES.

PAR M.r BERNOULLI

Les Géomètres conviennent assez généralement aujourd'hui, que la méthode des fluxions de Newton est beaucoup plus philosophique & plus rigoureuse, que celle des infiniment petits de Leibnitz. Il est vrai que cette dernière se présente sous un abord plus aisé, & que ses démonstrations sont plus courtes, que celles de la première; aussi voyons-nous, qu'elle a été préférée dans presque tous les cours de mathématiques, d'où lui est venue la dénomination *du calcul infinitésimal*, laquelle n'auroit jamais dû avoir lieu suivant le célèbre Anglois. De quelque manière cependant qu'on envisage ces infiniment petits, qu'on leur donne une valeur réelle avec la plupart des auteurs, ou qu'on les fasse avec Euler égaux au zéro absolu, on rencontre des écueils, dont la rigueur mathématique ne sauroit se sauver. Le zéro n'étant qu'une négation de quantité ne peut jouir d'aucune qualité telle que celle de former des rapports. D'un autre côté on trouve de la difficulté à négliger des quantités réelles, sans porter atteinte à l'exactitude du calcul, & on a encore plus de peine à concevoir les infiniment petits de différens ordres. C'est ainsi qu'avec quelque facilité qu'on ait d'abord cru saisir les principes de Leibnitz, ils nous échappent bientôt, & nous tombons dans l'incertitude: si au contraire on ne se traîne qu'avec beaucoup de fatigue après les longues démonstrations

synthétiques de Maclaurin qui a rédigé la théorie des fluxions, on se trouve amplement récompensé par la conviction lumineuse qui reste dans l'esprit. Il seroit donc seulement à souhaiter qu'en conservant cette même méthode, on pût sans rien relâcher de la rigueur des démonstrations, les rendre moins longues & moins pénibles à saisir. J'ai cru trouver ces avantages dans la manière dont mon Père me faisoit envisager les fluxions, ou les infiniment petits, & plus j'y ai ensuite médité en l'appliquant à différentes matières, qui font l'objet de ce calcul, plus j'en ai été satisfait, ce qui m'a engagé à en soumettre l'esquisse aux lumières de l'Académie.

Cette idée a donc cela de commun avec la méthode des fluxions, qu'on ne regarde pas les quantités comme recevant des additions, ou des diminutions, mais comme ayant simplement à chaque instant une disposition à augmenter, ou à diminuer ; ces dispositions sont donc non seulement incommensurables, mais absolument hétérogènes avec les quantités à qui elles appartiennent : mais ceci ne fait aucune difficulté, puisque tout le calcul infinitésimal, ou des fluxions ne porte que sur des rapports. C'est ainsi que dans la mécanique on trouve à chaque pas des équations entre les tems, les forces, les vîtesses, les espaces, choses toutes aussi hétérogènes.

Ces principes établis, on en tire les règles du calcul différentiel avec la plus grande simplicité & clarté, en appelant les dispositions de deux quantités variables x, & y, dx, & dy (ce qui signifie donc autant que si je disois l'augmentation, ou la diminution que la quantité x prendroit dans un certain tems, comme d'une seconde, ou d'une minute, si

pendant tout ce tems la disposition restoit la même, étant exprimée par dx, l'augmentation ou la diminution de y dans le même tems & dans la même supposition sera exprimée par dy, & ainsi on voit que nos dispositions reviennent au fond au même avec les vîtesses du calcul des fluxions) on aura la disposition totale de $x + y = dx + dy$, si ces deux dispositions sont chacune en particulier une disposition à croître; si celle de y étoit à diminuer, la disposition entière résultante seroit $dx - dy$, la disposition de $x + x$, ou de $2x$ sera $2dx$, celle de ax, adx, & celle de abx sera $abdx$. S'il s'agit de savoir la disposition totale d'une quantité composée de plusieurs facteurs variables, comme xyz, auquel cas se réduit la différenciation de toutes les autres formules quelque compliquées qu'elles soient, on n'y trouvera pas plus de difficulté; on dira simplement, si x seule étoit variable, la disposition à augmenter seroit, d'après ce qui vient d'être dit, $yzdx$; si y seule étoit variable, la disposition seroit $xzdy$, & elle seroit $xydz$, si z étoit seule variable : or x, y, z étant variables toutes trois, il s'ensuit, que ces trois dispositions à augmenter ont lieu toutes à la fois, & que la disposition totale qui en résulte est $yzdx, + xzdy + xydz$. Si la disposition d'une, ou de plusieurs variables, supposant de y, & de z étoit à diminuer, les termes où entrent le dy & le dz prendroient le signe $-$, & on auroit pour la dispotion totale $yzdx - xzdy - xydz$.

Pour mettre ceci dans un plus grand jour, je traiterai la chose encore plus géométriquement. Soit (Pl. VIII. fig. 1.re) le rectangle ABCD, dont la hauteur $AD = a$ soit constante, & la base DC variable $= x$. Si $Cc = dx$ exprime la dispo-

sition à augmenter de la base DC, ou l'espace dont elle s'accroîtroit dans le tems d'une seconde, ou d'une minute, le rectangle tendroit à s'accroître du rectangle $Bbc C = adx$, qui est donc la disposition, ou différence, ou fluxion de ax.

La hauteur $AD = y$, & la base $DC = x$ du rectangle étant variables toutes deux, la disposition à s'accroître en longueur sera $= ydx$, & celle pour la hauteur $xdy = AB\,\beta\alpha$, (fig. 2.^e^) donc la disposition entière de $xy = ydx + xdy$.

Qu'on ait donc encore la courbe (fig. 3.^e^) AMm, où $AP = x$, $Pp = dx$, $PM = y$, $rm = dy$; qm, & Qr étant parallèles à l'axe AP, la disposition de l'espace APM sera $=$ PM$rp = ydx$, & celle de l'espace AQM $=$ QM$sq = xdy$. Il semble à la vérité au premier abord, que la disposition de APM devroit être $=$ MPpm plus grand que PMrp, & celle de AQM $=$ QMmq plus grand que QMsq, il faut avouer, que c'est ici un des points les plus épineux, qu'on rencontre dès l'entrée du calcul des fluxions, ou des différences. Dans cette dernière méthode on répond, que les espaces Mrm, & Msm étant des infiniment petits du second ordre peuvent être négligés en comparaison des espaces MPpr, & MQqs, infiniment petits du premier ordre. Dans notre méthode cette réponse ne sauroit avoir lieu, puisqu'on n'y admet point d'infiniment petits, & que tous les espaces tracés dans la figure représentent des espaces finis. Un peu d'attention nous fera bientôt trouver une réponse plus satisfaisante que celle dont je viens de parler. Je dis donc que, lorsque l'abscisse AP dans une minute prend l'accroissement Pp, l'espace APM augmente réellement dans le même tems de PMmp, & l'espace AQM de QMmq: mais il faut bien remarquer, qu'il ne

s'agit pas ici des augmentations véritables de ces espaces pendant une minute, mais seulement des dispositions que ces espaces ont à augmenter au moment, que l'appliquée est $=$ PM, & on voit bien que les accroissemens réels doivent être plus grands, que ceux qui devroient se faire d'après la disposition en PM. Car supposons que la disposition de l'abscisse soit toujours la même, de manière que l'abscisse en des tems égaux prenne des accroissemens égaux, la disposition de l'espace APM doit toujours aller en augmentant, de sorte que cet espace dans le même tems prend successivement des accroissemens toujours plus grands, puisque cette disposition est exprimée par ydx, où dx est constant, & y va en augmentant. Ainsi l'espace PM*mp* résultant des dispositions qui vont en augmentant, est & doit être plus grand, que l'espace PM*rp*, qui indique la disposition qui a lieu en PM, ou l'accroissement que prendroit l'espace APM dans une minute, si l'appliquée restoit toujours $=$ PM; au lieu que l'accroissement réel dans ce même tems est plus grand, parce que pendant que l'accroissement se fait, les appliquées deviennent toujours plus grandes. Le même raisonnement s'appliquera à l'espace extérieur AQM, & on n'aura pas de peine à l'étendre au cas, où les appliquées diminueroient à mesure que l'abscisse augmente.

Dans la courbe (fig. 4.[e]) AM, dont les appliquées aboutissent toutes au centre C, l'angle ACM étant appelé x, & sa disposition MC*m*, dx, en tirant l'arc de cercle du centre C, la disposition de l'espace ACM sera encore, non MC*m*, mais MC*r* $= \frac{yydx}{2}$ (puisqu'ici on a $1 : dx :: y : Mr = ydx$), car pendant que l'angle prend l'accroissement MC*r*, l'espace

n'augmenteroit que de MCr, si l'appliquée restoit pendant ce tems la même, & le surplus Mrm n'est dû qu'aux changemens des appliquées, & des dispositions qui ont lieu pendant l'accroissement. Par l'expression $\frac{yydx}{2}$ on voit que les dispositions de l'angle étant supposées uniformes, celles de l'espace varient en raison quarrée des appliquées, au lieu que pour les courbes, où les appliquées sont parallèles, les espaces ont des dispositions en raison simple des appliquées, quand la disposition de l'abscisse reste toujours la même.

Ce que nous venons de dire des dispositions uniformes, ou constantes, & de celles qui varient continuellement dans tel, ou tel rapport, nous mène à la considération des dispositions du 2.^{e}, 3.^{e} degré. ce point est un des plus embarrassans dans le calcul différentiel; mais il s'explique fort naturellement dans notre théorie. Car une quantité variable ayant présentement une certaine disposition à augmenter, cette disposition peut ou rester toujours la même, ou bien elle peut avoir elle-même une tendance, ou disposition à augmenter, ou à diminuer, & c'est cette seconde disposition, qui répond à ce qu'on nomme ordinairement la 2.^{e} différence, & rien n'obligeant cette seconde disposition de rester toujours la même, on voit sans peine les 3.^{e}, 4.^{e} dispositions, ou différences se développer jusqu'à l'infini. Il me semble que les suites des nombres figurés peuvent servir à mettre ceci dans un plus grand jour. La première suite est celle des unités.

1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1 &c.

qui représente une quantité toujours constante

Par l'addition continuelle des termes de cette première suite on parvient à celle des nombres naturels

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 &c.

qui représente une quantité variable dont la disposition est constante.

La nouvelle addition des termes de cette suite donne celle-ci

1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55 &c.

qui représente une quantité variable produite par des dispositions variables elles-mêmes, mais variables uniformément, de sorte que les secondes dispositions sont constantes.

Par l'addition réitérée des termes de cette dernière suite on trouve celle-ci

1, 4, 10, 20, 35, 56, 84, 120, 165, 220

quantité variable dont les 1.e & 2e dispositions sont variables encore, & où la 3.e seulement est constante.

Ces suites étant continuées à l'infini, nous meneront à des dispositions de tel degré que nous voudrons.

La première application qu'on fait ordinairement dans les traités élémentaires du calcul différentiel, c'est de chercher les tangentes des courbes. Les élémens d'une ligne droite, ou courbe renferment, à ce qu'il me semble, autant des mystères tout aussi incompréhensibles pour nous, que les élémens des corps, & je ne crois pas, qu'il soit accordé à l'esprit de l'homme de remonter jamais jusqu'à ces premières parties constituantes, ni de s'en former une idée nette, & distincte. Cependant on trouve toujours des principes sûrs, qui ne permettent pas de nous égarer dans le labyrinthe, pourvu que nous ayons soin de ne pas les laisser échapper. On est donc assuré que les élémens d'une courbe ont tous une différente situation ou inclinaison par rapport à une certaine ligne droite p. ex. à l'axe de la courbe, & que cette

inclinaison est indiquée par la tangente de chaque point. Cette même inclinaison détermine en même tems le rapport des dispositions de l'abscisse & de l'appliquée par chaque point de la courbe, où elle en est déterminée réciproquement. Si par ex. (fig. 5.e) MT touche la courbe en M, on voit en prolongeant à volonté cette ligne jusqu'en N, & tirant MO, & NO parallèles à AP, & PM, on voit, dis-je, que MN indique l'inclinaison de l'élément de la courbe en M, & que AP & PM doivent y avoir des dispositions à croître qui soient dans le rapport de MO à NO, pour que la courbe ait en M cette direction MN; MO, & NO constitueront donc le rapport de dx à dy, & le triangle MNO étant semblable à MPT, on trouvera comme à l'ordinaire la sous-tangente PT $= \frac{ydx}{dy}$

Plus le rapport de NO à MO est grand, plus les y doivent croître, ou décroître avec précipitation; mais si quelque part dans la courbe la tangente MN devenoit parallèle à l'axe, & se confondoit avec MO, la disposition NO disparoîtroit, & ceci peut arriver en trois différens cas.

1.° Si la courbe, étant parvenue en M, rebroussoit tout à coup chemin; mais alors il faudroit que l'appliquée eût eu plus d'une valeur positive avant le point M.

2.° Si les appliquées continuoient de croître, ou de décroître comme auparavant, à mesure que l'abscisse augmente; & en ce cas il faut absolument, que la courbe ait en M un point d'inflexion, & change sa concavité en convexité, ou le contraire.

3.° Si la courbe continuoit d'être concave, ou convexe vers l'axe, & en ce cas les appliquées, qui jusqu'en M

étoient devenues plus grandes, ou plus petites, deviendroient depuis ce point plus petites, ou plus grandes, de sorte qu'en M l'appliquée sera parvenue à son *maximum*, ou *minimum* : comme c'est le cas qui arrive le plus souvent, on se sert ordinairement de ce moyen en faisant le rapport de $\frac{dy}{dx} = 0$ (ou par la raison que je dirai dans le moment, $\frac{dx}{dy} = 0$) pour trouver les *maxima* & les *minima* de quelque fonction que ce soit, & si l'on doutoit qu'on eût un vrai *maximum*, ou *minimum*, & non un point de rebroussement, ou d'inflexion, on auroit des moyens connus, & très-simples pour s'en assurer.

J'ai indiqué qu'il falloit quelque fois faire $\frac{dx}{dy} = 0$: en effet si la tangente au lieu de devenir parallèle à l'axe en quelque point M, y devenoit parallèle aux appliquées, elle se confondroit, de même que NO, avec l'appliquée MP continuée, & la disposition MO de l'abscisse s'évanouiroit, les trois cas même, dont je viens de parler, peuvent donc avoir lieu, ici, & comme le 3.e se présente encore le plus souvent, on a ce moyen de plus pour chercher un *maximum*, ou *minimum* en faisant $\frac{dx}{dy} = 0$, si $\frac{dy}{dx}$ ne nous faisoit rien connoître, ou nous menoit à quelque chose d'absurde.

Avec cette méthode on trouveroit, ce me semble, la même facilité pour résoudre ce problème, qui a si fort embarrassé les Géomètres du commencement de ce siècle, savoir de déterminer la valeur d'une fonction pour le cas, où son numérateur & son dénominateur deviennent égaux à 0, en donnant à la variable une certaine grandeur. On sait que ce numérateur & ce dénominateur doivent être regardés comme

des appliquées de deux courbes différentes qui auroient les mêmes abscisses & qui couperoient l'axe dans le même point. Comme en ce point les appliquées s'évanouissent ensemble, il faudra chercher le rapport de leurs dispositions à reprendre quelque valeur, afin de déterminer ce qui devient la fonction pour ce pcint-ci.

Je dirai encore un mot des courbes d'infléxion, parce qu'elles me donneront occasion de montrer l'usage, & l'application des secondes dispositions. Une ligne, dont les abscisses, & les appliquées ont toujours des dispositions premières constantes, ne peut être qu'une ligne droite. Car si dans la ligne AMN (fig. 6.e) les dispositions des abscisses, M*r*, & NS, & de même celles des appliquées *rm*, & S*n* sont supposées égales, les angles en *r*, & en S étant droits, les triangles M*rm*, & NS*n* seront égaux, & semblables; par conséquent les angles en M, & en N seront aussi égaux, & la ligne AMN a toujours la même inclinaison à la ligne des abscisses AQ, & doit être nécessairement une ligne droite.

Les premières dispositions des abscisses étant supposées constantes, c'est donc des secondes dispositions des appliquées, que dépend la différente courbure d'une ligne quelconque. Si ces secondes dispositions sont affirmatives, c'est-à-dire, si les premières dispositions ont des dispositions à augmenter, la courbe tournera sa convexité vers l'axe. Car si la courbe (fig. 7.e) a en M la direction M*m'* avec la disposition M*r* de l'appliquée, nous venons de voir que la courbe dégénéreroit en une droite, si l'appliquée gardoit cette même disposition *t*S = M*r*; mais puisque cette disposition a elle même une disposition d'augmenter, qui est exprimée par

mt, l'angle de la courbe avec MS devient plus grand, que M*n'r*, & la courbe tourne sa convexité vers l'axe; de même si la disposition de l'appliquée tend à devenir *μS* plus petite que *tS*, la courbe tourneroit sa concavité vers l'axe. De là il est facile de conclure, que si une courbe de convexe doit devenir concave, ou convexe de concave, il faut que la seconde disposition de l'appliquée de négative devienne affirmative, ou négative d'affirmative, & que par conséquent au point d'inflexion même elle soit nulle., c'est-à-dire qu'on ait $ddy = 0$.

J'ai trouvé plus de difficultés, je l'avoue, en cherchant d'après cette méthode le rayon de la développée, & la voie que j'ai enfin été obligé de prendre, revient presqu'à celle de la limite des rapports. Quoiqu'il en soit, je la mettrai ici aux yeux du Lecteur, à qui elle peut donner occasion d'en trouver une autre plus satisfaisante & adaptée à nos principes.

Soit la courbe (fig.8.e) AM*μ*, AP l'abscisse, PM l'appliquée, M*m* la tangente, ou la direction de la courbe en M, M*n* un arc du cercle osculateur en M, ce qui signifie autant, que la courbure de la courbe en M, ou sa disposition à s'écarter de la tangente M*m*. Cette disposition s'évanouiroit, si le rapport de *dy* à *dx* étoit constant, & elle ne provient que de la valeur réelle de *ddy*. En tirant les deux rayons MC, & *n*C de l'arc de cercle M*n*, il s'agit de trouver la longueur de ces rayons. En tirant les lignes *mp*, & M*s* parallèles à MP, & AP, on a les triangles semblables MC*s*, & QC*q*, qui donnent M*s* — Q*q* : M*s* :: MQ : MC. Or M*s* est composé de M*r*, & *rs*; M*r* est $= dx$. Quant à *rs*, on auroit M*r* (*dx*): *rm* (*dy*) :: *rm* (*dy*): *rs* $\frac{dy^2}{dx}$; si l'angle M*ms* étoit droit, ce qui n'a pas lieu effectivement, parce que C*m* est perpendi-

culaire sur l'arc de cercle Mn, & non sur la tangente Mm; mais comme au point M, dont il s'agit proprement, la direction de la tangente Mm, celle de l'arc de cercle Mn, & celle de l'arc de la courbe Mμ est la même, & que par conséquent la ligne qui y est perpendiculaire à l'arc de cercle, l'est aussi à la tangente, on aura $rs = \frac{dy^2}{dx}$, puisqu'il dépend de nous de donner aux lignes Mr, rm, qui marquent les dispositions, telle grandeur que nous voulons, pourvu qu'elles ayent toujours le rapport convenable entr'elles *.

On mettra donc Ms = Mr + $rs = dx + \frac{dy^2}{dx} = \frac{dx^2 + dy^2}{dx}$. Il y a encore une difficulté à peu près semblable à trouver Qq. MQ & PQ sont la normale & la sous-normale de la courbe AM pour le point M. MQ est donc $= \frac{y\sqrt{dx^2 + dy^2}}{dx}$, & PQ $= \frac{ydy}{dx}$. Or comme la ligne Cnm, par ce que nous venons de voir, doit être regardée comme également perpendiculaire à Mm, Mμ, & Mn; pq — PQ indiquera la disposition de la sous-normale, & sera $\frac{yddy + dy^2}{dx}$ = Qq — Pp, donc Qq = Pp + $\frac{yddy + dy^2}{dx} = \frac{yddy + dx^2 + dy^2}{dx}$. La proportion M$s$ — Qq : Ms : : MQ : MC se change donc en celle-ci :

$$\frac{dx^2 + dy^2 - yddy - dx^2 - dy^2}{dx} : \frac{dx^2 + dy^2}{dx} : : \frac{y\sqrt{dx^2 + dy^2}}{dx} : \frac{(dx^2 + dy^2)^{\frac{3}{2}}}{-dxddy},$$

* Pour mieux entrevoir la raison de ce que je dis ici, il faut faire attention encore, que la proportion $dx : dy : : dy :$ —, par laquelle on trouve rs dans le cas, où Mms peut être regardé comme un angle droit, est toute composée de termes, qui sont des dispositions de la première espèce: or en cherchant le rapport des dispositions de quelque espèce qu'elles soient, pour un moment donné, on ne doit pas considérer la disposition, qu'elles ont elles-mêmes à varier, & les changemens qu'elles souffrent en conséquence dans la suite.

& cette formule est la même que celle qu'on trouve dans les livres pour le rayon de la développée. Si ce raisonnement n'a pas d'abord toute la clarté qu'on désire, on n'a qu'à l'examiner avec attention pour se convaincre de sa justesse : j'espère que quelqu'un trouvera moyen de le simplifier & d'en écarter ce qu'on y pourroit trouver de trop subtil.

ADDITION

DE M.r L'ABBÉ DE CALUSO

En lisant tout ce que Mr. Bernoulli dit du rayon de la développée jusqu'à la fin du Mémoire précédent, on voit qu'il ne s'est pas satisfait lui-même, & qu'il auroit bien voulu porter sa méthode à la détermination de ce rayon d'une manière plus lumineuse. J'en ai une qui se déduit si naturellement de ce qu'il a démontré, *que le rapport des dispositions ou fluxions de l'abscisse & de l'appliquée détermine la tangente*, *& qu'en supposant constantes les premières dispositions des abscisses, c'est des secondes dispositions des appliquées que dépend la courbure*, que j'ai cru devoir l'ajouter ici.

Que le point M (fig. IX.) soit commun à plusieurs courbes AM, *a*M, *A*M &c. dont les abscisses parallèles AP $= x$, $ap = \mathrm{x}$, $AP = X$, croissent ou décroissent par le mouvement d'une même droite PM sur laquelle sont toutes les ap-

C'est justement là notre cas : on cherche le rapport de *rS* avec M*r*, & *rm* pour le point M seul, & on ne fait pas attention aux changemens que ce rapport souffre à cause de *ddy*, qui est la cause, pourquoi les lignes M*m*, Mμ, & M*n* s'écartent mutuellement de plus en plus depuis le point M.

pliquées y, y, Y, en sorte que l'on ait les *dispositions* constantes $dx = dx = dX$; si au point M l'on a aussi $dy = dy = dY$, il est clair 1° que toutes ces courbes se toucheront l'une l'autre en M, où elles ont la même tangente TM, la même direction. 2° que ces courbes ne s'écartant de la droite TM que par les secondes *dispositions* ddy, ddy, ddY, si ces secondes *dispositions* sont aussi toutes égales, l'attouchement des courbes entr'elles sera plus parfait en ce que non seulement elles auront toutes en M la même direction, mais une même disposition à s'en écarter également. J'appelle leur attouchement réciproque en ce cas *osculation.*

Si leur disposition à changer ces secondes dispositions est encore égale, c'est-à-dire si les troisièmes fluxions $d^3y = d^3y = d^3Y$, j'appelle cet attouchement plus intime encore, *osculation* du second degré, & continuant ainsi, *osculation* du troisième degré quand l'on a aussi $d^4y = d^4y = d^4Y$; du quatriéme degré quand l'on a de plus $d^5y = d^5y = d^5Y$, &c. &c.

Cela posé, je dis qu'*entre une infinité de cercles qui peuvent toucher une courbe à un même point* M, *il n'y en a qu'un dont l'attouchement soit osculation.* Pour le démontrer, soient a, A les deux rayons de deux cercles quelconques, x, X leurs abscisses, ou sinus verses, y, Y leurs appliquées ou sinus droits; l'équation du cercle ($y^2 = 2ax - x^2$) donne

$$dy = \frac{dx\,(a - x)}{\sqrt{(2ax - x^2)}},\ ddy = \frac{-a^2\,dx^2}{(2ax - x^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{-a^2\,dx^2}{y^3},$$

& ainsi $ddY = \frac{-A^2\,dX^2}{Y^3}$. Donc si $dX = dx$, & $ddY = ddy$,

on aura $\frac{A^2}{Y^2} = \frac{a^2}{y^2}$, $\frac{A^2 y^2}{a^2} = Y^2$. Or par la méthode de Mr. Bernoulli de même que par toute autre on trouve que généralement la *disposition* ou fluxion de la courbe est à celle de l'abscisse comme la normale à l'ordonnée, c'est-à-dire $\sqrt{(dx^2 + dy^2)} : dx :: a : y$; $\sqrt{(dX^2 + dY^2)} : dX :: A : Y$. Donc si $dx = dX$, $dy = dY$, $ddy = ddY$, on aura nécessairement $a : y :: A : Y = \frac{Ay}{a}$, $\frac{A^2 y^2}{a^2} = Y^2 = \frac{A^2 y^2}{a^2}$, $A = a$.

Donc deux cercles supposés tous deux osculateurs auront le même rayon, & par conséquent ne seront qu'un seul & même cercle.

Pour le déterminer, ayant $\frac{a}{y} = \frac{\sqrt{(dx^2+dy^2)}}{dx}$ & $ddy = \frac{-a^2 dx^2}{y^3}$, substituons dans cette dernière équation la valeur de $\frac{a^2}{y^2}$ tirée de la première, & nous aurons $ddy = -\frac{dx^2 + dy^2}{y}$,

$$y = \frac{dx^2 + dy^2}{-ddy}, \ \& \ a = \frac{y\sqrt{(dx^2+dy^2)}}{dx} = \frac{(dx^2 + dy^2)^{\frac{3}{2}}}{-dx\,ddy}.$$

Mais au point de l'osculation de ce cercle & de la courbe dont les coordonnées orthogonales sont x & y, en faisant $dx = dx$ on a $dy = dy$, $ddy = ddy$. On aura donc

$$y = \frac{dx^2 + dy^2}{-ddy}, \ \& \ a = \frac{(dx^2 + dy^2)^{\frac{3}{2}}}{-dx\,ddy}.$$

Ayant le rayon osculateur $= a$, on comparera les valeurs de d^3y, d^4y, &c. avec celles de d^3y, d^4y, &c. jusqu'à ce qu'on parvienne à un ordre de *dispositions* inégales, pour dé-

terminer le degré de l'osculation. Par exemple soit $10\sqrt{ax} - 4x = 3y$ l'équation de la courbe AB (fig. x) AP $= x$, $\sqrt{ax}$ ayant deux valeurs, y en aura deux aussi; mais pour les osculations du côté de B, où les y sont positives, nous devons prendre $\sqrt{ax}$ positive. Quant aux *dispositions*, nous avons $\frac{5dx\sqrt{a}}{\sqrt{x}} - 4dx = 3dy$; $3ddy = \frac{-5dx^2\sqrt{a}}{2x\sqrt{x}}$, $d^3y = \frac{5dx^3\sqrt{a}}{4x^2\sqrt{x}}$, $d^4y = -\frac{25dx^4\sqrt{a}}{8x^3\sqrt{x}}$; & dans le cercle $d^3y = \frac{3a^2dx^3(a-x)}{(2ax-x^2)^{\frac{5}{2}}}$ $= \frac{3a^2dx^3}{y^5}(a-x)$, $d^4y = \frac{-3a^2dx^4}{y^7}\left\{a^2 + 4(a-x)^2\right\}$

Soit A$p = x = a$, on aura $pm = y = 2x$, $dx = 3dy$, $ddy = \frac{-5dx^2}{6a}$, $y = \frac{dx^2 + dy^2}{-ddy} = \frac{4a}{3} = \frac{2y}{3} = mq$, & le rayon osculateur $mr = a = \frac{4a\sqrt{10}}{9}$, dont on détermine la position moyennant la sous-normale $pn = \frac{ydy}{dx} = \frac{1}{3}y = \frac{2}{3}a$, ce qui donne $qr = a - x = \frac{4a}{9}$, $d^3y = \frac{5dx^3}{8a^2}$. Mais $d^3y = \frac{5dx^3}{4a^2}$. Donc $d^3y = \frac{1}{2}d^3y$, & ces troisièmes dispositions n'étant point égales, l'osculation n'est que du premier degré.

De même pour le *maximum* $y = BD = \frac{4x}{3} = \frac{25a}{12}$, $x = AD = \frac{25a}{16}$, $dy = 0$, la sous-normale $= 0$, & dans le cercle osculateur $y = x = a = EB = \frac{3x}{2} = \frac{75a}{32}$; $ddy = \frac{-dx}{y} = \frac{-32dx}{75a} = ddy$. Mais $d^3y = 0$, tandis que

$d^3y = \frac{256.\,dx^3}{125.\,a^2}$. Donc ce n'est encore qu'une osculation du premier degré.

Pour en avoir une du second, coupons AP $= x = \frac{15}{25}\,a$, nous aurons $\frac{17x}{6} = y =$ PM, $dy = \frac{3dx}{4}$, PN $= \frac{3y}{4} = \frac{17x}{8}$, $ddy = \frac{-25dx^2}{24x}$, $y =$ MQ $= \frac{3x}{2} = \frac{24.a}{25}$, $a - x =$ QR $= \frac{9x}{8} = \frac{18.a}{25}$, le rayon osculateur RM $= a = \frac{15x}{8} = \frac{6a}{5}$, $d^3y = \frac{25.\,dx^3}{16x^2} = d^3y$. Mais $d^4y = \frac{-1525\,dx^4}{288\,x^3}$ pendant que $d^4y = \frac{-125\,dx^4}{32x^3} = \frac{45d^4y}{61}$. Donc l'inégalité commence aux fluxions quatrièmes, & par conséquent l'osculation est du second degré, comme elle est toujours aux sommets des axes des sections coniques, où pour des coordonnées perpendiculaires aux axes, tous les ordres impairs des fluxions de l'ordonnée sont nulles, & par conséquent si $ddy = ddy$, on ne peut avoir d'inégalité qu'aux quatrièmes *dispositions* d^4y, d^4y. Mais pour séparer l'exemple de l'égalité des troisièmes *dispositions* du cas du *maximum* & de la nullité de ces dispositions, j'ai transformé l'équation de la parabole en sorte que son axe MN coupe obliquement les coordonnées de l'équation.

Si l'on souhaite un exemple d'une osculation d'un ordre supérieur, on l'aura dans la courbe dont l'équation est $a^2y - x^2y = a^3 - 2ax^2$, où $dy = \frac{-2a^3xdx}{(a^2-x^2)^2}$, $ddy = \frac{-2a^3dx^2(a^2+3x^2)}{(a^2-x^2)^3}$

$$d^3y = \frac{-24a^3dx^3(a^2x + x^3)}{(a^2 - x^2)^4},$$

$$d^4y = \frac{-24a^3dx^4(a^4 + 10a^2x^2 + 5x^4)}{(a^2 - x^2)^5},$$

$$d^5y = \frac{-240a^3dx^5(3a^4x + 10a^2x^3 + 3x^5)}{(a^2 - x^2)^6},$$

$$d^6y = \frac{-720a^3dx^6(a^6 + 21a^4x^2 + 35a^2x^4 + 7x^6)}{(a^2 - x^2)^7};$$

& quand $x = 0$, $y = a$, $dy = 0$, on a le rayon osculateur $\mathrm{a} = \mathrm{y} = \mathrm{a} - \mathrm{x} = \frac{1}{2}a$, & non seulement $ddy = \frac{-2dx^2}{a} = \frac{-dx^2}{\mathrm{a}} = dd\mathrm{y}$, $d^3y = d^3\mathrm{y} = 0$, mais $d^4y = \frac{-24dx^4}{a^3} = d^4\mathrm{y}$, $d^5y = d^5\mathrm{y} = 0$, & l'inégalité des *dispositions* ne commençant qu'à $d^6\mathrm{y} = -\frac{45\mathrm{a}^2dx^6}{\mathrm{y}^{11}}\{\mathrm{a}^4 + 12\,\mathrm{a}^2(\mathrm{a} - \mathrm{x})^2 + 8(\mathrm{a} - \mathrm{x})^4\} = \frac{-45dx^6}{\mathrm{a}^5} = \frac{-1440dx^6}{a^5} = 2d^6y$, l'osculation est du quatrième degré.

Si l'on vouloit cette égalité de fluxions sans qu'il y en eût de nulles, il n'y auroit qu'à transformer l'équation, par exemple dans la suivante $y^3 + xy^2 - x^2y - 4ay^2\sqrt{2} - 4axy\sqrt{2} + 8a^2y = x^3 - 8a^2x + 2a^3\sqrt{2}$, & l'on auroit pour le cas que $x = 0$, $y = a\sqrt{2}$, le rayon osculateur $\mathrm{a} = \frac{1}{2}a$, $\mathrm{y} = \mathrm{a} - \mathrm{x} = \frac{\mathrm{a}}{\sqrt{2}} = \frac{a}{2\sqrt{2}}$, $d\mathrm{y} = dy = dx$, $ddy = \frac{-4dx^2\sqrt{2}}{a} = dd\mathrm{y}$, $d^3y = \frac{48dx^3}{a^2} = d^3\mathrm{y}$, $d^4y = \frac{-576dx^4}{a^3} = d^4\mathrm{y}$, $d^5y = \frac{19200dx^5}{a^4} = d^5\mathrm{y}$. Mais le calcul en seroit plus long qu'utile.

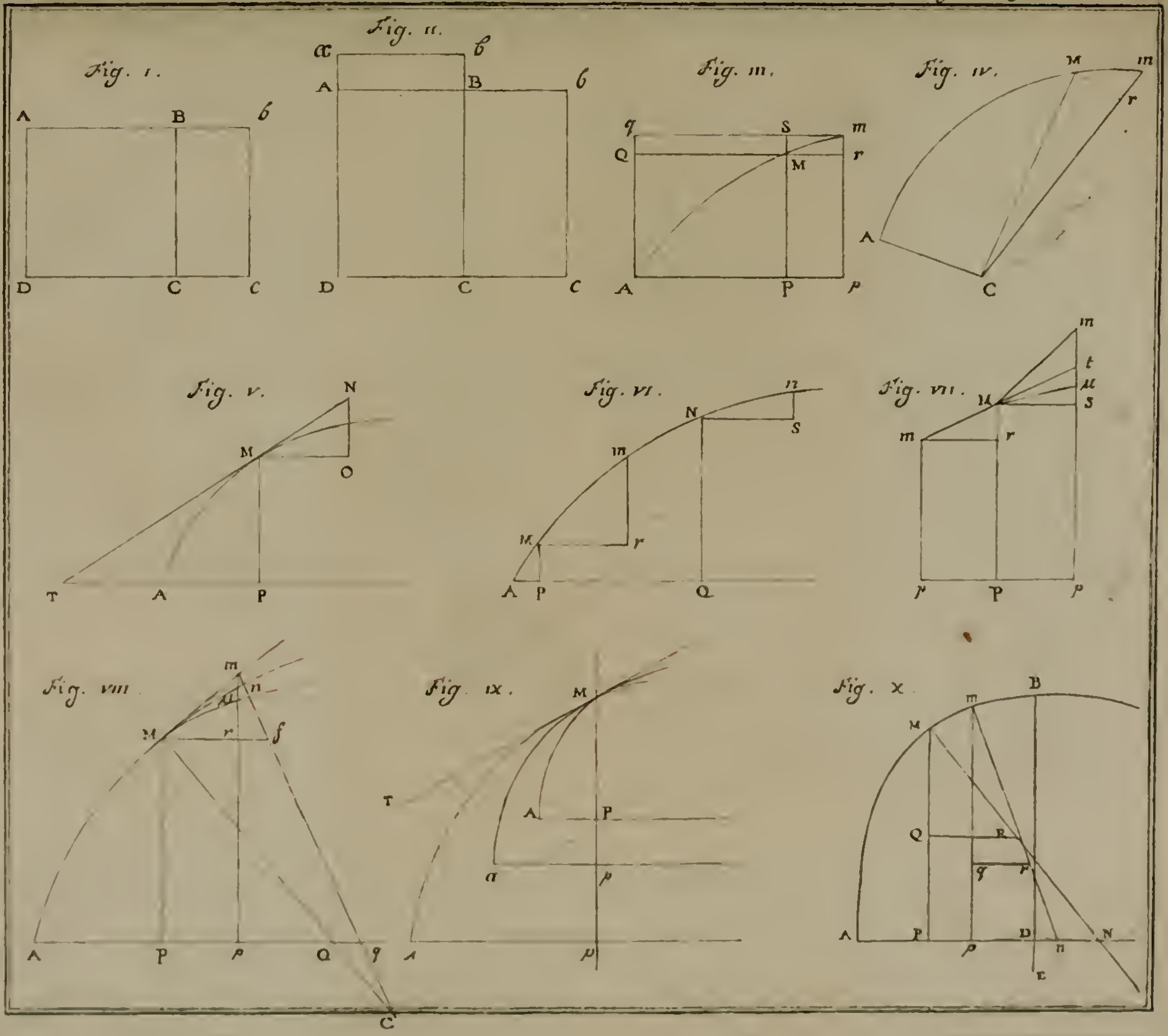


Fig. I.
Fig. II.
Fig. III.
Fig. IV.
Fig. V.
Fig. VI.
Fig. VII.
Fig. VIII
Fig. IX.
Fig. X.

BRITISH
HISTORY

Au reste cette distinction de degrés d'osculation revient à celle de Maclaurin, *Traité des fluxions* n. 369 tom. 1 pag. 243, mais elle se présente d'une manière plus facile à saisir & que l'on est forcé de préférer quand on ne veut pas employer la méthode synthétique dans laquelle ce grand Géomètre est admirable. Il ne faudroit cependant pas se borner à la définition que je viens de donner de l'osculation, sans éclaircir l'idée qu'on doit se former de la courbure. C'est un sujet sur lequel j'espère dire quelque chose de plus satisfaisant, si j'ai quelque jour le loisir d'achever un mémoire commencé depuis long-tems sur les manières différentes de traiter cette partie de l'analyse que les uns appellent *Calcul différentiel*, les autres *Méthode des fluxions.*

VU, PERMIS D'IMPRIMER
DE SALUCES PRÉSIDENT DE L'ACADÉMIE

NATURAL HISTORY

CORRECTIONS ESSENTIELLES ET ADDITIONS A FAIRE DANS CETTE SECONDE PARTIE

Page 16, *lig.* 29, in otium, *lisez* in ossium.
Pag 27, *lig.* 9, nec rarior, *lisez* nec raro.
Pag. 44, *lig.* 17, Nunckii, *lisez* Nuckii.
Pag. 222, *lig.* 8, $= \sqrt{-} (n'f - ny^2)^2 -$ *lisez* $= \sqrt{-} ((n'f - ny^2)^2 -$
Ibid. *lig.* 9, $(f - y^2)$ *lisez* $(f - y^2))$
Pag. 223, *lig.* 10, sous, *lisez* sans.
Pag. 224, *lig.* 12, $y^4 + 1 - by^2)$ *lisez* $y^4 + 1 - by^2$
Pag. 244, *lig.* 15, $a^3 u''' a^4 u''''$, *lisez* $a^3 u''' + a^4 u''''$.
Pag. 250, *lig.* 6, cette équation différentielle, *lisez* cette équation étant combinée avec l'équation différentielle.
Pag. 253, *lig.* 3, *au lieu de* En *mettez* en.
Pag. 262, *lig.* 3, $r\xi > \pm 1$, *lisez* $r\xi < \pm 1$.
Pag. 265, *lig.* 20, cinquième, *lisez* *v.*eme.
Ibid. *lig.* 23, $(x^{(\mu^2)})$, *lisez* $(x^{(\mu^2)})^2$
Pag. 270, *lig.* 5, &c. cos. φ, *lisez* &c.) cos. φ.
Pag. 282, *lig.* 4, *s*3 *lisez* s^3.
Pag. 284, *lig.* 2, α, *lisez* *a*.
Pag. 338, *lig.* 12, à mesure qu'elles, *lisez* à mesure qu'ils.
Pag. 344 *en note*, sur l'organisation, *lisez* sur l'organisation des os.
Pag. 365, *lig.* 6, roideur, *lisez* rondeur.
Pag. 404 * *lig.* 3, Jenuensis, *lisez* Jenensis.
Pag. 414, *lig penult. après* CERVO, *ajoutez* rivière qui entre à la gauche de l'Elvo.
Pag. 413, *Addition à la note* * L'on doit consulter sur ce point l'histoire naturelle des mineraux de Mr. De Buffon dans les articles du *Quartz*, du *Mica*, & du *Talc*, du *Feld-Spath*, des *Argiles*, de la *Liqueur des cailloux*, que l'auteur ne connoissoit pas encore, lorsqu'il a écrit cette note.
Pag. 447, *lig.* 10, bourneaux minéraux, *lisez* bourneaux de l'eau minerale.

POUR LES MÉMOIRES DES CORRESPONDANS

Pag. 13, *lig.* 6, je lassai, *lisez* je laissai.
Pag. 33, *Dans la table*, Magnésie calcaire, *lisez* Magnésie calcinée.
Pag. 99, *lig.* 2, de la qualité, *lisez* de la quantité.
Pag. 117, *lig.* 2, de 10 lignes, *lisez* de 13 lignes.
Pag. 120, *lig.* 10, au 28 à moitié, *lisez* au 25 à moitié.
Pag. 122, *à la table des vents*, 26 N. N-O., *lisez* 26 N. N-E.
Pag. 123, *lig.* 9, le matin du 28, *lisez* le matin du 25.
Pag. 126, *lig.* 6, Ainsi M. Brugmans, *lisez* Aussi M. Brugmans.
Pag. 128, *lig.* 25, tant d'après ces, *lisez* tant d'après ses.
Pag. 131, *lig.* 27, le 5 de fevrier, *lisez* le 4 de fevrier.
Pag. 135, *lig.* 26, il a puisé, *lisez* il a passé.

NATURAL HISTORY